Roteiro de Estudos
OBMEP NA ESCOLA – 2018
N2 – CICLO 6 – ENCONTRO 1

Assuntos a serem abordados:

- Semelhança de triângulos.
- Teorema de Tales.

As referências que seguem serão utilizadas ao longo do primeiro encontro nesse ciclo:

• Videoaulas, Caderno de Exercícios e Texto Teórico presentes no Módulo – Semelhança de Triângulos e Teorema de Tales 9º ano, Portal da Matemática.

http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=10
https://portaldosaber.obmep.org.br/uploads/material_teorico/dsvqlq1lrux4.pdf
https://portaldosaber.obmep.org.br/uploads/material_teorico/c72gbsow17sow.pdf

• Banco de Questões da OBMEP, IMPA, números diversos. http://www.obmep.org.br/banco.htm

• Provas da OBMEP, IMPA, anos diversos.
http://www.obmep.org.br/provas.htm

A seguir estamos disponibilizando uma lista com 12 exercícios. Nosso entendimento é de que esses exercícios são direcionadores do que é esperado que seja estudado no encontro. Todavia, conforme já discutimos com colegas professores em nível virtual, entendemos que algum tipo de reconstrução dessa listagem de problemas é possível de ser executada pelo professor, desde que se esteja atento para na utilização de material de qualidade, preferencialmente ancorado à referências associadas com a OBMEP ou Portal de Matemática; esteja correlato aos conteúdos acima propostos e se observe que não existe uma grande similaridade com o venha a ser utilizado em uma sala com eventuais questões presentes em avaliações propostas no ciclo. O professor deverá discutir esses exercícios (ou similares) com seus alunos, acompanhando e auxiliando no entendimento das estratégias de resoluções apresentadas pelos alunos. É importante incentivar o envolvimento coletivo de todos nas discussões das resoluções, cabendo ao professor enfatizar e aprofundar os conhecimentos matemáticos associados às questões apresentadas. Se todos os exercícios da lista forem resolvidos durante o tempo do encontro, então cabe ao professor propor exercícios adicionais sobre os assuntos / estratégias abordadas. Nesse sentido, os materiais de apoio indicados serão elementos auxiliares importantes.

Lista de Exercícios – OBMEP NA ESCOLA – N2 – Ciclo 6 – Encontro 1
Enunciados

Exercício 1.

Pedro quer calcular a altura x, em metros, de uma caixa d˝agua. Com a ajuda de seu primo, ele avaliou que, em certa hora do dia, sua sombra mede 0,75 m, enquanto a sombra da caixa d˝agua mede 2,5 m. Se Pedro mede 1,8 m, qual é a altura da caixa?

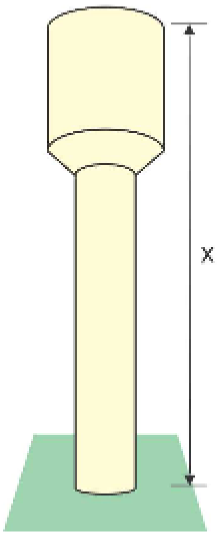


Figura 1

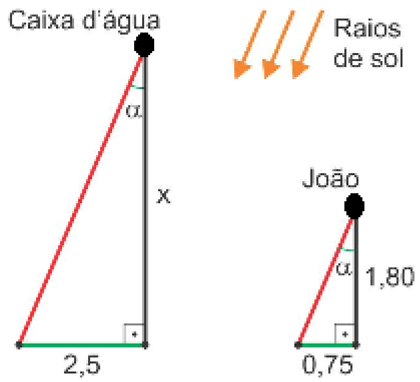
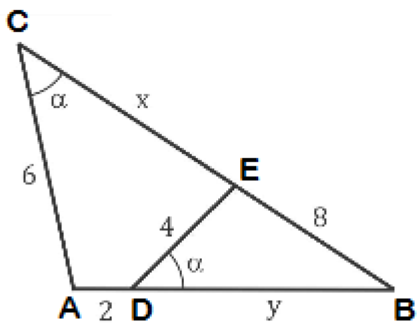


Figura 2

Exercício 2.

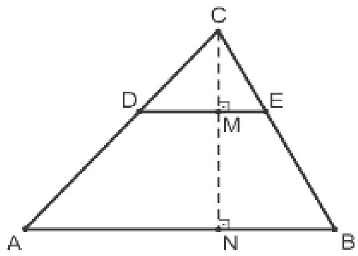
Dado o triângulo ABC abaixo, determine os valores de x e y, em cm, sabendo que AD mede 2 cm, AC mede 6 cm, DE mede 4 cm e EB mede 8 cm.



Sugestão: Observe os triângulos ABC e EBD.

Exercício 3.

Observe a figura que segue



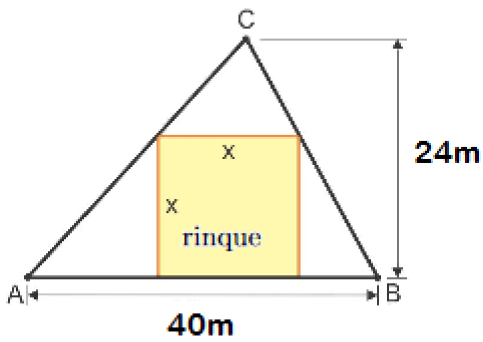
Sabendo que os triângulos ABC e DEC são semelhantes, apresente uma argumentação que justifique a afirmação:

"a razão entre as alturas desses triângulos mantém a mesma proporcionalidade da razão entre seus lados" , ou seja,

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{CN}}{\overline{CM}}$$

Exercício 4.

