****

**Roteiro de Estudos**

**OBMEP NA ESCOLA – 2018**

**N2 – CICLO 4 – ENCONTRO 1**

Assuntos a serem abordados:

* Múltiplos, divisores e primos.
* Algoritmo de Euclides: MDC e MMC.

A referência que segue será nossa fonte principal de apoio para *Múltiplos, divisores e primos; Algoritmo de Euclides: mdc e mmc:*

* Apostila do PIC da OBMEP “Encontros de Aritmética”, F. Dutenhefner, L. Cadar.
<http://www.obmep.org.br/docs/aritmetica.pdf>

Complementa está referência a seguinte:

* Capítulos 4, 7, 11, 13, 15 e 16 do livro “Círculos de Matemática da OBMEP”.

Recomendamos fortemente que sejam assistidas as videoaulas e sejam baixados todos os materiais teóricos do Portal do Saber OBMEP nos seguintes links

* 6a série – Módulo: divisibilidade – Aula: múltiplos e divisores – material teórico:
<https://portaldosaber.obmep.org.br/uploads/material_teorico/k2sgczml2e8k4.pdf>
* 6 a série – Módulo: divisibilidade – Aula: critérios de divisibilidade – material teórico:
<https://portaldosaber.obmep.org.br/uploads/material_teorico/gfuewdw2kdcg4.pdf>
* 6 a série – Módulo: divisibilidade – Aula: mdc e mmc – material teórico, parte I:
<https://portaldosaber.obmep.org.br/uploads/material_teorico/8ex39lt2qn8kw.pdf>
* 6 a série – Módulo: divisibilidade – Aula: mdc e mmc – material teórico, parte II:
<https://portaldosaber.obmep.org.br/uploads/material_teorico/543nomntcq4o0.pdf>
* 8ª série - Números Naturais: Contagem, Divisibilidade e Teorema da Divisão Euclidiana:
(Divisibilidade e o Teorema da Divisão Euclidiana)
<https://portaldosaber.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=33>

 A seguir estamos disponibilizando uma lista com 12 exercícios. O professor deverá discutir esses exercícios com seus alunos, acompanhando e auxiliando no entendimento das estratégias de resoluções apresentadas pelos alunos. É importante incentivar o envolvimento coletivo de todos nessas discussões das resoluções, cabendo ao professor enfatizar e aprofundar os conhecimentos matemáticos associados às questões apresentadas. Se todos os exercícios da lista forem resolvidos durante o tempo do encontro, então cabe ao professor propor exercícios adicionais sobre os assuntos abordados. Nesse sentido, os materiais de apoio indicados serão elementos auxiliares importantes.

Lista de Exercícios – OBMEP NA ESCOLA – N2 – Ciclo 4 – Encontro 1

**Enunciados**

**Exercício 1.** No número 6a78b, a denota o algarismo da unidade de milhar e b denota o algarismo da unidade. Se x = 6a78b for divisível por 45, então quais são os possíveis valores de x?

**Exercício 2.** O múltiplo irado de um número natural é o menor múltiplo do número formado apenas pelos algarismos 0 e 1. Por exemplo, o múltiplo irado de 2, bem como de 5, é 10; já o múltiplo irado de 3 é 111 e o de 110 é ele mesmo.

(a) Qual é o múltiplo irado de 20?

(b) Qual é o múltiplo irado de 9?

(c) Qual é o múltiplo irado de 45?

(d) Qual é o menor número natural cujo múltiplo irado é 1110?

**Exercício 3.** O dobro de um número, quando dividido por 5, deixa resto 1. Qual é o resto da divisão deste número por 5?

**Exercício 4.** (a) A soma de quatro inteiros positivos consecutivos pode ser um número primo? Justifique sua resposta.

(b) A soma de três inteiros positivos consecutivos pode ser um número primo? Justifique sua resposta.

**Exercício 5.** A soma de dois números primos a e b é 34 e a soma dos primos a e c é 33. Quanto vale a + b + c?

**Exercício 6.** Laura e sua avó Ana acabaram de descobrir que, no ano passado, suas idades eram divisíveis por 8 e que, no próximo ano, serão divisíveis por 7. Vovó Ana ainda não é centenária. Qual a idade de Laura?

