

## Preparação para OBMEP – 2018 – Segunda Fase (Nível 1)

### (OPM – 2016)

#### PROBLEMA 1

As medalhas dos Jogos Olímpicos Rio 2016 foram produzidas no Brasil, pela Casa da Moeda, e pesam 500 gramas cada, sendo, assim, as mais pesadas da história. As medalhas de ouro, prata e bronze têm as mesmas inscrições, sem diferenciação pelo metal ou

pela modalidade esportiva: de um lado fica a imagem padrão da deusa Nike e, do outro, os louros e a marca dos Jogos Rio 2016. As de ouro contêm 494 g de prata e apenas 6 g de ouro em sua composição metálica. As medalhas de prata contêm 500 g de prata. Já as de bronze têm 475 g de cobre e 25 g de zinco.

a) Considerando que 1 g de ouro vale R\$ 142,33 e que 1 g de prata vale R\$ 2,13, calcule o custo dos metais utilizados por medalha de ouro.

b) As medalhas de ouro desse ano são 21,3 vezes mais pesadas do que as dos jogos olímpicos de Estocolmo em 1912. Porém, os jogos de 1912 foram os últimos em que as medalhas de ouro foram feitas inteiramente de ouro. Considerando a quantidade de metal

e o valor atual do ouro, qual seria hoje o custo da medalha de ouro que foi entregue nos jogos de Estocolmo em 1912?

c) A Taça Jules Rimet conquistada pelo Brasil ao vencer a Copa do Mundo de 1970 continha 3800 gramas de ouro. Que porcentagem do ouro da Taça Jules Rimet seria necessária para a produção das 306 medalhas de ouro que estão sendo entregues nos jogos Rio 2016?

### (OBMEP – 2015 – Nível 1)

2. Em uma brincadeira, João e Maria retiram cartões numerados de 1 a 7 que estão sobre uma mesa, com as faces numeradas viradas para baixo. Em cada rodada, João retira três cartões e Maria retira dois, restando dois cartões na mesa. Depois de cada rodada, todos os cartões são embaralhados e devolvidos à mesa.

a) Na primeira rodada, João retirou um cartão com um número ímpar e dois cartões com números pares. Maria retirou dois cartões com números ímpares. Explique por que a soma dos números dos cartões que sobraram na mesa é ímpar.

b) Na segunda rodada, João observou que o produto dos números de seus três cartões era ímpar. O produto dos números dos dois cartões de Maria era par ou era ímpar? Explique sua resposta.

c) Na terceira rodada, João olhou seus três cartões e concluiu, acertadamente, que a soma dos números dos dois cartões de Maria era par. Quais foram os cartões que João retirou? Explique sua resposta.

### (Banco de Questões – OBMEP 2018 – nível 1)

**3)** Começando com qualquer número natural não nulo é sempre possível formar uma sequência de números que termina em 1, seguindo repetidamente as instruções a seguir:

1. se o número for múltiplo de 3, divide-se por 3;
2. se o número deixar resto 1 na divisão por 3, subtrai-se 1;
3. se o número deixar resto 2 na divisão por 3, soma-se 1.

Por exemplo, começando como número 76, forma-se a seguinte sequência:

76!75!25!24!8!9!3!1.

Nessa sequência aparecem 8 números, por isso, dizemos que ela tem *comprimento* 8.

- a) Escreva a sequência que começa com 100.
- b) Quais sequências têm *comprimento* 4?
- c) Quantas sequências têm *comprimento* 6?

**4)** Na soma ao lado, letras iguais representam dígitos iguais e letras diferentes dígitos diferentes. Qual o dígito representado pela letra X?

$$\begin{array}{r} X \\ + \quad X \\ \hline Y \quad Y \\ \hline Z \quad Z \quad Z \end{array}$$