Roteiro de Estudos
OBMEP NA ESCOLA – 2018
N3 – CICLO 2 – ENCONTRO 1

Assuntos a serem abordados:

- Princípios Aditivo de Multiplicativo, permutações, combinações, permutações de elementos nem todos distintos (Contagem)

Sugerimos os seguintes materiais de apoio à aula.

- Textos:

- Capítulos 1 e 4 (com exceção do exemplo 5 do capítulo 4) da Apostila 2 do PIC da OBMEP "Métodos de Contagem e Probabilidade", P. C. P. Carvalho.
  http://www.obmep.org.br/docs/apostila2.pdf
- Capítulos 8 e 9 do livro "Círculos de Matemática da OBMEP", vol. 1, B. Holanda, E. A. Chagas.
- Material Teórico do Portal da Matemática "O Princípio Fundamental da Contagem", F. S. Benevides.
  http://matematica.obmep.org.br/uploads/material_teorico/crfd0k3f2sggg.pdf

- Videoaulas do Portal da Matemática:

2º Ano do Ensino Médio → Módulo "Princípios Básicos de Contagem" (http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=15) → videoaulas: "Princípio Fundamental de Contagem", "Exercícios sobre o Princípio Fundamental de Contagem – Parte 1", "Exercícios sobre o Princípio Fundamental de Contagem – Parte 2", "Fatorial e Permutação Simples", "Exercícios sobre Permutação Simples – Parte 1", "Exercícios sobre Permutação Simples – Parte 2", "Exercícios sobre Permutação Simples – Parte 3", "Exercícios sobre Permutação Simples – Parte 4", "Permutação com Repetição", "Exercícios de Permutação com Repetição", "Combinação", "Exercícios sobre Combinação – Parte 1", "Exercícios sobre Combinação – Parte 2", "Exercícios sobre Combinação – Parte 3", "Exercícios sobre Combinação – Parte 4", "Exercícios sobre Combinação – Parte 5", "Miscelânea de Exercícios de Permutação e Combinação – Parte 1", "Miscelânea de Exercícios de Permutação e Combinação – Parte 2", "Miscelânea de Exercícios de Permutação e Combinação – Parte 3", "Miscelânea de Exercícios de Permutação e Combinação – Parte 4".

Tópicos Adicionais → Módulo "Métodos de Contagem e Probabilidade – PIC" (http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=69) → videoaula: "Aula 1 – Princípio Aditivo", "Aula 2 – Princípio Multiplicativo".

Lista de Exercícios – ONE2018 – N3 – Ciclo 2 – Encontro 1
ENUNCIADOS

No que segue, apresentamos uma lista de problemas que devem ser utilizados para direcionar o estudo desse encontro. Esses exercícios devem ser trabalhados segundo a metodologia do ensino da matemática através da resolução de problemas e as discussões desses exercícios devem motivar o estudo dos conteúdos propostos para esta aula.

Exercício 1:
Para compor a tripulação de um avião, dispomos de 20 pilotos, 4 copilotos, 3 comissárias e 5 comissários de bordo. Sabendo que em cada voo vão 2 comissárias, 2 comissários, 1 piloto e 2 copilotos, de quantos modos pode ser escolhida a tripulação?

Exercício 2:
Tenho 6 livros diferentes de Português e 6 livros diferentes de Matemática. Quero colocar 4 livros de Português e 3 de Matemática na prateleira de uma estante. De quantas maneiras posso fazer isso, de modo que livros da mesma matéria fiquem juntos?

Exercício 3:
Uma prova tem 10 questões de múltipla escolha. Cada questão certa vale 1 ponto e cada questão errada vale zero ponto. De quantos modos é possível tirar nota 7 nessa prova?

Exercício 4:
Maria deve criar uma senha de 4 dígitos para sua conta bancária. Nessa senha, somente os algarismos $1, 2, 3, 4, 5$ podem ser usados e um mesmo algarismo pode aparecer mais de uma vez. Contudo, supersticiosa, Maria não quer que sua senha contenha o número 13, isto é, o algarismo 1 seguido imediatamente pelo algarismo 3. De quantas maneiras distintas ela pode escolher sua senha?