Um rinque de patinação quadrado será construído inscrito em um terreno triangular ABC, como mostra a figura que segue. Determine o comprimento máximo x, em metros, do lado do rinque.



Sugestão: Utilize o exercício anterior.

Exercício 5.

Os lados do triângulo ABC medem 10 cm, 15 cm e 20 cm. Determine as medidas x, y e z, em centímetros, dos lados de um triângulo semelhante a ABC, com perímetro igual a 36 cm.

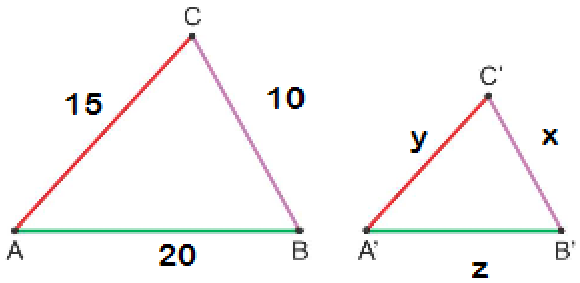
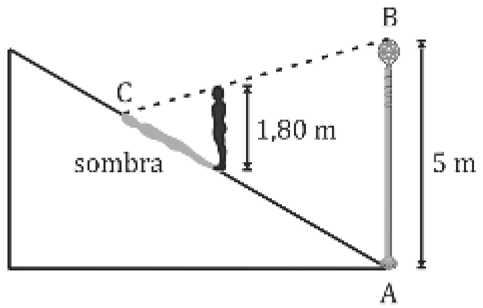


Figura Ilustrativa e sem escalas

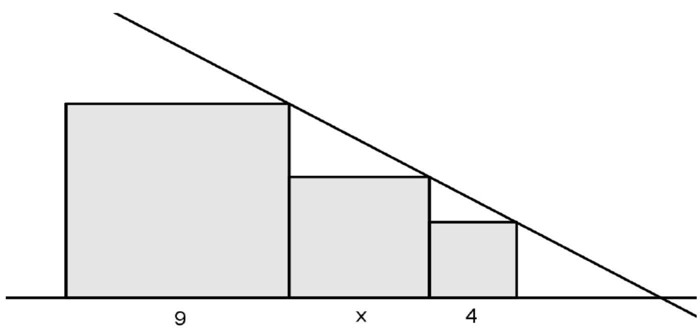
Exercício 6.

Um homem, de 1,80 m de altura, sobe uma ladeira, conforme mostra a figura. No ponto A está um poste vertical de 5 metros de altura, com uma lâmpada no ponto B. Calcule o comprimento da sombra do homem depois que ele subiu 4 m ladeira acima.



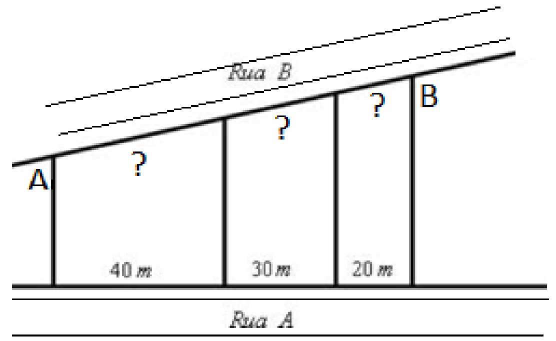
Exercício 7.

Determine o valor de x na figura abaixo, sabendo que as partes em destaque são três quadrados apoiados lado a lado, sendo que seus lados medem, respectivamente, $9, x$ e 4 cm.



Exercício 8.

Três terrenos têm frentes para a rua A e os fundos para a rua B, como na figura abaixo. As divisas laterais de todos eles são perpendiculares à rua A. Qual a medida do fundo de cada um dos lotes, sabendo que a soma dessas medidas dos fundos é igual a AB =180m?

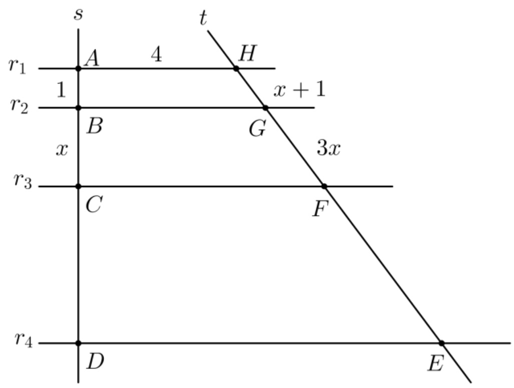


Exercício 9.

A figura seguinte é formada por retas paralelas r_1, r_2, r_3 e r_4, cortadas por duas retas secantes s e t, em que a reta s é perpendicular a todas as retas paralelas. Sabe-se que:

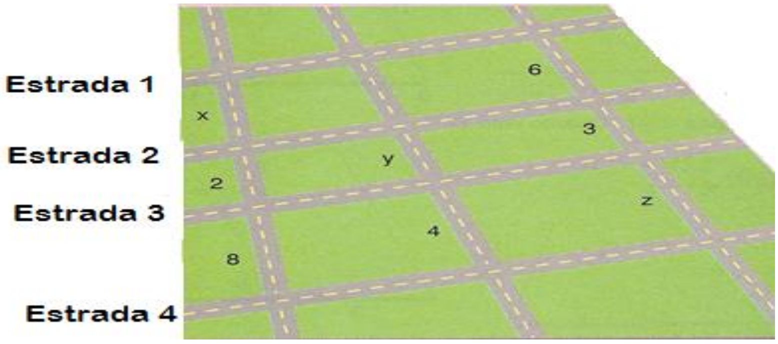
AH = 4 cm, AB = 1 cm, BC = x cm, HG = x+1 cm, GF = 3x cm e que a razão entre as medidas de $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ é a mesma que a razão entre as medidas de $\overline{BC}$ e $\overline{CD}$.

