Roteiro de Estudos
OBMEP NA ESCOLA – 2018
N1 – CICLO 5 – Encontro 1

Em praticamente todas as provas da OBMEP podemos encontrar questões com gráficos e tabelas.

O objetivo deste encontro é estimular a habilidade dos alunos interpretarem corretamente gráficos e tabelas e identificarem informações apresentadas de maneiras diversas.

O encontro poderá ser realizado através da discussão da lista de problemas a seguir, que na verdade é uma coletânea de questões da OBMEP e da OBM. Por outro lado, como este assunto é importante e está presente em praticamente todas as séries escolares, os professores também podem utilizar questões de outras fontes.

Encontro 1:

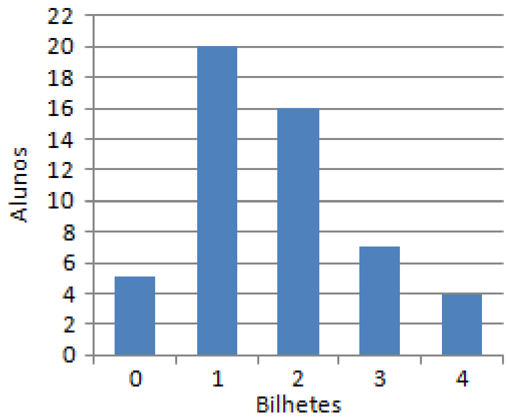
Assuntos a serem abordados: **Noções básicas de estatística**

- Interpretação de gráficos e tabelas.

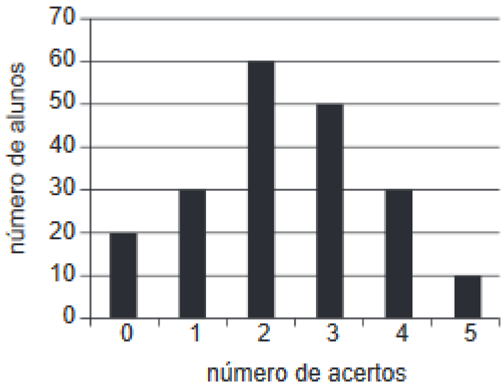
Referência bibliográfica básica:

- Portal da Matemática – 7º ano – módulo: noções básicas de estatística.

Exercício 1. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2010 – N1 – questão 5)
A turma de Carlos organizou uma rifa. O gráfico mostra quantos alunos compraram um mesmo número de bilhetes; por exemplo, sete alunos compraram três bilhetes cada um. Quantos bilhetes foram comprados?

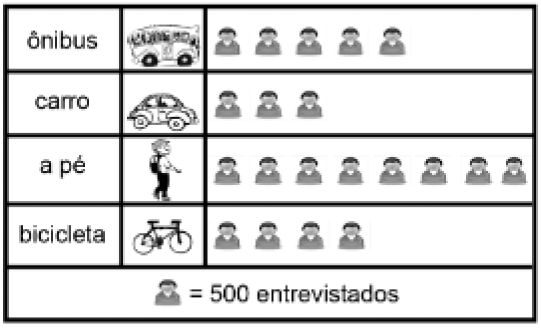


Exercício 2. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2009 – N1 – questão 16)
Os alunos do sexto ano da Escola Municipal de Quixajuba fizeram uma prova com 5 questões. O gráfico mostra quantos alunos acertaram o mesmo número de questões; por exemplo, 30 alunos acertaram exatamente 4 questões. Qual das afirmações a seguir é verdadeira?



(a) Apenas 10% do total de alunos acertaram todas as questões.
(b) A maioria dos alunos aertou mais de 2 questões.
(c) Menos de 200 alunos fizeram a prova.
(d) 40 alunos acertaram pelo menos 4 questões.
(e) Exatamente 20% do total de alunos não resolveram nenhuma questão.

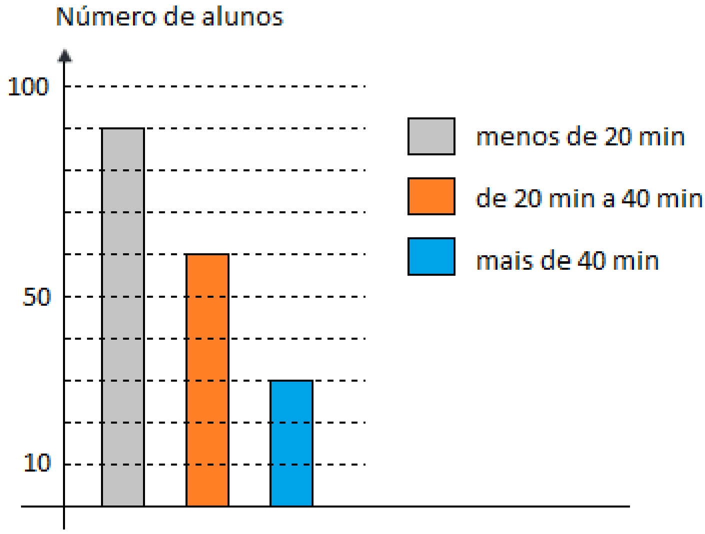
Exercício 3. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2008 – N1 – questão 5)
Veja na tabela o resultado da pesquisa feita em um bairro de uma grande cidade sobre os modos de ir ao trabalho.



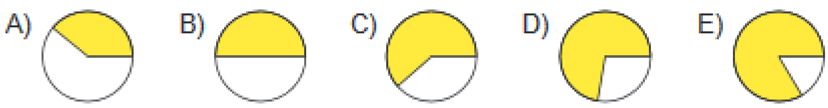
Com base nessa tabela, qual é a afirmativa correta?

(a) Metade dos entrevistados vai a pé ao trabalho.
(b) O meio de transporte mais utilizado pelos entrevistados para ir ao trabalho é a bicicleta.
(c) 50% dos entrevistados vão ao trabalho de ônibus.
(d) A maioria dos entrevistados vai ao trabalho de carro ou de ônibus.
(e) 15% dos entrevistados vão ao trabalho de carro.

Exercício 4. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2017 – N1 – questão 5)
O gráfico de barras mostra a distribuição dos alunos de uma escola conforme o tempo diário dedicado à leitura.



Qual é o gráfico de setores que melhor representa, na região sombreada, a fração de alunos que dedicam à leitura no máximo 40 minutos por dia?



Exercício 5. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2011 – N1 – questão 10)
A tabela apresenta as cinco seleções de futebol feminino mais bem classificadas no ano de 2010, segundo a FIFA. Cada **X** na tabela significa que a seleção da linha correspondente está mais bem classificada do que a seleção na coluna correspondente; por exemplo, a Alemanha está mais bem classificada do que o Brasil. Qual é a ordem de classificação destas cinco seleções?

FIFA 2010 Futebol Feminino	Alemanha	Brasil	EUA	Japão	Suécia
Alemanha		**X**		**X**	**X**
Brasil				**X**	**X**
EUA	**X**	**X**		**X**	**X**
Japão					
Suécia				**X**	

Exercício 6. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2015 – N1 – questão 13)
Os 1641 alunos de uma escola devem ser distribuídos em salas de aula para a prova da OBMEP. As capacidades das salas disponíveis e suas respectivas quantidades estão informadas na tabela abaixo. Qual é a quantidade mínima de salas que devem ser utilizadas para essa prova?