Exercício 5 (Questão 2 – Banco de Questões da OBMEP – Nível 3 – 2013):
Os ciclistas têm aversão ao número zero (porque é oval) e ao número oito (porque assim ficam as rodas após os acidentes). Quantos sócios podem se inscrever num clube de ciclistas se cada um deve possuir uma identificação de três dígitos, sem usar o dígito zero nem o dígito oito?

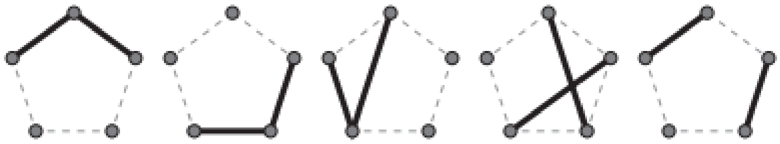
Exercício 6 (Questão 87 – Banco de Questões da OBMEP – Nível 3 – 2010):

Em um táxi, um passageiro pode se sentar na frente e três passageiros atrás. De quantas maneiras podem se sentar quatro passageiros de um taxi se um desses passageiros quiser ficar na janela?

Exercício 7 (Questão 9 – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2005):
Os bilhetes de uma rifa são numerados de 1000 a 9999. Marcelo comprou todos os bilhetes nos quais o algarismo sete aparece exatamente três vezes e o zero não aparece. Quantos bilhetes Marcelo comprou?

Exercício 8 (Questão 11 – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2007):
Manuela quer pintar as quatro paredes de seu quarto usando as cores azul, rosa, verde e branco, cada parede de uma cor diferente. Ela não quer que as paredes azul e rosa fiquem de frente uma para a outra. De quantas maneiras diferentes ela pode pintar seu quarto?

Exercício 9 (Questão 17 – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2009):
Com exatamente dois segmentos de reta, podemos fazer figuras diferentes unindo os vértices de um pentágono. Cinco dessas figuras estão ilustradas a seguir.



Incluindo essas cinco, quantas figuras diferentes podemos fazer desse modo?

Exercício 10 (Questão 17 – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2010):
Tio Paulo trouxe cinco presentes diferentes, entre os quais uma boneca, para distribuir entre suas sobrinhas Ana, Bruna, Cecília e Daniela. De quantos modos ele pode distribuir os presentes entre as sobrinhas de modo que todas ganhem pelo menos um presente e a boneca seja dada para Ana?

Exercício 11 (Questão 9 – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2011):
Com os algarismos 1, 4, 6 e 8 pode-se formar vários números de três algarismos distintos. Qual é a soma de todos esses números?

Exercício 12 (Questão 11 – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2013):
Ana quer fazer duas aulas de natação por semana, uma de manhã e a outra à tarde. A escola de natação tem aulas de segunda a sábado às 9h, 10h e 11h e de segunda a sexta às 17h e 18h. De quantas maneiras distintas Ana pode escolher o seu horário semanal, de modo que ela não tenha suas aulas no mesmo dia nem em dias consecutivos?

Solução do Exercício 1:
Para escolher a tripulação de um voo, há $C_3^2 = 3$ maneiras de escolher as comissárias, $C_5^2 = 10$ maneiras de escolher os comissários, $C_4^2 = 6$ maneiras de escolher os copilotos e 20 maneiras de escolher o piloto. Assim, pelo Princípio Multiplicativo, há $3 \times 10 \times 6 \times 20 = 3600$ modos de escolher a tripulação.

Solução do Exercício 2:
Há $C_6^4 = 15$ maneiras de escolher 4 livros dentre os 6 livros de Português. Uma vez escolhidos os 4 livros de Português, há $4! = 24$ maneiras de dispô-los na prateleira. Em seguida, escolhemos 3 livros dentre os 6 de Matemática, o que pode ser feito de $C_6^3 = 20$. Uma vez escolhidos os 3 livros de Português, há $3! = 6$ maneiras de dispô-los na prateleira. Como os livros de Português podem estar dispostas à esquerda ou à direita dos de Matemática, então o número de maneiras de dispor todos os 7 livros na prateleira é igual a $15 \times 24 \times 20 \times 6 \times 2 = 86400$.