**Exercício 7.** Se e , liste todo os divisores comuns de a e de . Em seguida, determine o mdc (a, b).

**Exercício 8.** Dois ciclistas correm numa pista circular e gastam, respectivamente, 30 segundos e 35 segundos para completar uma volta na pista. Eles partem do mesmo local e no mesmo instante. Após algum tempo os dois atletas se encontram, pela primeira vez, no local de largada. Neste momento, o atleta mais veloz estará completando quantas voltas? E o menos veloz? Depois de quanto tempo da largada ocorrerá o encontro?

**Exercício 9.** Durante uma liquidação, duas amigas compraram todas as peças que acharam em uma barraquinha, gastando, respectivamente, R$ 375,00 e R$ 405,00. Se todas as peças tinham o mesmo preço, qual a quantidade mínima de peças que tinha na barraquinha?

**Exercício 10.** Determine o número natural tal que o e tal que o resto da divisão de n por 6 deixa resto 3.

**Exercício 11.** Determine o menor número inteiro positivo tal que deixa resto 1 quando dividido por 156 e também deixa resto 1 quando dividido por 198.

**Exercício 12.** Qual o Máximo Divisor Comum entre os números 1221, 2332, 3443, 4554, ..., 8998?

Lista de Exercícios – OBMEP NA ESCOLA – N2 – ciclo 4 – Encontro 1

**SOLUÇÕES e COMENTÁRIOS**

**Solução do Exercício 1. (Banco de Questão 2010, Nível 1, problema 136)**

 Como o número x é múltiplo de 45 = 5 x 9, ele também é um múltiplo de 5 e de 9. Todos os múltiplos de 5 terminam em 0 ou em 5. Daí o número procurado tem a forma x = 6a780 ou a forma x = 6a785.

Agora vamos achar o algarismo a, sabendo que para ser múltiplo de 9 a soma dos algarismos de x deve ser um múltiplo de 9.

Se x = 6a780 então 6+a+7+8+0 = 21+a deve ser um múltiplo de 9. A única possibilidade é 21+a = 27 donde a = 6 e x = 66780.

Se x = 6a785 então 6+a+7+8+5 = 26+a deve ser um múltiplo de 9. A única possibilidade é 26+a = 27 donde a = 1 e x = 61785.

Portanto o número procurado é x = 66780 ou x = 61785.

**Solução do Exercício 2. (Prova da OBMEP 2011 - N2Q3 – 2ª fase)**

a) Os primeiros múltiplos naturais de 20 são 20, 40, 60, 80 e 100. Logo o múltiplo irado de 20 é 100.

b) Se os algarismos de um número divisível por 9 são apenas 0 e 1, nesse número devem aparecer pelo menos nove algarismos 1. Para que esse múltiplo seja o menor possível, ele deve ter o menor número de algarismos possível; logo o múltiplo irado de 9 é 111111111.

c) Um múltiplo de 45 é múltiplo de 5 e 9; logo seu algarismo das unidades é 0 ou 5 e a soma de seus algarismos é divisível por 9. Como múltiplos irados são formados apenas pelos algarismos 0 e 1, segue que o múltiplo irado de 45 deve ter 0 como algarismo das unidades; logo esse múltiplo é 1111111110.

d) O número 1110 é o menor número que tem apenas os algarismos 0 e 1 e é, ao mesmo tempo, múltiplo de 3, pois a soma de seus algarismos é 3, e múltiplo de 2, pois seu último algarismo é 0. Logo 1110 é o múltiplo irado de 6. Como os múltiplos irados de 1, 2, 3, 4 e 5 são, respectivamente, 1, 10, 111, 100 e 10, segue que o menor número cujo múltiplo irado é 1110 é 6.

**Solução do Exercício 3. (Banco de Questões 2010, nível 1, problema 224)**

Sabemos que o número inteiro n procurado satisfaz 2n =5m+1, para algum inteiro m. Então o produto 5m = 2n-1 de 5 por m é ímpar, o que implica que m é ímpar. Assim, m = 2k + 1, para algum inteiro k e, portanto,

2n = 5m + 1 = 5(2k + 1) + 1 = 10k + 6 = 2(5k + 3); ou seja, n = 5k + 3 deixa resto 3 na divisão por 5.

**Solução do Exercício 4. (Banco de Questões 2011, nível 2, problema 44)**

**Solução do item (a):**

Seja x o menor dos números. Então, a soma em questão é

x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) = 4x + 6 = 2(x + 3):

Este número é par maior que 2, portanto não pode ser um número primo.