Nessas condições, determine o perímetro, em cm, do trapézio ADEH.



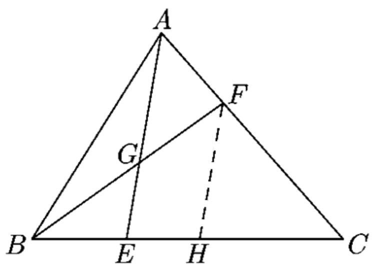
Exercício 10.

O mapa abaixo mostra quatro estradas paralelas que são cortadas por três vias transversais. Calcule soma das distâncias, em km, entre alguns cruzamentos dessas vias, x + y + z, supondo que todas as medidas apresentadas são das em quilômetros.



Exercício 11.

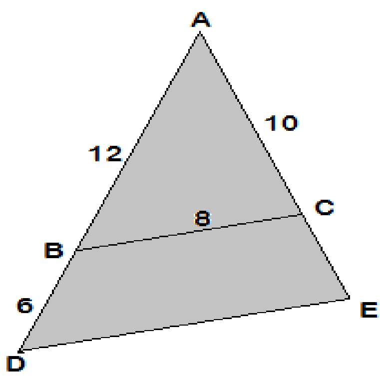
Num triângulo ABC, o ponto F está sobre o lado AC e a medida de FC é o dobro da medida de AF, conforme indicado na figura. Se G é o ponto médio do segmento BF e E o ponto de interseção da reta passando por A e G com o segmento BC, então nessas condições calcule a razão $\dfrac{\overline{EC}}{\overline{BE}}$.



Sugestão: Considere o ponto H do segmento BC de tal modo que o segmento FH seja paralelo ao segmento AE. Utilize relações de semelhanças envolvendo triângulos presentes nessa figura.

Exercício 12.

Considere o triângulo ADE conforme ilustrado na figura que segue, em que as medidas de AB, BC, AC e BD são, respectivamente, 12, 8, 10 e 6 cm. Sabendo que são paralelos os segmentos BC e DE, calcule o perímetro de ADE.



Solução do Exercício 1.

Os raios de sol fazem ângulo α tanto com Pedro, como com a caixa d´agua, conforme ilustra a Figura 2. Desse modo, os triângulos presentes nessa Figura são semelhantes (critério AAA). Portanto,

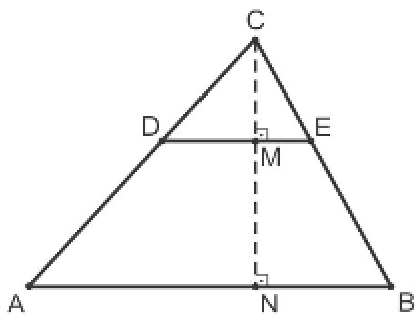
$$\frac{x}{1,80}=\frac{2,5}{0,75} \quad \Rightarrow \quad x=\frac{2,5\cdot 1,8}{0,75}=\frac{4,5}{0,75}=6 \text{ m}$$

Solução do Exercício 2.

Observando que os triângulos ABC e EBD tem um ângulo comum e um outro ângulo de mesma medida α , pelo caso AAA eles são semelhantes. Logo, $\frac{2+y}{8}=\frac{x+8}{y}=\frac{6}{4}$. Portanto, 4 .(2+y) = 8.6, ou seja, y = 10 cm. Dessa forma, $\frac{2+10}{8}=\frac{x+8}{10}\Rightarrow 120=8.x+64\Rightarrow x=7$ cm.

Solução do Exercício 3.

Na figura apresentada, tem-se que os triângulos MCE e NCB são semelhantes (caso AAA).



Logo, $\frac{\overline{CM}}{\overline{CE}}=\frac{\overline{CN}}{\overline{CB}}\Rightarrow\frac{\overline{CB}}{\overline{CE}}=\frac{\overline{CN}}{\overline{CM}}$. Por outro lado, sabendo que os triângulos ABC e DEC são semelhantes, tem-se $\frac{\overline{AB}}{\overline{CB}}=\frac{\overline{DE}}{\overline{CE}}$. Portanto, $\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}}=\frac{\overline{CB}}{\overline{CE}}=\frac{\overline{CN}}{\overline{CM}}$

Solução do Exercício 4.

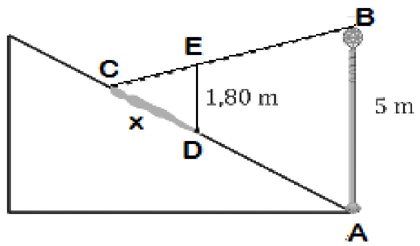
Utilizando o exercício anterior, segue que $\frac{40}{x} = \frac{24}{24-x}$. Portanto, 40.(24 – x) = 24.x, ou seja, 960 = 64.x $\Rightarrow$ x = 15 m.

Solução do Exercício 5.