Solução do Exercício 3:
Cada maneira de tirar nota 7 na prova corresponde, de maneira única, a uma sequência de 10 dígitos, sendo 3 dígitos iguais a 0 e 7 dígitos iguais a 1. O i-ésimo dígito na sequência corresponde a ter acertado ou não a i-ésima questão da prova. Assim, o número de maneiras de tirar nota 7 na prova é igual ao número de tais sequências, que é igual a $P_{10}^{3,7} = \frac{10!}{3!\cdot 7!} = 120$.

Solução do Exercício 4:
Sem a restrição de a senha conter o número 13, haveria $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$ escolhas para a senha, uma vez que para cada um dos 4 dígitos há 5 escolhas possíveis. Porém, devem ser excluídas senhas do tipo $13XX$, $X13X$ e $XX13$. Existem $5 \times 5 = 25$ escolhas para cada um desses três tipos de senha, uma vez que para cada um dos 2 dígitos representados por X há 5 escolhas possíveis. Assim, o número de maneiras distintas de Maria escolher sua senha seria $625 - 3 \times 25 = 550$. No entanto, na contagem das senhas do tipo $13XX$ e $XX13$, a senha 1313 foi considerada duas vezes. Assim, a resposta é $550 + 1 = 551$.

Solução do Exercício 5:
Já que os ciclistas não usam o dígito 0 e nem o 8, restam os dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 9. Assim, há 8 possibilidades para a escolha de cada dígito. Temos que escolher números de três dígitos. Logo, temos 8 opções para o primeiro dígito, 8 opções para o segundo dígito e 8 opções para o terceiro dígito. Daí, pelo Princípio Multiplicativo, conclui-se que no máximo $8 \times 8 \times 8 = 512$ sócios podem se inscrever.

Solução do Exercício 6:

O passageiro que quer ficar na janela tem três possíveis lugares para se sentar, o seguinte pode se sentar em qualquer lugar livre, tendo, portanto, três possíveis lugares; o seguinte tem dois possíveis lugares e o último não tem escolha. Assim, o número dessas formas de se sentar é $3 \times 3 \times 2 = 18$.

Solução do Exercício 7:

Para formar o número de um dos bilhetes comprados por Marcelo, inicialmente deve-se decidir como dispor o algarismo sete no número. Há 4 maneiras de tomar essa decisão, pois o número do bilhete é de uma das seguintes formas: $777X$, $77X7$, $7X77$ ou $X777$, sendo que X representa um algarismo diferente de zero e 7. Uma vez tomada essa primeira decisão, deve-se, afinal, tomar a decisão de escolher o algarismo restante. Essa última decisão pode ser tomada de 8 maneiras, uma vez que o algarismo restante deve ser diferente de zero e 7. Assim, pelo Princípio Multiplicativo, o número de bilhetes comprados por Marcelo é $8 \times 4 = 32$.

Solução do Exercício 8:

Manuela pode começar decidindo qual das paredes pintará de azul. Como há 4 paredes, há 4 maneiras de tomar essa decisão. Uma vez tomada essa decisão, ela deve decidir qual cor usará para pintar a parede oposta. Como só poderá pintar a parede oposta de verde ou branco, há 2 maneiras de tomar essa decisão. Uma vez tomada essa decisão, ela deve decidir qual cor usará para pintar uma das paredes ainda não pintadas. Como há 2 cores ainda não usadas, há 2 maneiras de tomar essa decisão. Uma vez tomada essa decisão, por fim, ela deve decidir qual cor usará para pintar a última parede. Como só restou uma cor ainda não usada, há apenas 1 maneira de tomar essa decisão. Assim, pelo Princípio Multiplicativo, o número de maneiras de Manuela pintar o seu quarto é $4 \times 2 \times 2 \times 1 = 16$.

Solução do Exercício 9:

Como dois vértices do pentágono definem um segmento de reta, há um total de $C_5^2 = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$ segmentos de reta. Uma figura consiste de 2 destes segmentos de reta, e escolhas distintas de dois segmentos de reta correspondem a figuras distintas. Assim, o número de figuras distintas é igual a $C_{10}^2 = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45$.