Capacidade máxima de cada sala	Quantidade de salas disponíveis
30 alunos	30
40 alunos	12
50 alunos	7
55 alunos	4

Exercício 7. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2010 – N1 – questão 15)
Alice foi à perfumaria e viu a tabela de preços, como na figura. Com R$ 10,00 ela comprou um sabonete, um creme dental e um desodorante e ainda sobrou dinheiro. Podemos garantir que entre os artigos comprados havia

(a) um sabonete pequeno.
(b) um creme dental médio.
(c) um desodorante pequeno.
(d) um sabonete médio.
(e) um creme dental pequeno.

PREÇOS (R$)

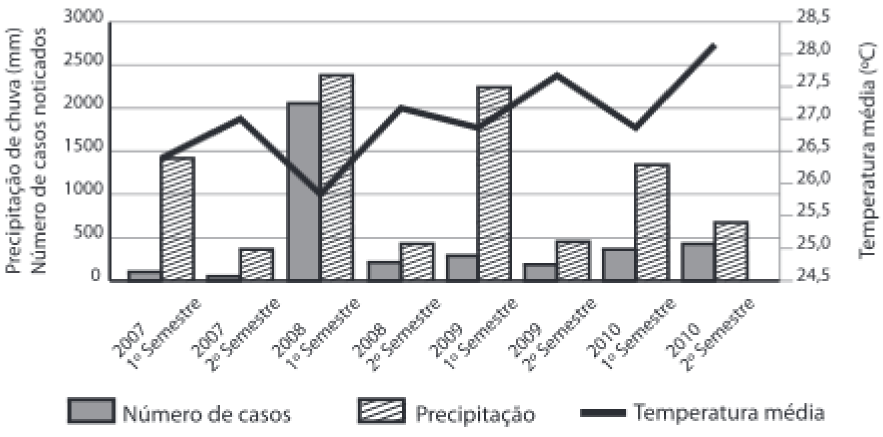
	Sabonete	Creme dental	Desodorante
Pequeno	1,80	2,40	4,00
Médio	2,80	4,40	5,00
Grande	4,00	6,00	8,50

Exercício 8. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2009 – N1 – questão 9)
Daniela fez uma tabela mostrando a quantidade de água que gastava em algumas de suas atividades domésticas.

Atividade	Consumo	Frequência
Lavar roupa	150 litros por lavagem	1 vez ao dia
Tomar um banho de 15 minutos	90 litros por banho	1 vez ao dia
Lavar o carro com mangueira	100 litros por lavagem	1 vez por semana

Para economizar água, ela reduziu a lavagem de roupa a 3 vezes por semana, o banho diário a 5 minutos e a lavagem semanal do carro a apenas um balde de 10 litros. Quantos litros de água ela passou a economizar por semana?

Exercício 9. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2013 – N1 – questão 11)
O gráfico mostra o número de casos notificados de dengue, a precipitação de chuva e a temperatura média, por semestre, dos anos de 2007 a 2010 em uma cidade brasileira.



Fonte: adaptado de http://sic2011.com/sic/arq/81903267457118190326745.pdf

Podemos afirmar que:

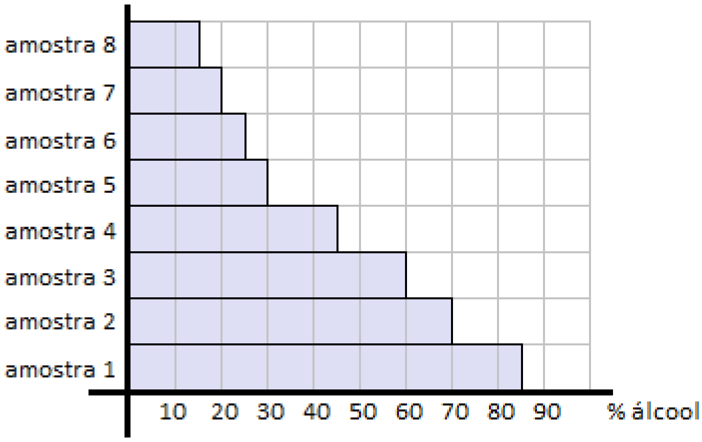
(a) O período de maior precipitação foi o de maior temperatura média e com o maior número de casos de dengue notificados.
(b) O período com menor número de casos de dengue notificados também foi o de maior temperatura média.
(c) O período de maior temperatura média foi também o de maior precipitação.
(d) O período de maior precipitação não foi o de maior temperatura média e teve o maior número de casos de dengue notificados.
(e) Quanto maior a precipitação em um período, maior o número de casos de dengue notificados.

Exercício 10. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2017 – N1 – questão 18)
Uma escola fez uma pesquisa com todos os alunos do sexto ano para verificar se eles gostavam de banana, maçã ou laranja. Cada aluno assinalou pelo menos uma dessas três frutas. A tabela abaixo apresenta os resultados da pesquisa.

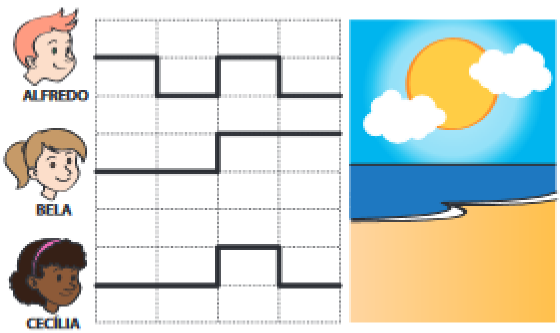
	6ª A	6ª B	6ª C
Banana	20	15	14
Maçã	12	20	12
Laranja	18	5	10

Por exemplo, 20 alunos do 6.º A assinalaram que gostam de banana. Quantos alunos há, no mínimo e no máximo, no sexto ano dessa escola?

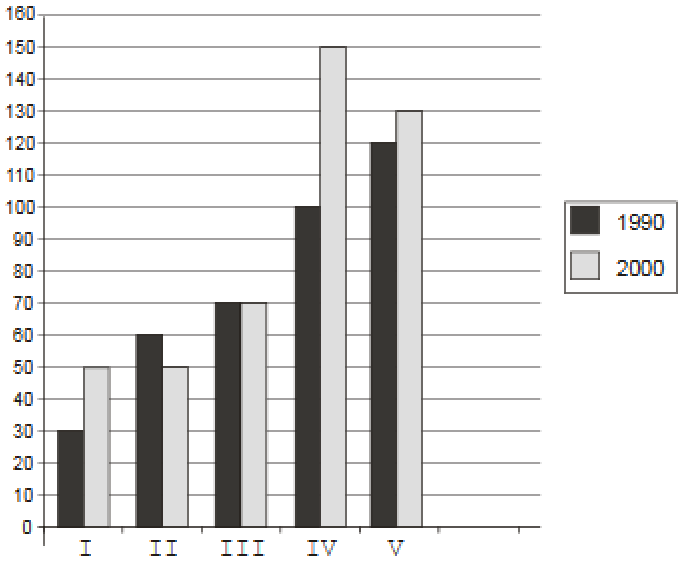
Exercício 11. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2005 – N1 – questão 19)
Para testar a qualidade de um combustível composto apenas de gasolina e álcool, uma empresa recolheu oito amostras em diversos postos de gasolina. Para cada amostra foi determinado o percentual de álcool e o resultado é mostrado no gráfico ao lado. Em quantas dessas amostras o percentual de álcool é maior que o percentual de gasolina?



Exercício 12. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2012 – N1 – questão 5)
As ruas de Quixajuba formam uma malha de retângulos iguais. A figura mostra os caminhos percorridos por Alfredo, Bela e Cecília de suas casas até a praia, no mapa de Quixajuba. Nesses caminhos Alfredo e Bela percorrem, respectivamente, 290 e 230 metros. Qual é a distância, em metros, que Cecília percorre?