Em função da semelhança dos triângulos, segue que $\frac{10}{x} = \frac{20}{z} = \frac{15}{y}$. Dessa forma, 10.z=20.x e 10.y=15.x, consequentemente, z = 2.x e y = 1,5.x. Por outro lado, a informação relativa ao perímetro estabelece que x + y + z = 36, logo x + 1,5.x + 2x = 36, ou seja, 4,5.x = 36. Portanto , x = 8 cm e então y = 12 cm e z = 16 cm.

Solução do Exercício 6.

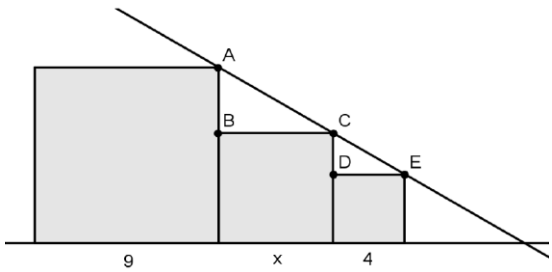
Observe que a figura apresentada pode ser reelaborada, conforme segue abaixo, em que fica visível a semelhança entre os triângulos ABC e DEC.



Portanto, $\frac{1{,}8}{x} = \frac{5}{4+x} \Rightarrow 7{,}2+1{,}8x = 5x \Rightarrow 3{,}2x = 7{,}2 \Rightarrow x = 2{,}25m.$

Solução do Exercício 7.

Nomeando alguns pontos importantes na figura dada, chega-se a figura abaixo.



Como os triângulos ABC e CDE são semelhantes, vamos aplicar a razão de semelhança como segue:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{BC}{DE} \rightarrow \frac{9-x}{x-4} = \frac{x}{4} \rightarrow x^2 - 4x = 36 - 4x \rightarrow x^2 = 36 \rightarrow x = -6 \text{ ou } x = 6.$$

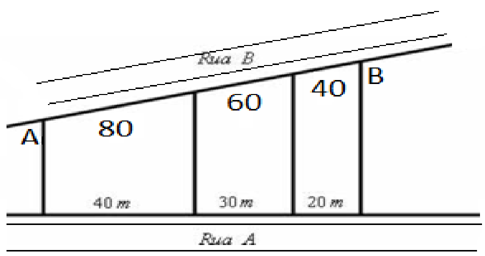
Dado que x corresponde a medida de um lado (logo valor positivo), segue que $x = 6$ cm.

Solução do Exercício 8

Como o teorema de Tales garante a proporcionalidade entre as medidas de segmentos determinados por paralelas e transversais, podemos representar as medidas dos fundos dos lotes para a rua B por 4k, 3k e 2k. Assim,

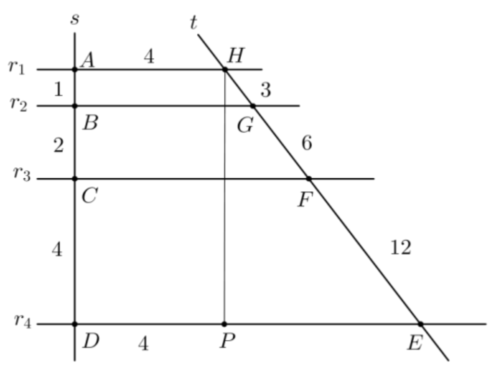
$$4k + 3k + 2k = 180 \ \Rightarrow \ 9k = 180 \ \Rightarrow \ k = 20.$$

Portanto, as medidas desses fundos dos lotes para a rua B, da esquerda para direta, são 80 m, 60 m e 40 m, respectivamente.



Solução do Exercício 9.

Pelo Teorema de Tales, temos que AB/BC = HG/GF, ou seja, 1/x = (x+1)/(3x), de onde obtemos que x = 2 cm. A razão AB/BC = 1/2, logo a razão BC/CD = 1/2 e, como BC = x = 2, então CD = 4. Além disso, HG = 3, GF = 6 e, novamente pelo Teorema de Tales, obtemos FE = 6.



Agora, trace uma reta paralela à reta s passando pelo ponto H e encontrando a reta r_4 no ponto P. O Triângulo HPE é retângulo em P com HP = 1 + 2 + 4 = 7 e HE = 3 + 6 + 12 = 21. Pelo Teorema de Pitágoras (observe que esse resultado será mais amplamente explorado no encontro 2) segue que $PE^2 + HP^2 = HE^2$, ou seja, $PE^2 = 21^2 - 7^2 = 392$, de onde obtemos $PE = 14\sqrt{2}$. Finalmente, o perímetro de ADEH é igual a $4 + 7 + (4+14\sqrt{2}) + 21 = 36+14\sqrt{2}$ cm.

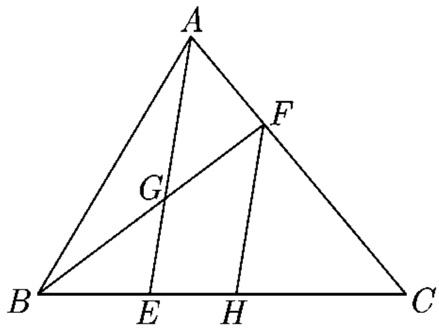
Solução do Exercício 10.

Utilizando o teorema de Tales segue que: $\frac{x}{2}=\frac{6}{3} \Rightarrow x=4$; $\frac{2}{8}=\frac{y}{4} \Rightarrow y=1$; $\frac{3}{z}=\frac{2}{8} \Rightarrow z=12$.

Portanto, x + y + z = 4+1+12 = 17 km.

Solução do Exercício 11.

Escolhamos o ponto H do segmento BC de tal modo que o segmento FH seja paralelo ao segmento AE, como na figura dada.