Solução do Exercício 10:

Temos dois casos a analisar: (a) Ana recebe dois presentes ou (b) Ana recebe apenas a boneca. No caso (a), Ana recebe a boneca e Tio João deve distribuir os quatro presentes restantes de modo que cada criança, inclusive Ana, receba exatamente um desses presentes. Para isso, ele pode numerar os presentes (que são distintos) e escolher qual das crianças vai ganhar o primeiro presente (4 escolhas), depois qual vai ganhar o segundo (3 escolhas), depois qual vai ganhar o terceiro (2 escolhas) e finalmente qual vai ganhar o último (1 escolha). Pelo Princípio Multiplicativo, isso pode ser feito de $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ maneiras diferentes. No caso (b), Tio João deve distribuir os presentes entre as outras três crianças, de modo que cada uma receba pelo menos um presente. Desse modo, uma das crianças vai receber dois presentes e as outras duas apenas um. O Tio João deve escolher quem vai receber dois presentes (3 escolhas). Depois disso, ele dá um presente para cada uma das crianças que vão receber apenas um presente ($4 \times 3 = 12$ escolhas) e entrega os presentes restantes à criança que vai ganhar dois presentes (1 escolha). Pelo Princípio Multiplicativo, isso pode ser feito de $3 \times 12 \times 1 = 36$ maneiras diferentes. No total, pelo Princípio Aditivo, Tio João pode distribuir os presentes de $24 + 36 = 60$ maneiras diferentes.

Solução do Exercício 11:

Pelo Princípio Multiplicativo, com os números 1, 4, 6 e 8 podem-se formar $4 \times 3 \times 2 = 24$ números de três algarismos distintos, pois temos 4 possibilidades para escolher a centena, depois 3 possibilidades para escolher a dezena e, por fim, 2 possibilidades para escolher a unidade. Nas unidades desses números irão aparecer seis vezes cada um dos algarismos 1, 4, 6 e 8, pois cada um deles aparece o mesmo número de vezes entre os 24 números e $24 \div 4 = 6$; o mesmo irá ocorrer nas dezenas e nas centenas. Como $6 \times (1 + 4 + 6 + 8) = 114$, a soma desses 24 números será $114 + 10 \times 114 + 100 \times 114 = 111 \times 114 = 12654$.

Solução do Exercício 12:

Vamos dividir os possíveis horários de Ana em dois casos: (1) se ela tem aula aos sábados e (2) se ela não tem aula aos sábados.

No caso (1), ela deve escolher sua aula de sábado (3 possibilidades) e depois sua aula à tarde (2 possibilidades) em algum dia de segunda a quinta (4 possibilidades). Temos então $3 \times 2 \times 4 = 24$ horários possíveis nesse caso.

No caso (2), ela deve escolher dois dias não consecutivos da semana (6 possibilidades), escolher um deles para ter aula pela manhã (2 possibilidades; automaticamente, no outro dia escolhido ela terá aula à tarde), escolher seu horário da manhã (3 possibilidades) e seu horário da tarde (2 possibilidades). Temos então $6 \times 2 \times 3 \times 2 = 72$ horários possíveis nesse caso.

No total, Ana tem $24 + 72 = 96$ horários possíveis para fazer suas aulas com as restrições do enunciado.

<u>Assuntos a serem abordados:</u>

- Probabilidade de eventos de espaços amostrais equiprováveis (Contagem)

Sugerimos os seguintes materiais de apoio à aula.

- <u>Textos:</u>

- Capítulos 2 e 3 da Apostila do PIC da OBMEP "Métodos de Contagem e Probabilidade", P. C. P. Carvalho.
  http://www.obmep.org.br/docs/apostila2.pdf
- Material Teórico do Portal da Matemática "Módulo Introdução à Probabilidade – O que é probabilidade?", F. S. Benevides, A. C. M. Neto.
  http://matematica.obmep.org.br/uploads/material_teorico/cwxho8oykn408.pdf
- Material Teórico do Portal da Matemática "Módulo Introdução à Probabilidade – Ferramentas Básicas", F. S. Benevides, A. C. M. Neto.
  https://portaldosaber.obmep.org.br/uploads/material_teorico/de1pxkmftm8sc.pdf