Exercício 13. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2006 – N1 – questão 13)
No gráfico estão representadas as populações das cidades I, II, III, IV e V em 1990 e 2000, em milhares de habitantes. Por exemplo, em 1990 a população da cidade II era de 60000 habitantes e em 2000 a cidade IV tinha 150000 habitantes. Qual cidade teve o maior aumento percentual de população de 1990 a 2000?



Exercício 14. (OBM 2014 – 1ª fase – N1 – questão 9)
A tabela ao lado mostra o preço em reais das passagens para viagens entre duas das cidades A, B, C, D e E. Nesta tabela, na linha está a cidade de origem e na coluna está a cidade de destino. Note que o preço de ida e o preço de volta entre duas mesmas cidades podem ser diferentes. Pablo quer sair de uma dessas cidades e visitar todas as demais gastando o mínimo possível. Quanto Pablo irá gastar?

	A	**B**	**C**	**D**	**E**
A		3	1	2	5
B	2		2	1	4
C	1	3		2	1
D	2	5	4		3
E	5	2	1	4	

(a) 4 reais
(b) 5 reais
(c) 6 reais
(d) 9 reais
(e) 11 reais

Solução do exercício 1. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2010 – N1 – questão 5)
Vamos ler as informações contidas no gráfico:

- 5 alunos não compraram bilhetes: total 5×0=0 bilhetes.
- 20 alunos compraram 1 bilhete cada um: total 20×1=20 bilhetes.
- 16 alunos compraram 2 bilhetes cada um: total 16×2=32 bilhetes.
- 7 alunos compraram 3 bilhetes cada um: total 7×3=21 bilhetes.
- 4 alunos compraram 4 bilhetes cada um: total 4×4=16 bilhetes.

Logo o número de bilhetes comprados foi 0 + 20 + 32 + 21 + 16 = 89.

Solução do exercício 2. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2009 – N1 – questão 16)
O gráfico mostra que 20 + 30 + 60 + 50 + 30 + 10 = 200 alunos fizeram a prova. Vamos às alternativas.

(a) É falsa, pois 10% de 200 é 20 e o número de alunos que acertaram todas as questão é 10, que corresponde a 5% do total de alunos.
(b) É falsa, pois a quantidade de alunos que acertaram mais de 2 questões é 50+30+10=90, menos do que a metade de alunos que fizeram a prova.
(c) É falsa, pois o gráfico mostra que exatamente 200 alunos fizeram a prova.
(d) É verdadeira, pois o número de alunos que acertaram 4 ou 5 questões é 30+10=40.
(e) É falsa, pois 20% de 200 é 40 e o número de alunos que não resolveram nenhuma questão é 20 que corresponde a 10% do total de alunos.

Solução do exercício 3. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2008 – N1 – questão 5)
O número total de bonequinhos é 5 + 3 + 8 + 4 = 20. Vamos agora analisar as alternativas uma a uma.

(a) O número de pessoas que vai ao trabalho a pé corresponde a 8 bonequinhos, menos da metade de 20. Logo essa alternativa é falsa.
(b) O número de pessoas que vai ao trabalho de bicicleta corresponde a apenas 4 bonequinhos, que é inferior aos que optam pelo ônibus ou ir a pé. Logo essa alternativa é falsa.
(c) O número de pessoas que vai ao trabalho de ônibus corresponde a 5 bonequinhos. Como $\frac{5}{20} = 0{,}25$, isto corresponde a apenas 25% dos entrevistados. Logo esta alternativa é falsa.

(d) O número de pessoas que vai ao trabalho de carro ou de ônibus corresponde a 3+5=8 bonequinhos que é menos do que a metade do total. Logo essa alternativa é falsa.

(e) O número de pessoas que vai ao trabalho de carro corresponde a 3 bonequinhos. Como $\frac{3}{20} = 0{,}15$, isto corresponde a 15% dos entrevistados. Logo essa alternativa é verdadeira.

Solução do exercício 4. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2017 – N1 – questão 5)

No gráfico de barras, temos as seguintes informações:

- Quantidade de alunos que dedicam à leitura menos do que 20 minutos: 90.
- Quantidade de alunos que dedicam à leitura de 20 minutos a 40 minutos: 60.
- Quantidade de alunos que dedicam à leitura mais do que 40 minutos: 30.
- TOTAL DE ALUNOS: 90 + 60 + 30 = 180.

A partir dessas informações podemos concluir:

- Alunos que dedicam à leitura no máximo 40 minutos: 90 + 60 = 150.
- Fração dos alunos que dedicam à leitura no máximo 40 minutos em relação ao total de alunos:

$$\frac{150}{180} = \frac{5}{6} > \frac{3}{4}$$

- Logo, o setor correspondente è o da letra E.

Solução do exercício 5. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2011 – N1 – questão 10)

Cada linha da tabela corresponde a um time e a quantidade de **X** nesta linha corresponde à quantidade de times em que este time está na frente.

- Na linha do Japão não existe **X** algum. Logo o Japão não está na frente de ninguém e, portanto, o Japão está classificado na última posição.
- Na linha da Suécia existe um único **X**. A Suécia só está na frente do Japão e, portanto, a Suécia é a penúltima colocada.
- Na linha do Brasil existem apenas dois **X**. Assim o Brasil está na frente apenas da Suécia e do Japão e, portanto, o Brasil é o antepenúltimo colocado.
- Na linha do Alemanha existem três **X**. A Alemanha está na frente do Brasil, da Suécia e do Japão.
- E na linha dos EUA existem quatro X e isto significa que os EUA estão na frente de todos os outros times. Portanto o EUA está na primeira posição.

A classificação dos times, em ordem decrescente, é a seguinte: EUA, Alemanha, Brasil, Suécia e Japão.

Solução do exercício 6. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2015 – N1 – questão 13)
Para minimizar o número de salas, devemos, primeiramente, utilizar todas as salas que comportam o maior número de alunos, ou seja, as 4 salas com capacidade de 55 alunos, a seguir, utilizar as salas que comportam 50 alunos, depois as salas para 40 alunos e finalmente tantas salas para 30 alunos quantas forem necessárias para que, ao todo, todos os 1641 alunos sejam distribuídos. Observe:

$$4 \times 55 = 220$$
$$7 \times 50 = 350$$
$$12 \times 40 = 480$$

Como 1641 – (220 + 350 + 480) = 1641 – 1050 = 591, precisamos colocar esses 591 alunos nas salas que comportam 30 alunos cada. Mas 591 dividido por 30 tem como quociente 19 e resto 21. Logo, necessitaremos de 19 + 1 = 20 salas com 30 alunos para acomodar os alunos que não foram alocados nas salas com maior capacidade. Assim, no total, deveremos utilizar 4 + 7 + 12 + 20 = 43 salas.

Solução do exercício 7. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2010 – N1 – questão 15)
Como a soma 2,8 + 4,4 + 5 = 12,2 dos preços dos produtos do tamanho médio é maior do que os 10 reais que Alice gastou e como os produtos do tamanho grande custam mais caro que os respectivos produtos do tamanho médio, podemos concluir que Alice comprou algum produto do tamanho pequeno.