Decorre que os triângulos AEC e FHC são semelhantes, pelo caso AAA, uma vez que AE é paralelo a FH. Como $\overline{FC} = 2.\overline{AF}$, decorre, por semelhança, que também $\overline{HC} = 2.\overline{EH}$. Por outro lado, os triângulos BHF e BEG também são semelhantes (pelo caso AAA). Dessa semelhança e do fato de G ser o ponto médio do segmento BF, concluímos que E é o ponto médio do segmento BH. Assim, $\overline{BE} = \overline{EH}$ e, portanto, $\overline{EC} = \overline{EH} + \overline{HC} = 3\overline{EH} = 3\overline{BE}$

Consequentemente, $\frac{\overline{EC}}{\overline{BE}} = 3$.

Solução do Exercício 12.

Utilizando o teorema de Tales segue que $\frac{\overline{BD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CE}}{\overline{AC}} \Rightarrow \frac{6}{12} = \frac{\overline{CE}}{10} \Rightarrow \overline{CE} = 5$. Por outro lado, são semelhantes os triângulos ADE e ABC (caso AAA), assim, $\frac{\overline{DE}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \Rightarrow \frac{\overline{DE}}{18} = \frac{8}{12} \Rightarrow \overline{DE} = 12$. Portanto, o perímetro de ADE é igual a 18 + 15 + 12 = 45 cm

Assuntos a serem abordados:

- Relações métricas no triângulo retângulo: o teorema de Pitágoras.

As referências que seguem serão utilizadas ao longo do segundo encontro presente nesse ciclo:

• Videoaulas, Aula 1 e Aula 2, presentes no Módulo – Teorema de Pitágoras e Aplicações 9o ano, Portal da Matemática.
http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=78

• Apostila 3, PIC – OBMEP, Teorema de Pitágoras e Áreas, autor Eduardo Wagner.

• Apostila, PIC – OBMEP, Encontros de Geometria, autores Luciana Cadar e Francisco Dutenhefner.

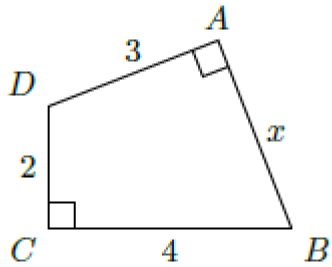
• Banco de Questões da OBMEP, IMPA, números diversos. http://www.obmep.org.br/banco.htm

• Provas da OBMEP, IMPA, anos diversos.
http://www.obmep.org.br/provas.htm

A seguir estamos disponibilizando uma lista com 12 exercícios. Nosso entendimento é de que esses exercícios são direcionadores do que é esperado que seja estudado no encontro. Todavia, conforme já discutimos com colegas professores em nível virtual, entendemos que algum tipo de reconstrução dessa listagem de problemas é possível de ser executada pelo professor, desde que se esteja atento para na utilização de material de qualidade, preferencialmente ancorado à referências associadas com a OBMEP ou Portal de Matemática; esteja correlato aos conteúdos acima propostos e se observe que não existe uma grande similaridade com o venha a ser utilizado em uma sala com eventuais questões presentes em avaliações propostas no ciclo. O professor deverá discutir esses exercícios (ou similares) com seus alunos, acompanhando e auxiliando no entendimento das estratégias de resoluções apresentadas pelos alunos. É importante incentivar o envolvimento coletivo de todos nas discussões das resoluções, cabendo ao professor enfatizar e aprofundar os conhecimentos matemáticos associados às questões apresentadas. Se todos os exercícios da lista forem resolvidos durante o tempo do encontro, então cabe ao professor propor exercícios adicionais sobre os assuntos / estratégias abordadas. Nesse sentido, os materiais de apoio indicados serão elementos auxiliares importantes.

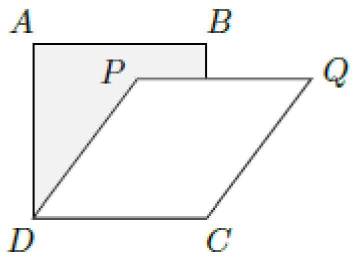
Exercício 1. (Apostila, PIC – OBMEP, Encontros de Geometria, página 128)

Na figura a seguir, o quadrilátero ABCD possui dois ângulos retos. Determine o comprimento do lado AB.



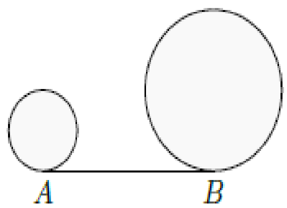
Exercício 2. (Apostila, PIC – OBMEP, Encontros de Geometria, página 129)

Na figura plana a seguir, sobre o quadrado cinza ABCD com 25 cm^2 de área foi desenhado um losango branco PQCD com 20 cm^2 de área. Determine a área cinza do quadrado que não ficou encoberta pelo losango.



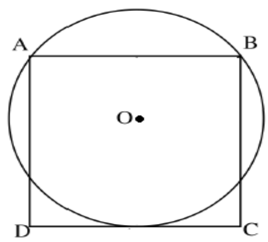
Exercício 3. (Apostila, PIC – OBMEP, Encontros de Geometria, página 130)

Na figura a seguir, AB é um segmento tangente às circunferências de raios 2 cm e 5 cm. Se o comprimento do segmento AB é igual a 10 cm, determine a distância entre os centros das circunferências.