- <u>Videoaulas do Portal da Matemática:</u>

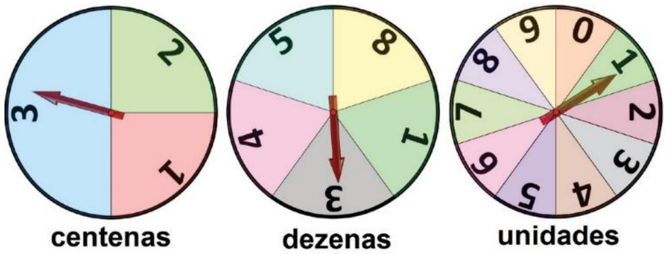
2º Ano do Ensino Médio → Módulo "Introdução à Probabilidade" (http://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/ver?modulo=46) → videoaulas: "Probabilidade – Introdução – Parte 01", "Probabilidade – Introdução – Parte 02", "Probabilidade – Introdução – Parte 03", "Probabilidade – Probabilidade em espaço amostral finito e equiprovável", "Probabilidade – Exercícios – Parte 01", "Probabilidade – Exercícios – Parte 02", "Probabilidade – Exercícios – Parte 03", "Probabilidade – Ferramentas Básicas – Parte 01", "Probabilidade – Ferramentas Básicas – Parte 02", "Probabilidade – Exercícios – Parte 01", "Probabilidade – Exercícios – Parte 02", "Probabilidade – Exercícios – Parte 03", "Probabilidade – Exercícios – Parte 04".

Lista de Exercícios – ONE2018 – N3 – Ciclo 2 – Encontro 2
ENUNCIADOS

Exercício 1 (Questão 16 – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2016):
A professora decidiu premiar, por sorteio, dois dentre os 20 alunos da turma de João. Para o sorteio, 20 bolas com os números dos alunos foram colocadas em uma caixa. A primeira bola sorteada pela professora caiu no chão e se perdeu, sem que ninguém visse seu número. Ela decidiu fazer o sorteio com as bolas restantes. Qual é a probabilidade de que João tenha sido um dos dois alunos sorteados?

Exercício 2 (Questão 16 – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2006):
Uma caixa contém cinco bolas numeradas de 1 a 5. Dela são retiradas ao acaso duas bolas. Qual a probabilidade de que o maior número assim escolhido seja o 4?

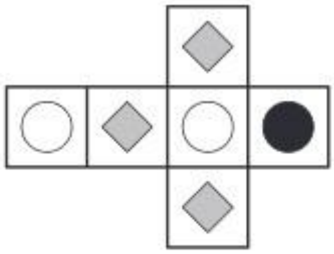
Exercício 3 (Questão 12 – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2015):
Na figura, o círculo das centenas está dividido em três setores, um semicircular e outros dois de mesma área. Cada um dos outros dois círculos está dividido em setores de mesma área. As setas nesses círculos, quando giradas, param ao acaso em algum setor, determinando um número de três algarismos. Por exemplo, na figura elas determinaram o número 331.



Qual é a probabilidade de que o número determinado pelas setas, após serem giradas, seja maior do que 260?

Exercício 4 (Questão 19 – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2014):
Dois dados têm suas faces pintadas de vermelho ou azul. Ao jogá-los, a probabilidade de observarmos duas faces superiores de mesma cor é $\frac{11}{18}$. Se um deles tem cinco faces vermelhas e uma azul, quantas faces vermelhas tem o outro?

Exercício 5 (Questão 14 – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2013):
Um dado foi construído usando a planificação da figura. Qual é a probabilidade de obtermos dois resultados diferentes quando jogamos esse dado duas vezes?



Exercício 6 (Questão 12 – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2011):
Três amigas possuem, cada uma, três blusas: uma amarela, uma branca e uma preta. Se cada amiga escolher ao acaso uma de suas blusas, qual é a probabilidade de que as cores das blusas escolhidas sejam todas diferentes?

Exercício 7 (Questão 19 – Prova da 1ª Fase da OBMEP – Nível 3 – 2005):
Brasil e Argentina participam de um campeonato internacional de futebol no qual competem oito seleções. Na primeira rodada serão realizadas quatro partidas, nas quais os adversários são escolhidos por sorteio. Qual é a probabilidade de Brasil e Argentina se enfrentarem na primeira rodada?