**Solução do item (b):**

Seja y o menor dos números. Então, a soma em questão é

y + (y + 1) + (y + 2) = 3y + 3 = 3(y + 1):

Este número é múltiplo de 3 e maior que 3, logo não pode ser um número primo.

**Solução do Exercício 5. (Círculos de Matemática da OBMEP, problema 11.1, pg. 90)**

Como a + b = 34 é um número par, ou a e b são pares, ou são ambos ímpares. Como o único primo par é 2, teríamos a + b = 4, portanto a e b são ímpares. Com a mesma análise verificamos que, como a + c = 33, então um dos números é par e o outro é ímpar, e como anteriormente verificamos que a é ímpar, então c é um número primo par, logo c = 2, portanto: a+c = 33, a+2 = 33, a = 31. Substituindo na outra equação temos: a + b = 34, 31 + b = 34, b = 3. Finalmente, a + b + c = 31 + 3 + 2 = 36.

**Solução do Exercício 6. (Banco de Questões 2010, nível 1, problema 223)**

No próximo ano, Laura e sua avó estarão dois anos mais velhas do que no ano passado. Logo, suas idades no ano passado são múltiplos de 8 que, somados com 2, dão múltiplos de 7. Procuremos esses números.

múltiplos de 7 : 7 14 21 28 35 42 49 56 63 . . . 98 . . .

(múltiplos de 7) − 2 : 5 12 19 26 33 40 47 54 61 . . . 96 . . .

Note que 40 e 96 são os únicos múltiplos de 8 menores do que 100 que aparecem na segunda linha. Como Vovó Ana tem menos do que 100 anos, podemos concluir que ano passado ela tinha 96 anos e Laura 40. Logo, a idade atual de Laura é 41 anos.

**Solução do Exercício 7 (Encontros de Aritmética, Exemplo 35, pg. 53 e 54)**

Se d é um divisor de a, os únicos fatores primos de d são 2, 3 ou 5. Se d é um divisor de b, os únicos fatores primos de d são 2 ou 5. E, se d é um divisor comum de a e b, fazendo a interseção, vemos que os únicos fatores primos de d são 2 e 5. Assim . O número x não pode ser maior que 2 e 3, que são os expoentes do fator primo 2 nas fatorações de a e de b. Logo, no máximo podemos pegar x=2. De modo análogo, o número y não pode ser maior que 1 e 2, expoentes do fator primo 5 nas fatorações de a e de b e assim, no máximo podemos pegar y=1. Assim, vemos que x ∈{0,1,2} e y ∈{0,1}. Fazendo todas as possibilidades, podemos listar os divisores comuns de a e de b.

x=0 e y=0 ⇒ d=2⁰⋅5⁰= 1.

x=0 e y=1 ⇒ d=2⁰⋅5¹= 5.

x=1 e y=0 ⇒ d=2¹⋅5⁰= 2.

x=1 e y=1 ⇒ d=2¹⋅5¹= 10.

x=2 e y=0 ⇒ d=2²⋅5⁰= 4.

x=2 e y=1 ⇒ d=2²⋅5¹= 20.

Desta lista de divisores comuns vemos que mdc(a,b)=20.

**Solução do Exercício 8 (Encontros de Aritmética, Exercício 5, pg. 70)**

O atleta mais veloz passará pela linha de largada pela primeira vez após 30 segundos, pela segunda vez após 60 segundos, pela terceira vez após 90 segundos, e assim por diante. Ou seja, este atleta passará pela linha de largada nos instantes que são múltiplos de 30, os quais denotamos por

M(30) = {30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240, 270, 300, 330, 360, ...}.

De modo análogo vemos que o outro atleta passará pela linha de largada nos instantes que são múltiplos de 35, ou seja,

M(35) = {35, 70, 105, 140, 175, 210, 245, 280, 315, 350, 385, 420, ...}.

Portanto, eles estarão juntos na linha de largada em todos os instantes que são múltiplos comuns de 30 e de 35. Como queremos o primeiro instante que isto vai ocorrer, identificamos este instante como o menor múltiplo comum de 30 e de 35. Analisando os conjuntos M(30) e M(35) vemos que o menor número que aparece nestes dois conjuntos é o 210. Portanto, os dois atletas vão se encontrar pela primeira vez na linha de largada após 210 segundos de dada largada, ou seja, após 3 minutos e 30 segundos. Neste instante o atleta mais veloz estará completado 210/30 = 7 voltas, enquanto o outro atleta estará completando 210/35 = 6 voltas.