Alice não comprou dois produtos médios e um produto pequeno, pois neste caso a compra sempre dá mais do que 10 reais:

- Sabonete pequeno, creme dental e desodorante médio: 1,8 + 4,4 + 5 = 11,2
- Creme dental pequeno, sabonete e desodorante médio: 2,8 + 2,4 + 5 = 10,2
- Desodorante pequeno, sabonete e creme dental médio: 2,8 + 4,4 + 4 = 11,2

Portanto concluímos que Alice comprou no máximo um produto médio. Temos então quatro casos a analisar:

- Os três produtos do tamanho pequeno: 1,8 + 2,4 + 4 = 8,2
- Sabonete e creme dental pequeno, desodorante médio: 1,8 + 2,4 + 5 = 9,2
- Sabonete e desodorante pequeno, creme dental médio: 1,8 + 4,4 + 4 = 10,2
- Creme dental e desodorante pequeno, sabonete médio: 2,8 + 2,4 + 4 = 9,2

Da análise que foi realizada, as únicas compras possíveis para a Alice gastar até 10 reais são:

Sabonete	**Creme dental**	**Desodorante**
Pequeno	Pequeno	Pequeno
Pequeno	Pequeno	Médio
Médio	Pequeno	Pequeno

O único produto que é comum nestas três possibilidades é o creme dental pequeno. Portanto somente podemos garantir que Alice comprou um creme dental pequeno.

Solução do exercício 8. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2009 – N1 – questão 9)
A quantidade de água que Daniela gastava por semana (7 dias) em cada atividade era:

- Lavar roupa: $7 \times 150 = 1050$ litros.
- Banho de 15 minutos: $7 \times 90 = 630$ litros.
- Lavar o carro com mangueira: $1 \times 100 = 100$ litros.

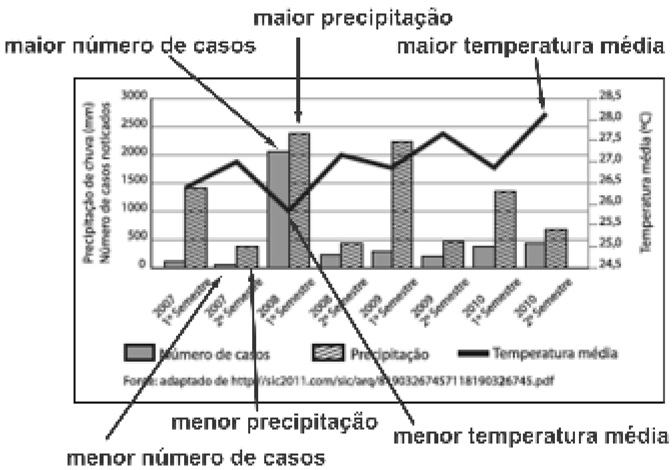
Assim ela gastava $1050 + 630 + 100 = 1780$ litros de água por semana.

Com a economia, Daniela passou a gastar semanalmente em cada atividade:

- Lavar roupa no tanque: $3 \times 150 = 450$ litros.
- Banho de 15 minutos: $7 \times \frac{90}{3} = 210$ litros.
- Lavar o carro com o balde: $1 \times 10 = 10$ litros.

Ou seja, um total de $450 + 210 + 10 = 670$ litros. Portanto, ela passou a economizar por semana $1780 - 670 = 1110$ litros de água.

Solução do exercício 9. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2013 – N1 – questão 11)
Vamos analisar as afirmativas uma a uma, de acordo com a figura a seguir.



(a) Falsa. O período de maior precipitação (1º semestre 2008) teve o maior número de casos notificados de dengue, mas não foi o período de maior temperatura média (2º semestre 2010).
(b) Falsa. O período com menor número de casos notificados de dengue (2º semestre 2007) não foi o de maior temperatura média (2º semestre 2010).
(c) Falsa. O período de maior temperatura média (2º semestre 2010) não foi o de maior precipitação (1º semestre 2008).
(d) Verdadeira. O período de maior precipitação (1º semestre 2008) não foi o período de maior temperatura média (2º semestre 2010) e teve o maior número de casos notificados de dengue.
(e) Falsa. Basta comparar o 1º semestre de 2007 com o 2º semestre de 2010: no primeiro a precipitação é maior do que no segundo, mas os respectivos números de caso de dengue notificados no primeiro é menor do que no segundo.

Solução do exercício 10. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2017 – N1 – questão 18)
O maior número da primeira coluna é 20, o que mostra que o sexto A tem pelo menos 20 alunos. Do mesmo modo, vemos que o sexto B e o sexto C têm no mínimo 20 e 14 alunos, respectivamente. Segue que o número mínimo possível de alunos do sexto ano dessa escola é 20 + 20 + 14 = 54. Em outras palavras, concluímos que o número de alunos do sexto ano é maior do que ou igual a 54.

É interessante mostrar que a tabela acima pode vir de uma turma de sexto ano com exatamente 54 alunos. Isso acontece quando a turma do sexto A tem 20 alunos, dos quais todos escolheram banana, 18 escolheram banana e laranja e 12 escolheram as três frutas; a turma do sexto B tem 20 alunos, dos quais todos escolheram maçã, 15 escolheram banana e maçã e 5 escolheram as três frutas; e a turma do sexto C tem 14 alunos, dos quais todos escolheram banana, 12 escolheram banana e maçã e 10 escolheram as três frutas.

Observamos agora que o maior número possível de alunos do sexto A é 20 + 12 + 18 = 50; analogamente, o sexto B e sexto C têm no máximo 15 + 20 + 5 = 40 e 14 + 12 + 10 = 36 alunos, respectivamente. Segue que o número máximo possível de alunos do sexto é 50 + 40 + 36 = 126.

Essa conclusão diz que o número de alunos do sexto ano é menor do que ou igual a 126. Uma turma de sexto ano com exatamente 126 alunos na qual a pesquisa tenha tido o resultado da tabela acontece quando a turma do sexto A tem 50 alunos, a turma do sexto B tem 40 e a turma do sexto C tem 36, sendo que cada aluno escolheu uma única fruta.

Portanto, o sexto ano desta escola tem uma certa quantidade n de alunos tal que $54 \leq n \leq 126$.

Solução do exercício 11. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2005 – N1 – questão 19)
As amostras cujo percentual de álcool é maior que o de gasolina são aquelas que contêm mais de 50% de álcool. No gráfico, estas amostras correspondem àquelas cuja barra horizontal ultrapassa a marca de 50%, que são as amostras de número 1, 2 e 3.

Solução do exercício 12. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2012 – N1 – questão 5)
Os caminhos de Alfredo, Bela e Cecília consistem de segmentos horizontais, todos de mesmo comprimento, e verticais, também todos de mesmo comprimento. Todos percorreram o mesmo número de segmentos horizontais. Alfredo percorreu dois segmentos verticais e 290 – 230 = 60 metros a mais do que Bela; logo, cada segmento vertical equivale a 60 ÷ 2 = 30 metros. Como o caminho de Bela tem apenas um segmento vertical, o comprimento total dos segmentos horizontais é 230 – 30 = 200 metros. Finalmente, o caminho de Cecília tem dois segmentos verticais; ela percorreu então 200 + 2×30 = 260 metros até a praia.

Solução do exercício 13. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2006 – N1 – questão 13)
As informações do gráfico são dadas nas três primeiras colunas da tabela abaixo:

Cidade	**População em 1990**	**População em 2000**	**Aumento da população**	**Aumento proporcional da população**
I	30	50	50 – 30 = 20	$\frac{20}{30} \approx 67\%$
II	60	50	Decresceu	Não teve
III	70	70	70 – 70 = 0	0%
IV	100	150	150 – 100 = 50	$\frac{50}{100} = 50\%$
V	120	130	130 – 120 = 10	$\frac{10}{120} \approx 8{,}3\%$

Analisando a última coluna da tabela, concluímos que o maior aumento percentual de população entre 1990 e 2000 ocorreu na cidade I.

