D S T Q Q S S

Felipy Augusto Soares Balbino
Atividade OBMEP - Resoluções
Exercício Introdutório

Questão 1 - a) $A_{\square} = 8 \cdot 4 \to 32\ cm^2$

b) $h = 12 \cdot \operatorname{sen} 30^\circ$
$b = 12 \cdot \cos 30^\circ$ $A = 6 \cdot 6\sqrt{3} = 36\sqrt{3}\ cm^2$

Questão 2 -

a) $A = 8^2 = 64\ cm^2$. b) $A = 7{,}1^2 = 50{,}41\ cm^2$

c) $A = (\sqrt{3})^2 = 3\ cm^2$ d) $A = (3\sqrt{2})^2 = 18\ cm^2$

Questão 3 -

a) $\sqrt{25} = 25\ cm$ b) $\sqrt{12} \cong 3{,}4\ cm$

Questão 4 -

a) $A = \frac{(5 \cdot 8)}{2} = \frac{40}{2} = 20\ cm^2$

b) Pitágoras

$b^2 + 3^2 = 5^2$
$b = \sqrt{5^2 - 3^2}$ $\to b = 4$.

Segunda diagonal mede 8cm, logo obtemos que a área vale $24\ cm^2$

D S T Q Q S S

/ /

c) 2 triângulo equiláteros de lado 8 cm.

$A\Delta = \frac{8^2\sqrt{3}}{4}$ $\quad$ A. losango $= 2 \cdot \frac{8^2\sqrt{3}}{4} = 32\sqrt{3}$ cm^2

Questão 5 -

$A = \frac{4(5+7)}{2} = \frac{4 \cdot 12}{2} = \frac{48}{2} = 24$ cm^2

Questão 6 -

Pitágoras

$h^2 + 3^2 = 5^2$

$h = \sqrt{5^2 - 3^2}$

$h = \sqrt{25 - 9}$

$h = \sqrt{16}$

$h = 4$

$A = \frac{4(6+12)}{2} = \frac{4 \cdot 18}{2} = \frac{72}{2} = 36$ cm^2

Questão 7 -

a) $A = 6 \cdot 4 = 24$ cm^2 $\quad$ b) $A = 8 \cdot 3\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$ cm^2

Questão 8 -

a) $A = \frac{(8 \cdot 5)}{2} = \frac{40}{2} = 20$

D S T Q Q S S

b- $A = \frac{(12 \cdot 5)}{2} = \frac{60}{2} = 30$

c- $A = \frac{6^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}\ cm^2$

d- $A = \frac{6 \cdot 8 \cdot sen\,45^\circ}{2} = 12\sqrt{2}\ cm^2$ $\quad sen\,45^\circ\ \frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercício de fixação

Questão 9-

Perímetro $72\ cm^2$ $\quad L = \frac{72}{4} = 18\ cm$ $\quad A = 18^2 = 324\ cm^2$

Questão 10-

$h = x$ $\quad 2x^2 = 450$ $\quad$ Dimensões do retângulo

$b = 2x$ $\quad x = 15$ $\quad$ 15 cm e 30 cm

Questão 11-

$A = 0{,}9x \cdot 1{,}1y = 0{,}99 \cdot 100$

$xy = 100$ $\quad = 99\ cm^2$

Questão 12-

a) $A_{hachurada} = A_\Delta - A_O$ $\quad A = 16\sqrt{3} - \frac{16\pi}{3}$

$A = \frac{8^2\sqrt{3}}{4} - \pi\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)$ $\quad A = \frac{48\sqrt{3} - 16\pi}{3}\ cm^2$

SÃO DOM

D S T Q Q S S

/ /

b- A tachadura = A□ - A setor

$A = 10^2 - \frac{10^2 \pi}{4} = 100 - 25\pi = 25(4 - \pi) cm^2$

c- setor circular = $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

$A = \frac{6^2 \pi}{3} = \frac{36\pi}{3} = 12\pi cm^2$

Questão 13 - Alternativa (C)

Área Inicial $30 \cdot 15 = 450 cm^2$

Área Final $(30-6)(15-3) = 288 cm^2$

Redução =

$\frac{450 - 288}{450} = 0,36 \cdot 100 = 36\%$

Questão 14 -

a) $A = \frac{3}{8}\pi 8^2 - \frac{8 \cdot 8 \cdot sen 135^\circ}{2} = 24\pi - 16\sqrt{2}$

$= 8(\pi - \sqrt{2}) cm^2$

b) Pitágoras

$(6+r)^2 = (6-r)^2 + (12-r)^2$

$12r = -12r + 144 - 24r + r^2$

$r^2 - 48r + 144 = 0$

$r = 12(2 - \sqrt{3}) cm$

12
+ 12
24
48

D S T Q Q S S

Área do círculo menor é igual a:

$\pi[12(2-\sqrt{3})]^2 = 144(7-4\sqrt{3})\,cm^2$

C- $A = 2\left(\frac{4^2\pi}{3} - \frac{4 \cdot 4 \cdot sen\,120^\circ}{2}\right)$