**Observações:** Usamos a notação M(n) para descrever o conjunto dos múltiplos inteiros positivos do número natural n. Por exemplo, os múltiplos de 3 são 3, 6, 9, 12, etc., e denotamos por M(3) = {3, 6, 9, 12, ...}. Além disso, o menor número que aparece nos dois conjuntos M(30) e M(35) é 210 e este número recebe um nome especial, ele é o Mínimo Múltiplo Comum entre 30 e 35 e é denotado por .

**Solução do Exercício 9:**

Vamos chamar de p o preço de cada uma das peças. Observe que, pelo enunciado, não sabemos se p é um número inteiro ou não. Assim, devemos resolver o problema sem utilizar esta hipótese. Se uma das amigas comprou n peças e se a outra amiga comprou m peças, então np=375 e mp=405, de modo que mnp=375m=405n. Como queremos saber a quantidade, n+m, mínima de peças existentes na barraquinha, queremos resolver a equação 375m=405n para os menores valores possíveis (inteiros) de m e n. Isto significa que o número 375m=405n é o menor múltiplo comum de 375 e de 405, que é mmc(375,405)=10125. Daí obtemos 375m=405n=10125 e, portanto, m=10125/375=27 e n=10125/405=25. Portanto a menor quantidade de peças existentes na barraquinha era de 27+25=52. Observe que o preço de cada peça é igual a 375/25= 405/27= 15 reais.

**Solução do Exercício 10:**

Decompondo em fatores primos obtemos . Pelo algoritmo da divisão de Euclides, como o resto da divisão de por 6 tem resto 3, então podemos escrever , para algum número natural . Logo, obtemos que . Como e como 3 já aparece na decomposição de , temos três possibilidades:

 ou ou .

A primeira equação resulta em que não é um número natural. A terceira equação também resulta em um número não natural, a saber, . Nos resta somente a segunda equação cuja solução é , de onde obtemos que .

Observe que a possibilidade foi descartada, pois neste caso teríamos e não corresponde a situação proposta na questão.

**Solução do Exercício 11 (Encontros de Aritmética, Exercício 28, pg. 88)**

Como deixa resto 1 quando dividido por 156 temos que tem a forma . Além disso, como deixa resto 1 quando dividido por 198, tem a forma . Assim vemos que e e, portanto, é um múltiplo comum de 156 e de 198. Como queremos encontrar o menor tal número n, podemos então concluir que n − 1 é o mínimo múltiplo comum de 156 e 198. Usando o dispositivo prático para a fatoração sucessiva obtemos:

|  |  |
| --- | --- |
| 156 , 198  | 2 |
| 78 , 99  | 2  |
| 39 , 99  | 3 |
| 13 , 33  | 3 |
| 13 , 11  | 11  |
| 13 , 1  | 13  |
| 1 , 1  | 1 |

Logo, e, portanto, .

**Solução do Exercício 12. (Círculos de Matemática da OBMEP, problema 16.3, pg. 152)**

Sendo d o MDC destes números, temos que a diferença entre 1221 e 2332 é 1111, ou seja, 2332 = 1221 + 1111. Na verdade, a diferença entre dois números consecutivos da sequência é 1111. Portanto d = mdc(1221; 2332) = mdc(1221; 2331 - 1221) = mdc(1221; 1111). Como 1111 = 11 x 101 e ambos os fatores são primos, 101 não divide 1221, mas 11 divide todos os 8 números, 11 é o MDC procurado.

****

**Roteiro de Estudos**

**OBMEP NA ESCOLA – 2018**

**N2 – CICLO 4 – ENCONTRO 2**

Assuntos a serem estudados:

* Razões e proporções;
* Função Afim: interpretações de gráficos de funções afins e tabelas.