Solução do exercício 14. (OBM 2014 – 1ª fase – N1 – questão 9)
Como são 5 cidades, Pablo terá de fazer 4 viagens para passar por A, B, C, D e E. Usando apenas viagens de custo 1, não conseguiremos atingir todas as cidades, pois de A pode-se chegar em C, que por sua vez leva a E, mas B e D ficariam isoladas. Em outras palavras, não existe conexão ao valor 1 do grupo {A,C,E} para o grupo {B,D} ou vice-versa, o que impossibilita uma viagem de custo total 4. Assim, o custo mínimo será 5, que pode ser obtido através das viagens $A \to C \to E \to B \to D$.

Para este encontro organizamos uma coletânea de questões de provas da OBMEP.
Os exercícios deste encontro podem ser divididos em dois grupos.

Os primeiros exercícios estão mais relacionados com jogos, disputas e tabelas de campeonatos de futebol. Questões com esse contexto são bastante frequentes nas provas da OBMEP.

A partir do exercício 9 separamos alguns problemas de lógica, onde o aluno deve analisar sentenças verdadeiras e falsas. Esse tipo de questão também é bastante frequente nas provas da OBMEP.

Esperamos que os alunos aprendam novas estratégias de solução de problemas e se divirtam resolvendo as questões deste encontro.

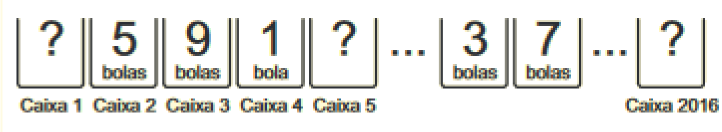
Mas problemas como os que foram selecionados para este encontro podem ser encontrados no livro

Círculos de Matemática da OBMEP, volume 1
Bruno Holanda e Emiliano A. Chagas
Capítulo 1. Lógica I
Capítulo 2. Lógica II

Lista de Exercícios – OBMEP NA ESCOLA 2018 – N1 – ciclo 5 – Encontro 2
ENUNCIADOS

Exercício 1. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2010 – N1 – questão 16)
Em Quixajuba choveu em 10 manhãs e em 17 tardes do mês de janeiro de 2010. Não choveu em 12 dias. Em quantos dias choveu apenas pela manhã?

Exercício 2. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2016 – N1 – questão 18)
Joãozinho distribuiu bolas em caixas numeradas de 1 a 2016. Ele fez isso de forma que o número total de bolas, em quaisquer cinco caixas consecutivas, fosse sempre o mesmo. Na figura abaixo estão indicadas as quantidades de bolas em algumas caixas; a figura também mostra que Joãozinho colocou 3 e 7 bolas em duas caixas vizinhas. Quantas bolas ele colocou na última caixa?



Exercício 3. (Prova da 2ª fase da OBMEP 2014– N1 – questão 6)
Seis atletas, identificados pelas letras A, B, C, D, E e F, participaram de uma corrida de Quixajuba até Pirajuba. O atleta A saiu na frente, B saiu em seguida, e assim sucessivamente, até o atleta F, que saiu por último. O atleta D venceu a corrida e o atleta E terminou em último lugar. A tabela mostra quantas vezes o atleta indicado na linha ultrapassou o atleta indicado na coluna. Por exemplo, o número 5 na casa sombreada indica que o atleta D ultrapassou cinco vezes o atleta C durante a corrida.

	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
A		2	4	2	1	2
B	2		0	x	3	1
C	4	0		4	1	3
D	3	2	5		1	3
E	1	y	1	1		0
F	3	2	4	3	1	

(a) Quantas vezes o atleta F ultrapassou o atleta B?

(b) Qual número deverá ser escrito na casa sombreada indicada com a letra x?

(c) Qual número deverá ser escrito na casa sombreada indicada com a letra y?

(d) Em que ordem os atletas terminaram a corrida?

Exercício 4. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2011 – N1 – questão 14)
Quatro times disputaram um torneio de futebol em que cada um jogou uma vez contra cada um dos outros. Se uma partida terminasse empatada, cada time ganhava um ponto; caso contrário, o vencedor ganhava três pontos e o perdedor, zero. A tabela mostra a pontuação final do torneio. Quantos foram os empates?

Time	Pontos
Cruzinthians	5
Flameiras	3
Nauritiba	3
Greminense	2

Exercício 5. Em um campeonato de futebol, 16 times jogam entre si apenas uma vez. A pontuação do campeonato é feita da seguinte maneira: 3 pontos por vitória, 1 ponto por empate e nenhum ponto por derrota. Considere que um desses times obteve 19 pontos ao final do campeonato. Em relação a esse time, qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(a) Ele pode ter vencido 7 vezes.
(b) Ele pode ter vencido uma única vez.
(c) O número de derrotas é um número ímpar.
(d) Esse time foi o campeão do campeonato.
(e) A quantidade de empates não é um múltiplo de três.

Exercício 6. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2014 – N1 – questão 17)
Um torneio de futebol foi disputado por seis seleções. Cada uma delas disputou exatamente um jogo com cada uma das outras cinco. A tabela seguinte indica a classificação final do torneio, no qual foram atribuídos 3 pontos por vitória, 1 ponto por empate e 0 ponto por derrota. Se a Alemanha ganhou da França, com qual seleção a Alemanha empatou?

Time	Vitórias	Pontos
Alemanha	3	10
Bolívia	2	8
Camarões	2	7
Dinamarca	1	6
Espanha	1	4
França	0	4

(a) Com a seleção da Dinamarca.
(b) Com a seleção da Espanha.
(c) Com a seleção da Bolívia.
(d) Com a seleção de Camarões.
(e) Com nenhuma das seleções.

Exercício 7. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2009 – N1 – questão 20)
Um torneio de futebol com 57 times será disputado com as seguintes regras:

- Nenhum jogo pode terminar empatado.
- O time que perder duas partidas será eliminado.
- O torneio termina quando sobrar apenas um time, que será o campeão.

Se o time campeão perder uma vez, quantas partidas serão disputadas no torneio?

Exercício 8. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2014 – N1 – questão 12)
Lúcia e Antônio disputaram várias partidas de um jogo no qual cada um começa com 5 pontos. Em cada partida, o vencedor ganha 2 pontos e o derrotado perde 1 ponto, não havendo empates. Ao final, Lúcia ficou com dez pontos e Antônio ganhou exatamente três partidas. Quantas partidas eles disputaram ao todo?

Exercício 9. (Prova da 2ª fase da OBMEP 2007 – N1 – questão 6)
Os times A, B, C, D e E disputaram, entre si, um torneiro de futebol com as seguintes regras:

- O vencedor de uma partida ganha 3 pontos e o perdedor não ganha nada;
- Em caso de empate cada um dos times ganha 1 ponto;
- Cada time joga exatamente uma vez com cada um dos outros.

O campeão do torneio foi o time A, seguido na classificação por B, C, D e E, nessa ordem. Além disso:

- O time A não empatou nenhuma partida;
- O time B não perdeu nenhuma partida;
- Todos os times terminaram o torneiro com números diferentes de ponto.

(a) O time A ganhou, perdeu ou empatou sua partida contra o time B?
(b) Com quantos pontos o time A terminou o torneio?
(c) Explique porque o time B obteve um número par de pontos nesse torneio.
(d) Na tabela, cada coluna representa uma partida. Sabendo que ocorreram exatamente 5 empates nesse torneio, desenhe em cada coluna da tabela um circulo em volta do nome do time ganhador ou em volta do x, em caso de empate.