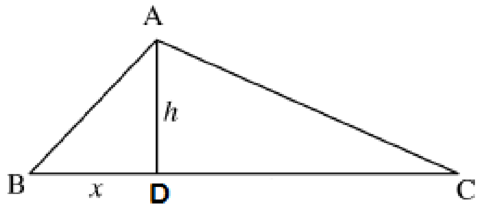
Exercício 4. (Apostila, PIC – OBMEP, Teorema de Pitágoras e Áreas, página 20)

É dado um quadrado ABCD de lado a. Determine o raio da circunferência que contém os vértices A e B e é tangente ao lado CD, conforme indicado na figura que segue.



Exercício 5. (Apostila, PIC – OBMEP, Teorema de Pitágoras e Áreas, página 20)

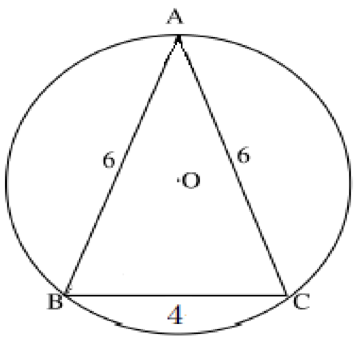
O triângulo ABC tem lados AB = $\sqrt{12}$, BC = 4 e CA = $\sqrt{20}$. Calcule a área de ABC.



Sugestão: Suponha que AD seja perpendicular à BC, denote a medida de BD por x, sendo h a altura do triângulo ABC.

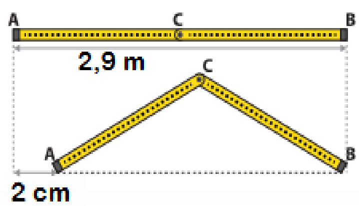
Exercício 6. (Apostila, PIC – OBMEP, Teorema de Pitágoras e Áreas, página 22)

Determine o raio da circunferência circunscrita ao triângulo cujos lados medem 6 cm, 6 cm e 4 cm, conforme indicado na figura que segue.



Exercício 7. (Prova da OBMEP, 2013, 1ª fase, Nível 3, questão 10)

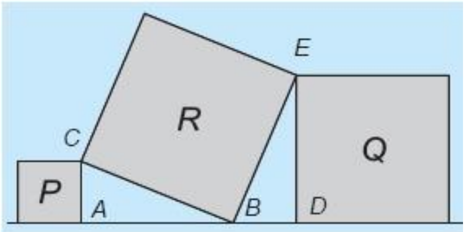
Uma escada com 2,9 metros de comprimento e uma articulação central **C** possui a extremidade **B** fixa no chão e a extremidade **A** móvel, conforme a figura. A escada, inicialmente estendida no chão, foi dobrada de tal forma que a extremidade **A** deslizou 2 centímetros. A quantos centímetros do chão ficou a articulação **C**?



Exercício 8. (Prova da OBMEP, 2016, 1ª fase, Nível 3, questão 3)

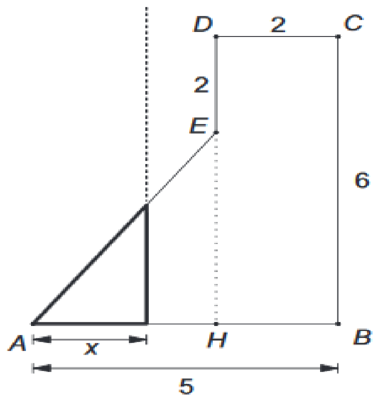
Na figura que segue, as áreas dos quadrados P e R são iguais a 24 cm^2 e 168 cm^2, respectivamente. Qual a área do quadrado Q?

Sugestão: Busque relacionar as áreas de P, R e Q utilizando o teorema de Pitágoras no triângulo ABC.



Exercício 9. (Prova da OBMEP, 2016, 2ª fase, Nível 3, questão 3)

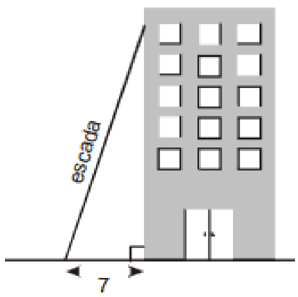
A figura mostra um polígono ABCDE em que todos os lados, exceto AE, são horizontais ou verticais e têm os comprimentos indicados na figura. Considere, agora, uma reta vertical distante x do vértice A, com $0 < x \leq 5$. Ela divide o polígono ABCDE em dois polígonos, um situado à direita da reta e outro à esquerda. Considere a função f que associa a cada valor de x o perímetro do polígono situado à esquerda da reta. Por exemplo, f(3) é o perímetro do triângulo AHE, enquanto f(5) é o perímetro do polígono ABCDE.



Fazendo uso do teorema de Pitágoras calcule f(3).

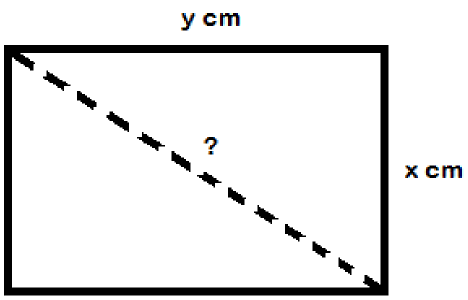
Exercício 10. (Prova da OBMEP, 2005, 1ª fase, Nível 3, questão 17)

O topo de uma escada de 25 m de comprimento está encostado na parede vertical de um edifício. O pé da escada está a 7 m de distância da base do edifício, como na figura. Se o topo da escada escorregar 4 m para baixo ao longo da parede, qual será o deslocamento do pé da escada?



Exercício 11.