Recomendamos fortemente que sejam assistidas as videoaulas e sejam baixados todos os materiais teóricos do módulo [razões e proporções](https://portaldosaber.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=57) da 7ª série do Portal do Saber OBMEP. Ver links:

* 7ª série – Módulo Razões e Proporções – A Noção de Razão e Exercícios – material teórico:
<https://portaldosaber.obmep.org.br/uploads/material_teorico/bzl4vx6dr7s4c.pdf>
* 7ª série – Módulo Razões e Proporções – Proporções e Conceitos Relacionados – material teórico:
<https://portaldosaber.obmep.org.br/uploads/material_teorico/gfi4cykgi4g0g.pdf>
* 7ª série – Módulo Razões e Proporções – Propriedades de Proporções – material teórico:
<https://portaldosaber.obmep.org.br/uploads/material_teorico/bqdfaxbu33cow.pdf>

A referência que segue será nossa fonte principal de apoio para o estudo da função afim:

* 9ª série – Função Afim – Noções Básicas – material teórico:
<https://portaldosaber.obmep.org.br/uploads/material_teorico/brc70d5silssg.pdf>
* 9ª série – Função Afim – Resolução de Exercícios – Videoaulas: 72, 73, 74 e 75
[https://portaldosaber.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=35#](https://portaldosaber.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=35)

 A seguir estamos disponibilizando uma lista com 12 exercícios. O professor deverá discutir esses exercícios com seus alunos, acompanhando e auxiliando no entendimento das estratégias de resoluções apresentadas pelos alunos. É importante incentivar o envolvimento coletivo de todos nessas discussões das resoluções, cabendo ao professor enfatizar e aprofundar os conhecimentos matemáticos associados às questões apresentadas. Se todos os exercícios da lista forem resolvidos durante o tempo do encontro, então cabe ao professor propor exercícios adicionais sobre os assuntos abordados. Nesse sentido, os materiais de apoio indicados serão elementos auxiliares importantes.

Lista de Exercícios – OBMEP NA ESCOLA – N2 – ciclo 4 – Encontro 2

**ENUNCIADOS**

**Exercício 1:** Uma certa mistura de concreto é feita de cimento, areia e terra, na razão de 1: 3: 5 por quilo. Determine a quantidade, em quilos, dessa mistura que pode ser feita com 5 quilos de cimento.

**Exercício 2**: Rodrigo comprou três cadernos iguais em uma promoção na qual o segundo e o terceiro cadernos eram vendidos, respectivamente, com 20% e 40% de desconto sobre o preço de venda do primeiro caderno. No dia seguinte, terminada a promoção, Gustavo comprou três cadernos iguais aos de Rodrigo, todos sem desconto. Percentualmente, quanto Rodrigo pagou a menos que Gustavo?

**Exercício 3:** Dona Filó deseja fazer 2, 6kg de biscoitos com três ingredientes: manteiga, açúcar e farinha, os quais devem estar na proporção de (6: 4: 3). Determine, a quantidade, em gramas, de farinha que ela deve usar.

**Exercício 4:** Alberto, Bernardo e Carlos disputaram uma corrida na qual cada um deles correu com velocidade constante durante todo o percurso. Quando Alberto cruzou a linha de chegada, Bernardo e Carlos estavam 36 e 46 metros atrás dele, respectivamente. Quando Bernardo cruzou a linha de chegada, Carlos estava 16 metros atrás dele. Determine o comprimento da pista.

**Exercício 5:** Na cidade de Trocalândia, 20% dos gatos pensam que são cachorros e 25% dos cachorros pensam que são gatos. Certo dia, um psicólogo veterinário resolve testar todos os gatos e cachorros de Trocalândia, verificando que 30% do total pensava ser gato. Que proporção dos animais testados era de cães?

**Exercício 6:** Dois copos de suco, de mesmo volume, foram feitos a partir de uma mistura de água e polpa de fruta. No primeiro copo, a razão entre a polpa e a água utilizadas foi igual a 1:2, enquanto no segundo copo esta mesma razão foi de 3:4. Ao misturarmos estes dois copos em uma jarra, qual será a razão entre polpa e água?

**Exercício 7.** (OBMEP 2011 – 1ª fase – N2Q15) Alvino está a meio quilômetro da praia quando começa a entrar água em seu barco, a 40 litros por minuto. O barco pode suportar, no máximo, 150 litros de água sem afundar. A velocidade do barco é 4 quilômetros por hora. Em média, no mínimo, quantos litros de água por minuto Alvino deve tirar do barco para chegar à praia?

**Exercício 8:** Admita que uma locadora de automóveis A aluga um modelo popular ao preço de R$50,00 a diária, mais R$1,00 por quilômetro rodado e que uma outra locadora B aluga o mesmo modelo de carro ao preço de R$80,00 a diária, mais R$0,75 por quilômetro rodado.