A x B	A x C	A x D	A x E	B x C	B x D	B x E	C x D	C x E	D x E

Exercício 10 (Prova da 1ª fase da OBMEP 2016 – N1 – questão 14)
Em uma brincadeira, a mãe de João e Maria combinou que cada um deles daria uma única resposta correta a três perguntas que ela faria. Ela perguntou:

– Que dia da semana é hoje?
– Hoje é quinta, disse João.
– É sexta, respondeu Maria.

Depois perguntou:

– Que dia da semana será amanhã?
– Segunda, falou João.
– Amanhã será domingo, disse Maria.

Finalmente ela perguntou:

– Que dia da semana foi ontem?
– Terça, respondeu João.
– Quarta, disse Maria.

Em que dia da semana a brincadeira aconteceu?

Exercício 11. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2014 – N1 – questão 14)
Cinco meninas não estão totalmente de acordo sobre a data da prova de Matemática.

- Andrea diz que será em agosto, dia 16, segunda-feira;
- Daniela diz que será em agosto, dia 16, terça-feira;
- Fernanda diz que será em setembro, dia 17, terça-feira;
- Patrícia diz que será em agosto, dia 17, segunda-feira;
- Tatiane diz que será em setembro, dia 17, segunda-feira.

Somente uma está certa, e as outras acertaram pelo menos uma das informações: mês, o dia do mês ou o dia da semana. Qual das meninas está certa?

Exercício 12. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2012 – N1 – questão 15)
Amanda, Bianca e Carolina são amigas e têm idades diferentes. Sabe-se que, das sentenças a seguir, exatamente uma é verdadeira.

I. Amanda e Carolina são mais jovens que Bianca.
II. Amanda é mais velha que Bianca.
III. Amanda é mais velha que Bianca e Carolina.
IV. Amanda não é nem a mais nova nem a mais velha das amigas.

Qual das alternativas mostra o nome das três amigas em ordem crescente de idade

(a) Amanda, Bianca, Carolina.
(b) Amanda, Carolina, Bianca.
(c) Bianca, Amanda, Carolina.
(d) Bianca, Carolina, Amanda.
(e) Carolina, Amanda, Bianca.
(f) Carolina, Bianca, Amanda.

Exercício 13. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2013 – N1 – questão 19)
Durante a aula, dois celulares tocaram ao mesmo tempo. A professora logo perguntou aos alunos: “de quem são os celulares que tocaram?” Guto disse: “o meu não tocou”, Carlos disse: “o meu tocou” e Bernardo disse: “o de Guto não tocou”. Sabe-se que um dos meninos disse a verdade e os outros dois mentiram. Qual das seguintes afirmativas é verdadeira?

(a) O celular de Carlos tocou e o de Guto não tocou.
(b) Bernardo mentiu.
(c) Os celulares de Guto e Carlos não tocaram.
(d) Carlos mentiu.
(e) Guto falou a verdade.

Exercício 14. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2010 – N1 – questão 20)
Adriano, Bruno, Carlos e Daniel participam de uma brincadeira na qual cada um é um tamanduá ou uma preguiça. Tamanduás sempre dizem a verdade e preguiças sempre mentem.

- Adriano diz: “Bruno é uma preguiça”.
- Bruno diz: “Carlos é um tamanduá”.
- Carlos diz: “Daniel e Adriano são diferentes tipos de animais”.
- Daniel diz: “Adriano é uma preguiça”.

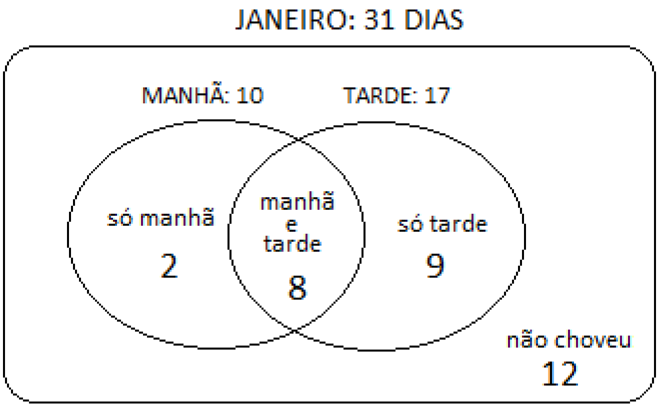
Quantos dos quatro amigos são tamanduás?

Exercício 15. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2015 – N1 – questão 20)
Daniel e mais quatro amigos, todos nascidos em estados diferentes, reuniram-se em torno de uma mesa redonda. O paranaense sentou-se tendo como vizinhos o goiano e o mineiro. Edson sentou-se tendo como vizinhos Carlos e o sergipano. O goiano sentou-se tendo como vizinhos Edson e Adão. Bruno sentou-se tendo como vizinhos o tocantinense e o mineiro. Quem é o mineiro?

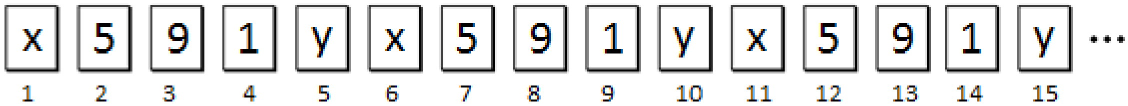
A) Adão
B) Bruno
C) Carlos
D) Daniel
E) Edson

Solução do exercício 1. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2010 – N1 – questão 16)
Como não choveu em 12 dias e como Janeiro tem 31 dias, choveu em 31-12=19 dias. Em 17 desses 19 dias choveu à tarde, logo choveu apenas pela manhã em 19-17=2 dias. Podemos também concluir que choveu apenas à tarde em 19-10=9 dias.

Mais geralmente, podemos raciocinar como segue. Choveu em 19 dias, dos quais em 10 dias choveu pela manhã e em 17 à tarde. Ao efetuar a soma 10+17=27, contamos os dias em que choveu tanto pela manhã à tarde duas vezes; desse modo, o número de dias em que choveu tanto pela manhã quanto à tarde foi de 10+17-19=8. Logo choveu apenas pela manhã em 10-8=2 dias e choveu apenas à tarde em 17-8=9 dias. O diagrama a seguir conta toda a história.



Solução do exercício 2. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2016 – N1 – questão 18)
Sejam x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 e x_6 as quantidade de bolas em 6 caixas consecutivas. Como a soma das quantidades das bolas em 5 caixas consecutivas sempre dá o mesmo resultado, temos $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=x_2+x_3+x_4+x_5+x_6$. Daí segue que $x_1=x_6$. Isto significa que duas caixas cujos números diferem em cinco unidades possuem a mesma quantidade de bolas. Logo a quantidade de bolas nas caixas forma uma sequência periódica como está ilustrado a seguir.



Como sabemos que em duas caixas consecutivas existem 3 e 7 bolas, nesta ordem, podemos concluir que y=3 e que x=7. Ou seja, concluímos que na caixa 1 existem 7 bolas e na caixa 5 existem 3 bolas.

Portanto, as quantidades de bolas nas caixas formam a seguinte sequencia periódica:

7, 5, 9 1, 3, 7, 5, 9, 1, 3, 7, 5, 9, 1, 3, 7, 5, 9, 1, 3, ...

em que o bloco 7, 5, 9, 1, 3 fica se repetindo infinitamente. Para saber a quantidade de bolas na 2016ª caixa, basta dividir 2016 por 5, que é o tamanho do bloco. Como esta divisão deixa resto 1, vemos que a caixa 2016 tem a mesma quantidade de bolas do que a caixa 1. Esta quantidade é de 7 bolas.