Determine a medida da diagonal de um retângulo de perímetro 98 cm, sabendo que a razão entre as medidas do menor e maior lado é igual a 3/4.



Exercício 12. (Prova do ENEM, 2005)

Quatro estações distribuidoras de energia A, B, C e D estão dispostas como vértices de um quadrado de 40Km de lado. Deseja-se construir uma estação central que seja ao mesmo tempo equidistante das estações A e B e da estrada (reta) que liga as estações C e D. A nova estação deve ser localizada

a) no centro do quadrado.

b) na perpendicular à estrada que liga C e D passando por seu ponto médio, a 15km dessa estrada.

c) na perpendicular à estrada que liga C e D passando por seu ponto médio, a 25km dessa estrada.

d) no vértice de um triângulo equilátero de base AB oposto a essa base.

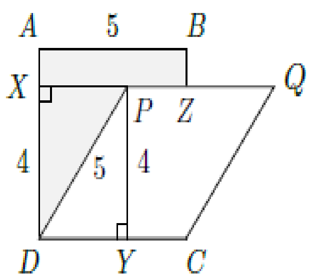
e) no ponto médio da estrada que liga as estações A e B.

Solução Exercício 1.

Trace o segmento BD e seja y o comprimento deste segmento. Observe que o quadrilátero ABCD é a união de dois triângulos retângulos BCD e ABD. Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo retângulo BCD obtemos $y^2 = 2^2 + 4^2$, ou seja, $y^2 = 20$. Agora, aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo retângulo ABD, obtemos $y^2 = x^2 + 3^2$. Logo, $x^2 = y^2 - 9 = 20 - 9 = 11$ e portanto $x = \sqrt{11}$.

Solução do Exercício 2.

Prolongue o segmento PQ até ele intersectar o segmento AD no ponto X e seja Y o ponto do segmento DC tal que PY é uma altura do losango $PQCD$. Seja Z o ponto de interseção dos segmentos PQ e BC. Observe que a figura sombreada é formada pelo retângulo $ABZX$ e pelo triângulo retângulo DPX. Para calcular a área desta figura vamos somar as áreas deste retângulo e deste triângulo retângulo.

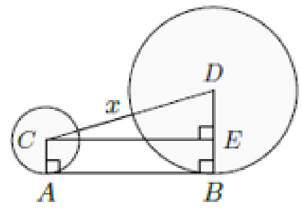


O losango tem base $\overline{DC} = 5$ cm, tem altura PY, e sua área é igual a 20 cm^2. Como a área de um losango é igual ao produto da base pela altura, temos que $\overline{DC} \times \overline{PY} = 20$. Daí $5 \times \overline{PY} = 20$ donde $\overline{PY} = 4$ cm. Como $\overline{XD} = \overline{PY} = 4$ cm, vemos que $\overline{XA} = 5 - 4 = 1$ cm.

Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo retângulo DPX de cateto $\overline{XD} = 4$ cm e de hipotenusa $\overline{DP} = 5$ cm, concluímos que $\overline{XP} = 3$ cm.

Daí o retângulo $ABZX$ tem base $\overline{XZ} = 5$ cm e tem altura $\overline{XA} = 1$ cm. A área desse retângulo é então igual a $5 \times 1 = 5$ cm^2. Já o triângulo retângulo DPX tem base $\overline{XP} = 3$ cm e tem altura $\overline{XD} = 4$ cm. Sua área é então igual a $\dfrac{3 \times 4}{2} = 6$ cm^2. Finalmente, a área desejada da região cinza é igual a $5 + 6 = 11$ cm^2.

Solução do Exercício 3.



Sejam C e D os centros das circunferências. Desenhe os segmentos CA e DB e desenhe o segmento CE paralelo a AB, como na figura a seguir.

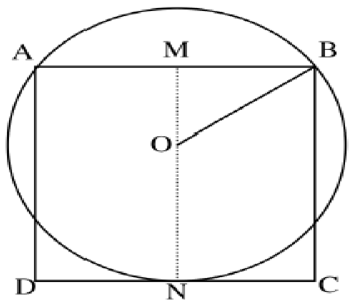
Nesta figura temos que $\overline{CA} = 2\ cm$ e $\overline{DB} = 5$ cm, pois estes dois segmentos são raios das circunferências. Além disso, $\overline{CE} = \overline{AB} = 10$ cm e $\overline{EB} = \overline{CA} = 2$ cm, pois $ABEC$ é um retângulo. Daí $\overline{DE} = \overline{DB} - \overline{EB} = 5 - 2 = 3$ cm. Se $x = \overline{CD}$, pelo Teorema de Pitágoras aplicado no triângulo retângulo CDE, obtemos

$$x^2 = 10^2 + 3^2 \;\Rightarrow\; x^2 = 109 \;\Rightarrow x = \sqrt{109}\ \text{cm}.$$

Solução do Exercício 4.

Trace pelo centro O da circunferência o segmento MN perpendicular a AB, como na figura abaixo. Como M é médio de AB temos, no triângulo retângulo OMB, OB = R, MB = a/2 e OM = a − R. Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo OMB, encontramos

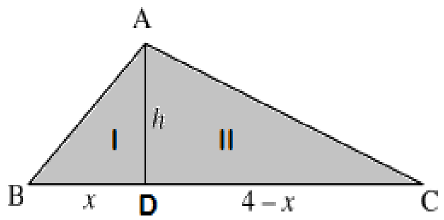
$$R^2 = \frac{a^2}{4} + (a - R)^2 \Rightarrow R = \frac{5a}{8}$$



.