(a) Escreva as funções que descrevem, para cada locadora, o valor a ser pago de aluguel em função do número de diárias n e da quantidade de quilômetros rodados x;

(b) Um representante comercial irá visitar algumas cidades de uma região num período de 5 dias. Qual a menor distância percorrida (quilometragem) para que a opção pela locadora B seja mais vantajosa (de menor ou igual custo)?

**Exercício 9:** Seja P um ponto fora de uma reta r e sejam, também, A e B pontos da reta r. A área do triângulo PAB de base é proporcional ao comprimento AB da base. Qual o fator de proporcionalidade?

**Exercício 10:** O reservatório A fornece água a uma taxa constante de 10 litros por hora, enquanto o reservatório B recebe água a uma taxa constante de 12 litros por hora. No gráfico, estão representados, no eixo , os volumes, em litros, da água contida em cada um dos reservatórios, em função do tempo, em horas, representado no eixo . Determine o tempo , em horas, indicado no gráfico.



**Exercício 11:** Os preços dos ingressos de um teatro nos setores 1, 2 e 3 seguem uma função polinomial do primeiro grau crescente com a numeração dos setores (função afim com taxa de variação positiva). Se o preço do ingresso no setor 1 é de R $ 120, 00 e no setor 3 é de R$ 400, 00, então qual o preço do ingresso no setor 2?

**Exercício 12:** Um experimento de Agronomia mostra que a temperatura média da superfície do solo t(x), em °C, é determinada em função do resíduo x, de planta e biomassa na superfície, em g/m2, conforme registrado na tabela seguinte.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x[g/m2] |  | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 |
| t(x) [°C] |  | 7,24 | 7,30 | 7,36 | 7,42 | 7,48 | 7,54 | 7,60 |

Qual a lei de formação da função t(x)?

Lista de Exercícios – OBMEP NA ESCOLA – N2 – ciclo 4 – Encontro 2

**SOLUÇÕES e COMENTÁRIOS**

**Solução Exercício 1 (Banco de Questões 2007, Nível 1, questão 4, página 43)**

De acordo com os dados do problema, misturamos 1 kg de cimento com 3 kg de areia e 5 kg de terra. Pelo conceito de proporção isso equivale a misturar 5 kg de cimento com 15 kg de areia e 25 kg de terra, e essa mistura pesa 5 + 15 + 25 = 45 kg.

**Solução do Exercício 2 (Portal do Saber OBMEP, 7ª série – Módulo Razões e Proporções Vídeo Aula 63, https://youtu.be/bO2Nw0Ud6MI)**

Se P é o preço de um caderno, Rodrigo pagou pela sua compra

enquanto que Gustavo, no dia seguinte, pagou 3P. Portanto, Rodrigo pagou

a menos que Gustavo. Assim, para saber percentualmente quanto Rodrigo pagou a menos do que Gustavo, fazemos a regra de três

3P \_\_\_\_ 100%

0,6P \_\_\_\_ x%

Logo, , ou seja, Rodrigo pagou 20% a menos que Gustavo.

**Solução do Exercício 3:**

Sejam x, y e z as quantidades (em gramas) de manteiga, açúcar e farinha (respectivamente) utilizadas para fazer os biscoitos. Do conceito de proporção, sabemos que

Além disso, pela propriedade , obtemos que

de sorte que

Utilizando mais uma vez esta mesma propriedade, obtemos:

Agora, como 2, 6kg é o mesmo que 2600g, temos x + y +z = 2600. Daí a última igualdade acima fornece

**Solução do Exercício 4:** (Banco de Questões 2012, Nível 3, questão 10, página 43)

Seja x o comprimento em metros da pista. A distância entre Bernardo e Carlos era de 10 metros quando Alberto cruzou a linha de chegada, e era de 16 metros quando Bernardo cruzou a linha de chegada. Vemos assim que, durante o intervalo de tempo Δ no qual Alberto e Bernardo completaram a corrida, Bernardo correu 36 metros enquanto Carlos correu 30.



A razão entre as velocidades de Carlos e Bernardo é constante e, em particular, considerando esse intervalo de tempo Δ obtemos

Como Bernardo cruzou a linha de chegada 16 metros à frente de Carlos, considerando o tempo de prova de Bernardo, podemos escrever

E, obtemos a equação , cuja solução é .