Solução do exercício 3. (Prova da 2ª fase da OBMEP 2014– N1 – questão 6)

(a) Basta observar na tabela o número que se apresenta na linha do F e na coluna do B, que é o número 2. Portanto, F ultrapassou B duas vezes.

(b) A casa indicada com a letra x representa quantas vezes o atleta B ultrapassou o atleta D. No início da corrida B estava à frente de D e como D foi o vencedor da corrida, temos a certeza de que B terminou atrás de D. Portanto, B ultrapassou D uma vez a menos do que D ultrapassou B. Como D ultrapassou B duas vezes, podemos afirmar que B ultrapassou D uma única vez. Logo x=1.

(c) A casa indicada com a letra y representa quantas vezes o atleta E ultrapassou o atleta B. No início da corrida E estava atrás de B e como E foi o último colocado da corrida, temos a certeza de que E terminou atrás de B. Portanto, E ultrapassou B tantas vezes quanto B ultrapassou E. Como B ultrapassou E três vezes, E também ultrapassou B três vezes. Logo y=3.

(d) Já sabemos que D ganhou a corrida e que E foi o último colocado. Comparando dois números escritos em posições simétricas em relação a diagonal principal da tabela, podemos determinar a posição relativa de dois atletas:
   - Se esses dois números forem iguais, eles terminaram a corrida na mesma ordem em que começaram.
   - Se esse dois números são diferentes (a diferença entre eles deve ser 1), então os atletas concluíram a corrida na ordem invertida em relação a ordem do início da prova.

   Daí, analisando a tabela, podemos concluir que:

   - O atleta A começou à frente de B, C e F.
   - Como o número de ultrapassagens de A sobre B é igual ao número de ultrapassagens de B sobre A, concluímos que A e B terminaram na mesma posição relativa que começaram a corrida, ou seja, A terminou à frente de B.
   - Do mesmo modo, como o número de ultrapassagens de A sobre C é igual ao número de ultrapassagens de C sobre A, concluímos que A e C terminaram na mesma posição relativa que começaram a corrida, ou seja, A terminou à frente de C.

- Por outro lado, como o número de ultrapassagens de A sobre F é diferente do número de ultrapassagens de F sobre A, concluímos que A terminou atrás de F.

Com isso já podemos concluir que F terminou à frente de A, B e C. Mas B começou à frente de C não houve ultrapassagens entre B e C, logo B terminou à frente de C.

Portanto, a corrida terminou na seguinte ordem:

1º lugar: D	2º lugar: F	3º lugar: A
4º lugar: B	5º lugar: C	6º lugar: E

Solução do exercício 4. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2011 – N1 – questão 14)
Como são quatro times e como cada time jogou uma única vez com cada um dos outros times, ao todo foram disputadas 6 partidas. Caso não tivesse ocorrido nenhum empate, em cada partida seriam distribuídos 3 pontos, totalizando $6 \times 3 = 18$ pontos. Observe que a cada empate, esse total é subtraído de um, pois em vez de 3 pontos seriam distribuídos 2 pontos (um ponto para cada time que empatou). Somando as pontuações dos quatro times, obtemos $5+3+3+2=13$ pontos. A diferença $18-13=5$ significa, então, que ocorreram 5 empates.

Solução do exercício 5. Em primeiro lugar observe que esse time jogou 15 vezes, pois ele jogou uma única vez com cada um dos outros 15 times do campeonato. Agora, dividindo 19 por 3 obtemos quociente 6 e resto 1. Daí vemos que o time venceu no máximo 6 vezes. Observe que se ele tivesse vencido pelo menos 7 vezes, então ele teria obtido pelo menos $3 \times 7 = 21$ pontos. Com 6 vitórias, ele empatou 1 vez e perdeu 8 vezes. Agora podemos analisar o caso em que ele venceu menos vezes. Para manter os 19 pontos em 15 jogos, para cada vitória a menos, devemos somar três empates e subtriar duas derrotas. A partir desta observação, podemos construir a seguinte possibilidade de vitórias, empates e derrotas do time.

Vitórias	Empates	Derrotas
6	1	8
5	4	6
4	7	4
3	10	2
2	13	0

A partir dessa tabela verifica-se que a única afirmativa verdadeira é a última, que diz que o número de empates não é um múltiplo de 3. Na verdade, como a pontuação de um time é igual a $P = 3V + E$, em que V é o número de vitórias e E é o número de empates, então os números P e E deixam o mesmo resto quando divididos por 3. No caso deste exemplo, como 19 deixa resto 1 quando dividido por 3, poderíamos ter concluído rapidamente que a quantidade de empates é um número que também deixa resto 1 quando dividido por 3.

Solução do exercício 6. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2014 – N1 – questão 17)
Vamos ampliar a tabela do enunciado, acrescentando mais dados.

Time	**Número de vitórias**	**Pontos**	**Número de empates**	**Número de derrotas**
Alemanha	3	10	1	1
Bolívia	2	8	2	1
Camarões	2	7	1	2
Dinamarca	1	6	3	1
Espanha	1	4	1	3
França	0	4	4	1

A França não ganhou de ninguém e jogou 5 jogos. Para ter 4 pontos, ela deve ter empatado 4 jogos e perdido 1. Como a Alemanha ganhou da França, a França empatou com a Bolívia, com Camarões, com a Dinamarca e com a Espanha. A Espanha empatou só uma vez e este empate foi com a França. Camarões empatou só uma vez, portanto, este empate também só pode ter acontecido com a França. A Dinamarca empatou 3 vezes e, como acabamos de ver, estes empates não podem ter acontecido contra a Espanha ou contra Camarões. Logo, a Dinamarca empatou com a Alemanha, com a Bolívia e com a França. Assim, a Alemanha empatou com a Dinamarca.

Solução do exercício 7. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2009 – N1 – questão 20)
Vamos imaginar que o torneio acabou. Para os 56 times que foram eliminados após perder 2 partidas cada um, contamos $56 \times 2 = 112$ derrotas. Como o campeão perdeu uma vez, o número total de derrotas foi $112 + 1 = 113$. Além disso, como não houve empates, em cada partida um time ganhou e o outro perdeu. Logo, o número total de derrotas é igual ao número total de partidas. Logo foram realizados 113 jogos no campeonato.

Solução do exercício 8. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2014 – N1 – questão 12)
Como Antônio venceu 3 partidas e não houve nenhum empate, sabemos que Lúcia perdeu exatamente 3 partidas. Consequentemente, ela perdeu 3 pontos dos 5 iniciais. Assim, considerando apenas as derrotas de Lúcia, ela teria $5 - 3 = 2$ pontos. Como, ao final, ela ficou com 10 pontos, podemos concluir que ela ganhou $10 - 2 = 8$ pontos, isto é, ela venceu $8 \div 2 = 4$ partidas. Logo, o número de partidas disputadas é igual a $3 + 4 = 7$.

Solução do exercício 9. (Prova da 2ª fase da OBMEP 2007 – N1 – questão 6)

(a) O time B não perdeu nenhuma partida, logo empatou ou ganhou de A. Mas A não empatou nenhuma partida, logo A perdeu de B.

(b) O time A perdeu uma partida. Se tivesse perdido exatamente mais um jogo, teria 6 pontos. Mas B tem no mínimo 6 pontos, pois venceu A e não perdeu nenhuma das outras três partidas. Como A tem mais pontos que B, concluímos que A perdeu somente para B; e como A não empatou nenhuma partida, venceu as outras três. Logo A obteve 9 pontos.

