



2ª Olimpíada Brasileira de Matemática Virtual

NÍVEL 3 – ENUNCIADOS

SEGUNDA FASE

PROBLEMA 1. (BQ OBMEP 2012/RÚSSIA)

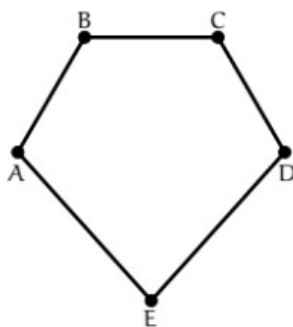
Sobre naturais e inteiros, faça o que se pede.

Letra a) Determine quantos números inteiros positivos menores que 1998 tem um número ímpar de divisores positivos.

Letra b) Um número natural é bacana se a soma de todos os seus divisores positivos (incluindo 1 e n) é maior ou igual ao dobro do número. Por exemplo, 12 é bacana pois $1+2+3+4+6+12=28 > 24=2 \cdot 12$ enquanto que 4 não é bacana pois $1+2+4 < 8=2 \cdot 4$. Demonstre que existem infinitos números que são bacanas e infinitos números que não são bacanas.

PROBLEMA 2. (OBM 2013 [modificado])

No pentágono ABCDE abaixo, temos que $AB = BC = CD = 2$ metros e $DE = EA = 3$ metros. Uma formiguinha parte do vértice A e caminha com velocidade constante de um metro por segundo ao longo de seus lados, sempre sentido ABCDEFA \rightarrow .



Letra a) Depois de quantos segundos ela percorre todo o perímetro do pentágono?

Letra b) Em que ponto estará no 16° segundo?

Letra c) Em que ponto estará no 2013° segundo?

Letra d) Em que ponto estará no 2016° segundo?

PROBLEMA 3. (Fomin)

Qual dos números é maior?

Letra a) ou ?

Letra b) ou ?

Letra c) ou ?

Letra d) ou ?

PROBLEMA 4.

Responda o que se pede em cada um dos itens abaixo:

Letra a) O número 8999991 é primo?

Letra b) O número 1002197 é composto?

Letra c) Prove que o número $512^3+675^3+720^3$ é composto.

Letra d) O número $9999999+1999000$ é primo ou composto?

PROBLEMA 5.

Em um torneio de xadrez, todos os jogadores enfrentaram todos os outros exatamente uma vez. Em cada partida, o jogador ganha 1 ponto se vencer, $1/2$ se empatar e 0 ponto se perder. Ao final do torneio, um repórter somou as pontuações de todos os jogadores e obteve 190 pontos. Nesse tipo de torneio, o vencedor é aquele que faz mais pontos.

Letra a) Quantos jogadores participaram do torneio?

Letra b) André participou do torneio e fez 9 pontos. Mostre que, mesmo sem saber as outras pontuações, André não foi o vencedor do torneio.