$= 2\left(\frac{16\pi}{3} - 4\sqrt{3}\right) = 4\left(\frac{8\pi}{3} - 2\sqrt{3}\right) cm^2$

Exercício de Aprofundamento e de exames

Questão 15 - Alternativa (E)

$A = 15 - (5-x)(3-y)$ → $A = 5y + 3x - xy$

$= 15 - 15 + 3x + 5y - xy$

Questão 16 - Alternativa (B)

$[ABPD] = [ABD] - [PBD]$

$= \frac{1 \cdot 1/2}{2} - \frac{1 \cdot 1/4}{2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}\,m^2$

Questão 17 - Alternativa (C)

$h = \frac{\sqrt{3}}{2}$ Diagonais $[EFGH] = 1 + \sqrt{3}$

$A = \frac{(1+\sqrt{3})^2}{2} = 2 + \sqrt{3}$

/ /

Questão 18

a). $[EFGH] = [ABCD] - 4[AEH]$
$= 16a^2 - 6a^2$
$= 10a^2 = \frac{10}{16}[ABCD]$

b – $A = \frac{[EFGH]}{2}$ $A = \frac{10}{32}[ABCD]$ $= 25\,cm^2$

Quadrado sombreado 5 cm=

Questão 19

a – Custo da relva $x = 2$ $\frac{2 \cdot 8}{2} = 8$

Custo de grama $100 - 4 \cdot 8 = 68\,m^2$

b – Custo triangular $\frac{x(10-x)}{2}$

Custo de grama $100 - 4 \cdot x(10-x) 2 -$
$100 - 4 \cdot x(10-x) 2 = 2x^2 - 20x + 100\,cm^2$

c – O custo total é o mesmo que gastar 3 por m^2

$3 \cdot 100 + 1 \cdot (2x^2 - 20x + 100) = 2x^2 - 20x + 400$

$2x^2 - 20x + 200 = 2(x-5)^2 + 350$
$\geq 0^2 + 350$
$= 350$

D S T Q Q S S

A igualdade será apenas quando o valor de x for 0, logo ele precisará de pelo menos R$ 150,00 para construir o contorno

Questão 20 - Alternativa (D)

$24 + 8 + 18 = 50\ cm^2$ logo o retângulo original possui área de $100\ m^2$

Questão 21 -

a- Se $A_{CBE} = A_{EDC}$, então acrescentando as área

$A_{ABC} + A_{ACE} = A_{ADE} + A_{ACE}$, segue que

$A_{ABC} = A_{ADE}$

b- Traçando o segmento $\overline{GH}$

$A_{AGH} = A_{ABC} = 5\,cm^2$ e $A_{DGH} = A_{DGF} = 4\,cm^2$

$5 + 4 = 9\ cm^2$

Questão 22 - Alternativa (B)

$[ABCD] = 8100$

$\dfrac{(180 - x + 160)100}{2} = 8100$ } ⇒ $170 - x = 162$

$x = 162 - 170$

$x = -8\ (-1)$

$x = 8\ m$

Questão 23

$[AGC] = [AGCD] - [ACD]$

$= [AEPD] + [EGCP] - [ACD]$ } ⇒ $= \dfrac{4(6 + 4\sqrt{3})}{2} + \dfrac{4 \cdot 4\sqrt{3}}{2} - 24$

/ /

$= 12 + 8\sqrt{3} + 8\sqrt{3} - 24$ $= 4(4\sqrt{3} - 3)$

$= 16\sqrt{3} - 12$

Questão 24 - Alternativa (A)

Triângulo equilátero ABC com 120° de ângulo central

2/3 do círculo menor $= \frac{2\pi}{3}$

Área do segmento do círculo maior $= \frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}$

Ahachadura $= \frac{2\pi}{3} + \frac{4\pi}{3} - \sqrt{3} + \sqrt{3} = 2\pi$

Questão 25

Arachadura $= 5\left(\frac{a^2\pi}{6} - \frac{a^2\sqrt{3}}{4}\right)$

Questão 26 Área do triângulo $ABE = \frac{AB \cdot GE}{2} = 72$

$72 = \frac{AF \cdot BE}{2} = \frac{AF \cdot 16}{2} = 8AF$ $AF = \frac{72}{18} = 9$

Questão 27 $HO = FO - FH = OE - GE = OG$

Raio = 1

Área sombreada mede $\frac{1^2\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$

D S T Q Q S S / /

Questão 28 - Alternativa (b)

$$\left.\begin{array}{l} AKL = 180^\circ \\ BLM = 90^\circ \end{array}\right\}$$ ângulos retos

$$\left\{\begin{array}{l} KLM = BLM = 180^\circ - 90^\circ \\ x = AK \\ AL = 4 - x \\ LB = x \\ BM = AL = 4 - x \end{array}\right.$$

Área do trapézio é igual

$$\frac{AK + BM}{2} \cdot AB = \frac{x + (4 - x)}{2} \cdot 4 = 8 \qquad CDKM = 4^2 - 8 = 8$$