(c) 1ª solução. Como o time B não perdeu para nenhum outro time, ele ganhou 1 ou 3 pontos em cada partida, isto é, sempre um número ímpar de pontos. Como a soma de quatro números ímpares é par, vemos que B terminou o torneio com um número par de pontos.

2ª solução. Como ficou em segundo lugar, o time B fez menos do que 9 pontos, portanto venceu uma ou duas partidas. Como ele jogou quatro partidas, se venceu uma delas então empatou três, finalizando com 6 pontos; se venceu duas então empatou duas, finalizando com 8 pontos. Logo, as possibilidades para o número de pontos que B obteve nesse torneio são 6 e 8, ambos números pares.

(d) De acordo com os itens anteriores, A perdeu de B e venceu C, D e E. Dos 6 jogos restantes, 5 foram empates. Se B tivesse só 2 empates, então todos os jogos entre C, D e E seriam empates e os dois desses times que empataram com B terminariam empatados, o que contraria o enunciado. Logo, os três jogos de B contra C, D e E foram empates. Como houve um total de 5 empates, 2 dos jogos entre C, D e E foram empates. Como a ordem de classificação é C, D, E, a única vitória foi de C contra E. Temos, assim, a tabela de resultados indicada a seguir.

A	A	A	A	B	B	B	C	C	D
x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
B	C	D	E	C	D	E	D	E	E

Solução do exercício 10. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2016 – N1 – questão 14)

A tabela abaixo indica o que João e Maria disseram a respeito do dia da brincadeira (hoje, no diálogo) em cada pergunta:

Pergunta	João	Maria
Que dia é hoje?	quinta	sexta
Que dia será amanhã?	segunda	domingo
Que dia foi ontem?	terça	quarta

Observamos que a resposta correta de João foi para a primeira pergunta “Que dia da semana é hoje?”. As outras duas respostas de João não podem ser verdadeiras, pois implicariam que todas as respostas de Maria estariam erradas. De fato, se a resposta correta de João fosse para a pergunta “Que dia da semana será amanhã?”, ou seja, se o dia seguinte fosse uma segunda-feira, a conversa teria ocorrido em um domingo e o dia anterior seria um sábado, confirmando que as três respostas de Maria estariam erradas. Conclusão análoga é encontrada se a resposta correta de João fosse para a pergunta “Que dia da semana foi ontem?”. Portanto, a conversa ocorreu em uma quinta-feira.

Solução do exercício 11. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2014 – N1 – questão 14)
Podemos organizar as informações em uma tabela.

	mês	dia do mês	dia da semana
Andrea	agosto	16	segunda
Daniela	agosto	16	terça
Fernanda	setembro	17	terça
Patricia	agosto	17	segunda
Tatiane	setembro	17	segunda

Se Andrea estivesse certa, então Fernanda não acertaria nenhuma das informações. Logo, não é ela que está certa, nem Fernanda (pelo mesmo motivo). Se Daniela estivesse certa, então Tatiane também nada acertaria. Logo Daniele e Tatiane não estão certas. Se Patrícia acertar tudo, as demais também acertarão alguma informação e, portanto, Patrícia é a única que está certa.

Solução do exercício 12. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2012 – N1 – questão 15)
Para cada alternativa, a tabela a seguir indica se cada uma das sentenças dadas no enunciado é verdadeira (V) ou falsa (F).

	I	II	III	IV
(a) Amanda, Bianca, Carolina	F	F	F	F
(b) Amanda, Carolina, Bianca	V	F	F	F
(c) Bianca, Amanda, Carolina	F	V	F	V
(d) Bianca, Carolina, Amanda	F	V	V	F
(e) Carolina, Amanda, Bianca	V	F	F	V
(f) Carolina, Bianca, Amanda	F	V	V	F

Como uma única sentença é verdadeira, a ordem crescente das idades das meninas só pode ser (b) Amanda – Carolina – Bianca.

Solução do exercício 13. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2013 – N1 – questão 19)
Sabemos que dois dos três celulares dos alunos tocaram ao mesmo tempo. Existem três possibilidades de isso ocorrer, que são as possibilidades do celular de um dos alunos não ter tocado. Em cada linha da tabela a seguir, indicamos uma destas possibilidades, marcando com um X o celular que tocou. Nesta mesma tabela, em cada uma destas possibilidades, também indicamos se os alunos disseram a verdade ou se disseram a mentira.

	Guto	Carlos	Bernardo
1ª possibilidade	X Mentiu	X Disse verdade	Mentiu
2ª possibilidade	X Mentiu	Mentiu	X Mentiu
3ª possibilidade	Disse verdade	X Disse verdade	X Disse verdade

Apenas na 1ª possibilidades apenas um dos alunos disse a verdade e os outros dois mentira. Logo esta é a possibilidade verdadeira e daí podemos marcar a alternativa (B): Bernardo mentiu.

Solução do exercício 14. (Prova da 1ª fase da OBMEP 2010 – N1 – questão 20)
Temos duas possibilidades para Adriano: ele é um tamanduá ou uma preguiça. Vamos primeiro supor que ele e um tamanduá e fazer a tabela a seguir, que é preenchida da esquerda para a direita, de acordo com as falas dos amigos:

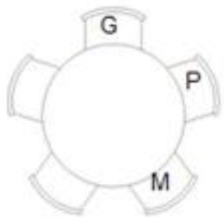
	Adriano	Bruno	Carlos	Daniel
É	Tamanduá (diz a verdade)	Preguiça (mente)	Preguiça (mente)	Tamanduá (verdade)
Diz que	Bruno é preguiça	Carlos é tamanduá	Daniel e Adriano são animais de tipos diferentes	Adriano é preguiça

Após preencher a tabela podemos identifica uma contradição nas duas células sombreadas, pois supomos que Adriano é Tamanduá e Daniel está afirmando que Daniel é preguiça. Logo concluímos que a nossa hipótese de admitir que Adriano é Tamanduá é falsa. Vamos agora supor que Adriano é preguiça e vamos preencher a tabela de modo análogo.

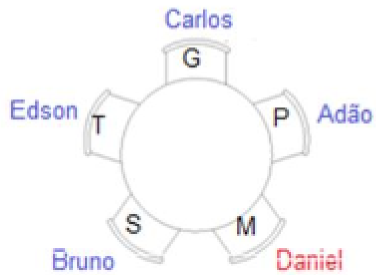
	Adriano	Bruno	Carlos	Daniel
É	Preguiça (mente)	Tamanduá (diz a verdade)	Tamanduá (diz a verdade)	Tamanduá (diz a verdade)
Diz que	Bruno é preguiça	Carlos é tamanduá	Daniel e Adriano são animais de tipos diferentes	Adriano é preguiça

Nesta tabela tudo está coerente e daí podemos concluir que Bruno, Carlos e Daniel são tamanduás.

Solução do exercício 15. ([Prova da 1ª fase da OBMEP 2015 – N1 – questão 20])
O paranaense está entre o goiano e o mineiro. Como o goiano sentou-se entre Edson e Adão, temos duas possibilidades: Edson é paranaense ou Adão é paranaense.



Eliminamos o caso em que Edson é paranaense com a informação de que "Edson sentou-se tendo como vizinhos Carlos e o sergipano", pois se Edson fosse paranaense ele estaria entre o goiano e o mineiro. Portanto, Adão é o paranaense. Como Edson sentou-se entre Carlos e o sergipano, concluímos que Carlos é goiano e o lugar entre Edson e o mineiro é do sergipano. A última informação do enunciado diz que Bruno sentou-se entre o tocantinense e o mineiro. Logo, Edson é tocantinense e Bruno é sergipano. Portanto, Daniel é mineiro.



– **FIM** –