Exercício 8:
Uma caixa contém 20 peças em boas condições e 15 em más condições. Uma amostra de 10 peças é extraída. Calcular a probabilidade de que ao menos uma peça na amostra seja defeituosa.

Exercício 9:
Dez pessoas são separadas em dois grupos de 5 pessoas cada um. Qual é a probabilidade de que duas pessoas determinadas A e B façam parte do mesmo grupo?

Exercício 10:
5 homens e 5 mulheres compram 10 cadeiras consecutivas na mesma fila de um teatro. Supondo que se sentaram aleatoriamente nas 10 cadeiras, calcular a probabilidade de que homens e mulheres se sentem em cadeiras alternadas.

Exercício 11:
Uma urna contém 4 bolas brancas, 4 bolas pretas e 4 bolas vermelhas. Sacam-se 6 bolas dessa urna. Determine a probabilidade de serem sacadas 2 bolas de cada cor supondo a extração sem reposição.

Exercício 12:
Há 8 carros estacionados em 12 vagas. Qual é a probabilidade das vagas vazias serem consecutivas?

Solução do Exercício 1:
http://www.obmep.org.br/provas_static/sf1n3-2016.pdf
Como a bolinha que caiu não foi encontrada, nada se pode afirmar sobre ela, isto é, se ela era de João ou não era, então, tudo se passa como se ela ainda estivesse na caixa. Portanto, a probabilidade de João vencer é de 2 chances em 20, ou seja, $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$.

Solução do Exercício 2:
http://www.obmep.org.br/provas_static/sf1n3-2006.pdf
O número de maneiras de retirarmos duas bolas da caixa é 10, o que podemos ver listando as possibilidades: $\{1,2\}, \{1,3\}, \{1,4\}, \{1,5\}, \{2,3\}, \{2,4\}, \{2,5\}, \{3,4\}, \{3,5\}, \{4,5\}$. O 4 é maior número escolhido em 3 casos. Logo a probabilidade pedida é $\frac{3}{10}$.

Solução do Exercício 3:
Como os três setores no círculo das centenas são de tamanhos diferentes, vamos imaginar esse círculo dividido em 4 setores de $\frac{1}{4}$ de círculo. Dessa forma há duas formas da seta apontar no dígito 3, uma forma de apontar no dígito 2 e uma forma de apontar no dígito 1. O número de casos possíveis corresponde à quantidade de números de três algarismos que podem ser formados com as três roletas, tomando em conta a observação acima. Assim, o número de casos possíveis é $4 \times 5 \times 10 = 200$. Se o dígito das centenas for 3, o número formado é maior que 260. São $2 \times 5 \times 10 = 100$ formas de obter um número que começa com 3, considerando a observação inicial. Se o dígito das centenas for 2, então o dígito das dezenas deve ser 8. São 10 números cujo dígito das centenas é 2 e o dígito das dezenas é 8. Assim, o número de casos em que o número formado pela roleta é maior que 260 é $100 + 10 = 110$. Dessa forma, a probabilidade de que o número determinado pelas setas seja maior que 260 é $\frac{110}{200} = \frac{11}{20}$.

Solução do Exercício 4:
http://www.obmep.org.br/provas_static/sf1n3-2014.pdf
Podemos supor que o primeiro cubo tem cinco faces vermelhas e uma branca. Seja v o número de faces vermelhas do segundo cubo. Ao se lançar os dois dados, há $6 \times 6 = 36$ casos possíveis. Para que as faces tenham a mesma cor, devem ser ambas vermelhas ($5 \times v$ possibilidades) ou ambas azuis ($1 \times (6 - v)$ possibilidades). A probabilidade de se observar faces iguais é, portanto,

$$\frac{Número\ de\ casos\ favoráveis}{Número\ de\ casos\ possíveis} = \frac{5v + (6 - v)}{36} = \frac{2v + 3}{18} = \frac{11}{18}.$$

Assim, deve-se ter $2v + 3 = 11$, ou seja, $v = 4$. O segundo cubo deve ter, portanto, 4 faces vermelhas.