Solução do Exercício 5.

Considere a figura que segue e aplique o teorema de Pitágoras em cada um dos triângulos retângulos I e II.

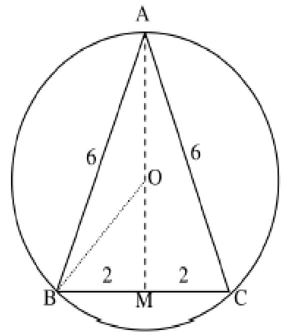


Dessa forma, $x^2 + h^2 = 12$ e $(4 - x)^2 + h^2 = 20$, ou seja, $x = 1$. Portanto, a altura do triângulo é dada por $h = \sqrt{11}$ e a área do triângulo ABC é igual a $\frac{4\sqrt{11}}{2} = 2\sqrt{11}$.

Solução do exercício 6.

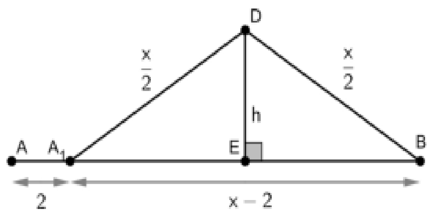
Traçamos a altura AM que passa pelo centro O da circunferência circunscrita ao triângulo ABC. No triângulo retângulo AMB calculamos $AM = 4\sqrt{2}$. Sendo R o raio da circunferência, o triângulo OMB fornece: $R^2 = 2^2 + (4\sqrt{2} - R)^2$

o que dá $R = \frac{9\sqrt{2}}{4}$.



Solução do exercício 7.

Suponhamos que a escada tenha comprimento $AB = x$. Na figura, os pontos A_1 e D indicam, respectivamente, as posições dos pontos A e C após o movimento. Como C é o ponto médio de AB, o triângulo A_1BD é isósceles com $A_1B = x - 2$ e $A_1D = BD = \frac{x}{2}$. A distância $h = DE$ do ponto D ao chão pode então ser calculada pelo teorema de Pitágoras como $h = \sqrt{\left(\frac{x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-2}{2}\right)^2} = \sqrt{x-1}$. No problema, temos $x = 290$ cm e então $h = \sqrt{289} = 17$ cm.



Solução do Exercício 8.

Primeiramente observe que os triângulos ABC e DEB são congruentes e, portanto, o segmento AB tem a mesma medida do lado DE do triângulo Q. Utilizando o Teorema de Pitágoras no triângulo ABC, temos que área de R = área de P + área de Q.

Portanto, a área de Q é $168 - 24 = 144$ cm².

Solução do Exercício 9.

O lado AE é a hipotenusa do triângulo retângulo AEH. Observemos que $AH = AB - HB = AB - DC = 5 - 2 = 3$ e $EH = DH - DE = CB - DE = 6 - 2 = 4$. Portanto, utilizando o Teorema de Pitágoras, segue que $AE = \sqrt{AH^2 + EH^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$. De acordo com o enunciado, $f(3)$ é a medida do perímetro do triângulo retângulo AEH, ou seja, $f(3) = 3 + 4 + 5 = 12$.

Solução do Exercício 10.

Considere o triângulo retângulo cuja hipotenusa é a escada que mede 25 m, um dos catetos é o segmento ligando o pé da escada à base do edifício, que mede 7 m, e o outro cateto é o segmento da parede do edifício que une o topo da escada ao solo. O comprimento *x* deste último cateto pode ser calculado imediatamente a partir do Teorema de Pitágoras: temos $25^2 = 7^2 + x^2$ e obtemos $x = 24$ m. Quando o topo da escada escorrega 4 m para baixo, obtemos um novo triângulo retângulo, cuja hipotenusa mede 25 m e um dos catetos mede 24 − 4 = 20 m. O outro cateto *y* deste triângulo é determinado, outra vez, pelo Teorema de Pitágoras: temos $25^2 = 20^2 + y^2$ e segue que $y = 15$ m. Logo, o deslocamento do pé da escada será de 15 − 7 = 8 m.

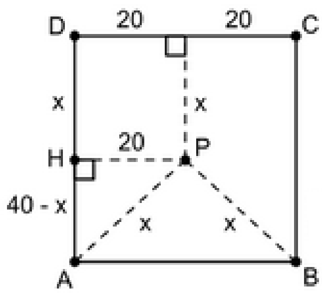
Solução do Exercício 11.

Segundo as informações apresentadas, segue que que 2x + 2y = 98 e $\frac{x}{y} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \frac{3y}{4}$. Logo,

$\frac{6y}{4} + 2y = 98 \Rightarrow y = 28 \Rightarrow x = \frac{3.28}{4} = 21$. Seja d a medida da diagonal do retângulo, então utilizando o teorema de Pitágoras tem-se que $d^2 = 21^2 + 28^2 \Rightarrow d = 35cm.$

Solução do Exercício 12.

Considere a figura abaixo, em que P é o ponto onde deverá ser construída a estação.



Aplicando o teorema de Pitágoras ao triângulo APH segue que:

$$
\begin{aligned}
x^2 = 20^2 + (40 - x)^2 &\Leftrightarrow x^2 = 400 + 1600 - 80x + x^2 \\
&\Leftrightarrow 80x = 2000 \\
&\Leftrightarrow x = 25\text{km}.
\end{aligned}
$$

Por conseguinte, a nova estação deverá ser construída na perpendicular à estrada que liga C e D passando por seu ponto médio, a 25km dessa estrada.