**Solução do Exercício 5:** (Banco de Questões 2013, Nível 2, questão 1, página 35)

Sejam C e G, respectivamente, o número de cães e gatos de Trocalândia. O número de gatos que pensam (sabem) que são gatos é e o número de cachorros que pensam que são gatos é Logo, o número total de animais que pensam que são gatos é

Segundo a pesquisa do psicólogo veterinário, da população total de animais, 30% pensam que são gatos, assim, devemos ter

Portanto, a proporção de cães na população de animais é dada por

sendo esse valor a resposta final.

**Solução do exercício 6. (Portal do Saber OBMEP – 7ª série – Módulo: razões e proporções – Aula: Proporções e conceitos relacionados –** [**material teórico**](https://portaldosaber.obmep.org.br/uploads/material_teorico/gfi4cykgi4g0g.pdf) **– exemplo 5)**

Suponha que o volume de cada copo seja x. Segundo o enunciado, no primeiro copo, o volume de polpa seria e o volume de água . No segundo copo, o volume de polpa seria e o volume de água . Ao misturarmos os dois copos teremos um volume de polpa igual a

+ = + =

Além disso, teremos um volume de água igual a

+ = + =

Por fim, calculando a razão entre os volumes de polpa e de água encontrados acima, obtemos:

 = = .

**Solução do exercício 7.** Alvino está a meio quilômetro da praia a uma velocidade de 4 quilômetros por hora. Sendo assim, ele precisa de 0,5÷4=0,125 horas, ou seja, 0,125×60=7,5 minutos, para alcançar a praia. Como a água entra no barco a 40 litros por minuto, até Alvino chegar à praia 40×7,5=300 litros de água terão entrado no barco. Como o barco suporta 150 litros sem afundar, Alvino terá que tirar 300-150=150 litros de água do barco em 7,5 minutos, ou seja, 150÷7,5=20 litros por minuto.

**Solução do Exercício 8**

item (a)

Denotemos por CA e CB os custos finais dos alugueis desse modelo de carro nas locadoras A e B, respectivamente. Temos:

CA =50n+x e CB =80n+0,75x

item (b)

Para um aluguel de cinco dias os custos finais passam a depender apenas da quilometragem percorrida, de acordo com as seguintes funções

CA = CA (x)=50.5+x=250+x e CB = CB (x)=80.5+0,75x=400+0,75x.

Assim, para que a locação na locadora B seja mais vantajosa (de menor ou igual custo) devemos ter

400+0,75x 250+x 0,25x 150,

Portanto, a menor distância percorrida é x=600 km.

**Solução do Exercício 9**

É consequência da fórmula para área de um triângulo que tal área é proporcional à metade da medida da altura relativa à base .

**Solução do Exercício 10 (Portal do Saber OBMEP, 9ª série – Módulo Função Afim, – Resolução de Exercícios, Exercício 5, Videoaula 74)**

**https://youtu.be/lyJusL0Sm3Y**

Os volumes são dados por funções afins da forma , em que é o coeficiente angular da função (taxa de variação) e é o coeficiente linear.

Na figura, é o momento que os dois reservatórios estão com o mesmo volume . Como A toca no eixo y em 720, então e da interpretação do enunciado então

Analogamente, e , então

Queremos o tal que a igualdade é verificada

temos então que fornece horas.

**Solução do Exercício 11 (Portal do Saber OBMEP, 9ª série – Módulo Função Afim, – Resolução de Exercícios, Exercício 14, Videoaula 75)**

**https://youtu.be/lO3M22KbclM**

****

Se é a relação do preço em função do setor , então , e busca-se o valor de . Fazendo uma análise geométrica do gráfico e usando a congruência dos triângulos ACM e MDB teremos

Logo, ficamos com reais.

**Solução do Exercício 12 (Portal do Saber OBMEP, 9ª série – Módulo Função Afim, – Resolução de Exercícios, Exercício 12, Videoaula 75)**

A taxa de variação da temperatura é = 0, 06 . Para resíduo igual a zero, teríamos, pelo padrão dos valores da tabela, temperatura igual a 7, 24 - 0, 06 = 7, 18 °C. Assim, temos t(x) = 0,06x + 7, 18, para x real positivo.

**OBSERVAÇÃO: NOVAMENTE REITERAMOS A NECESSIDADE DE INCENTIVAR OS ALUNOS A UTILIZAREM O PORTAL DO SABER OBMEP. NESSE AMBIENTE EXISTEM VIDEOAULAS, TEXTOS COMPLEMENTARES E LISTAS AUXILIARES DE QUESTÕES.**