Solução do Exercício 5:
http://www.obmep.org.br/provas_static/sf1n3-2013.pdf
Podemos obter dois símbolos iguais das seguintes formas:

- 2 quadrados cinzas de $3 \times 3 = 9$ formas;
- 2 círculos brancos de $2 \times 2 = 4$ formas;
- 2 círculos pretos de $1 \times 1 = 1$ forma.

Totalizando $9 + 4 + 1 = 14$ formas de obter 2 símbolos iguais. O número total de casos possíveis é $6 \times 6 = 36$, logo a probabilidade de obter dois símbolos iguais é $\frac{14}{36} = \frac{7}{18}$. Segue que a probabilidade de obter dois símbolos distintos é $1 - \frac{7}{18} = \frac{11}{18}$.

Solução do Exercício 6:
http://www.obmep.org.br/provas_static/2011/sf1n3-2011.pdf
As amigas podem escolher suas blusas, sem restrição, de $3 \times 3 \times 3 = 27$ maneiras diferentes. Por outro lado, se elas devem escolher blusas sem repetição de cores e uma delas já escolheu a sua entre as 3 possibilidades, uma outra terá apenas 2 possibilidades e a última apenas 1, num total de $3 \times 2 \times 1 = 6$ possibilidades sem repetição de cores. Logo a probabilidade em questão é igual a $\frac{6}{27} = \frac{2}{9}$.

Solução do Exercício 7:
http://www.obmep.org.br/provas_static/sf1n3-2005.pdf
Como há 7 possíveis adversários para o Brasil, todos com a mesma chance de serem escolhidos, a probabilidade do adversário do Brasil na primeira rodada ser a Argentina é $\frac{1}{7}$.

Solução do Exercício 8:
A probabilidade de que nenhuma peça seja defeituosa é

$$\frac{C_{20}^{10}}{C_{35}^{10}} = \frac{20! \cdot 25!}{10! \cdot 35!} \approx 0{,}001.$$

A probabilidade de que pelo menos uma peça seja defeituosa é aproximadamente igual a $1 - 0{,}001 = 0{,}999$.

Solução do Exercício 9:
<u>1ª Solução</u>: Colocada a pessoa A, há 9 posições possíveis para B, das quais 4 são favoráveis. Logo, a probabilidade é $\frac{4}{9}$.
<u>2ª Solução</u>: O número de casos possíveis é $C_{10}^{5} = 252$, pois há $C_{10}^{5} = 252$ modos de escolher o primeiro grupo e, depois disso, há apenas um modo de escolher o segundo grupo; o número de casos favoráveis é $2 \cdot C_8^3 = 112$, pois há $C_8^3 = 56$ modos de distribuir as pessoas com A e B no primeiro grupo e há outro tanto com A e B no segundo grupo. A probabilidade é $\frac{112}{252} = \frac{4}{9}$.

Solução do Exercício 10:
Há $10!$ casos possíveis, dos quais $2 \cdot 5! \cdot 5!$ são favoráveis, pois há dois modos de intercalar homens e mulheres (pode-se começar por homem ou por mulher), $5!$ modos de arrumar os homens nos lugares a eles destinados e $5!$ modos de arrumar as mulheres nos lugares a elas destinados. A probabilidade é $\frac{2 \cdot 5! \cdot 5!}{10!} = \frac{1}{126}$.

Solução do Exercício 11:
Como a extração é sem reposição, podemos imaginar as bolas retiradas simultaneamente. Há C_{12}^{6} modos de sacar 6 bolas da urna. Há $C_4^2 \cdot C_4^2 \cdot C_4^2$ modos de sacar 2 bolas brancas, 2 pretas e 2 vermelhas. A resposta é $\frac{C_4^2 \cdot C_4^2 \cdot C_4^2}{C_{12}^{6}} = \frac{18}{77}$.

Solução do Exercício 12:
Há C_{12}^{4} modos de selecionar as 4 que não serão ocupadas e 9 modos de escolher 4 vagas consecutivas, a saber:

$$(1\ 2\ 3\ 4, 2\ 3\ 4\ 5, \dots, 9\ 10\ 11\ 12).$$

A probabilidade é $\frac{9}{C_{12}^{4}} = \frac{14}{55}$.

--- FIM ---