Modulo de Áreas de Figuras Planas

Áreas de Figuras Planas: Resultados Básicos

Nono Ano

PORTAL DA MATEMÁTICA
OBMEP

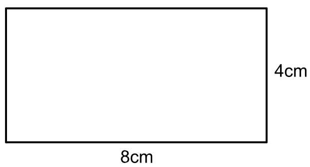
Atividade Resolvida

Aluno : Joao Pedro Acioli De Araújo Tomaz

1 Exercícios Introdutórios

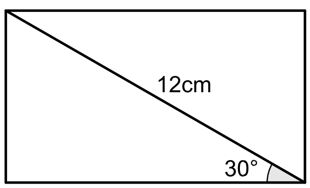
Exercício 1. Determine a área dos retângulos abaixo:

a)



$A=4.8 \Rightarrow A=32cm^2$

b)



Cos 30º = CA/HIP -> $\sqrt{3}/2 = x/12$ -> $12\sqrt{3} = 2x$ -> $x = 6\sqrt{3}$

Sen 30º = CO/HIP -> ½ = $x/12$ -> $2x = 12$ -> $x = 6$

$A = 6 . \sqrt{3}$ -> $36\sqrt{3}$ cm^2

Exercise 2. Determine a área de um quadrado

a) cujo lado mede $8cm$.

$A = 8 \times 8$ -> $64\ cm^2$

b) cujo lado mede $7{,}1cm$.

$A = 7{,}1 \times 7{,}1$ -> $50{,}41\ cm^2$

c) cujo lado mede $\sqrt{3}cm$

$A= \sqrt{3} \times \sqrt{3}$ -> $A = 3\ cm^2$

d) cuja diagonal mede $6cm$.

Sem 45º = CO/HIP -> $\sqrt{2}/2 = x/6$ $x= 3\sqrt{2}$

$A = 3\sqrt{2} . 3\sqrt{2} = 9 \times \sqrt{4} = 9 \times 2 = 18\ cm^2$

Exercício 3. Determine a medida do lado de um quadrado cuja área e:

a) $25cm^2$.

$\sqrt{25} = 5$ cm

b) $12cm^2$.

$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ cm

Exercício 4. Determine a área de um losango

a) cujas diagonais medem $5cm$ e $8cm$.

A = D.d/2 -> $8 \times 5/2$ -> $40/2$ -> $20\ cm^2$

b) cujo lado mede $5cm$ e a diagonal menor mede $6cm$.

$5^2 = 3^2 + x^2 \Rightarrow 25 = 9 + x^2 = 25 - 9 = x^2$ $x = 4$ (D=8)

$A= 8 \times 6/2 \Rightarrow 48/2 \Rightarrow 24\ cm^2$

c) cujo lado mede $8cm$ e um dos ˆangulos internos mede 120^o.

Cos 60 º = CA/HIP -> ½ = $x/8$ -> $2x =8$ -> $x= 4$ -> $d = 8$

Sem 60º = CO/HIP -> $\sqrt{3}/2 = x/8$ -> $2x = 8\sqrt{3}$ -> $x= 4\sqrt{3}$

$D= 8\sqrt{6}$

A = D.d/2 -> $8 \times 8\sqrt{6} / 2 = 32\sqrt{3}\ cm^2$

Exercício 5. Determine a área de um trapézio de bases medindo $5cm$ e $7cm$ e altura medindo $4cm$.

A= (B+b).h/2 -> $A = (7+5) .4/2$ -> $12.4/2$ -> $24\ cm^2$

Exercício 6. Determine a área de um quadrado cujo perímetro e $72cm$.

$7.2/4 \Rightarrow 18$ cm

$A= 18 . 18$ -> $324\ cm^2$

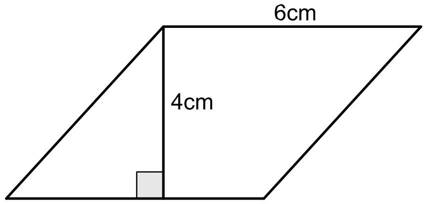
Exercício 7. Determine a ´área de um trapézio isósceles cujos bases têm $6cm$ e $12cm$ de medida e os outros lados, $5cm$.

$5^2 = 3^2 + x^2 \Rightarrow 25 = 9 + x^2$ -> $x\ \sqrt{16}$ -> $x = 4$

A= (B+b).h/2 -> (12+6).4/2 -> 36 cm^2

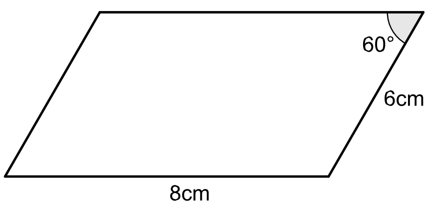
Exercício 8. Calcule a ´área dos paralelogramos abaixo

a)



A = b. h -> 6 x 4 -> 24 cm^2

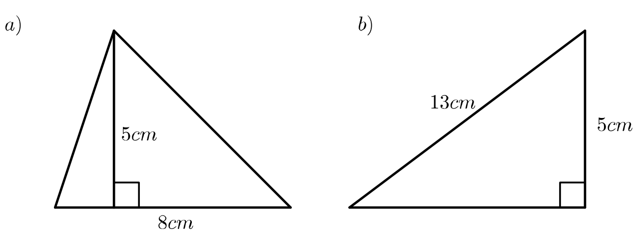
b)



Sem 60º = CO/HIP -> √3/2 = X/6 -> 2x = 6√3 -> x = 3√3

A = b . h -> 8 x 3√3 -> 24√3 cm^2

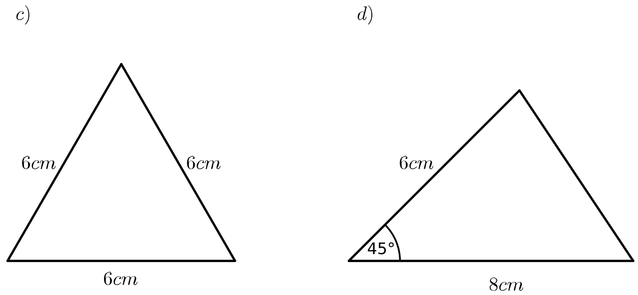
Exercício 9. Calcule a ´área dos triângulos abaixo.



A) A = b . h /2 -> 8 x 5/2 -> 40/2 -> A=20 cm^2

B) $13^2 = 5^2 + x^2$ -> $169 = 25 + X^2$ -> X = 12

A = b . h /2 -> 5 x 12 /2 -> 60/2 -> 30 cm^2



C) P = 6 + 6+ 6/2 -> P= 9

A = √ 9 x 3 x 3 x 3 = 243 cm^2

D) 6 x 8 x Sen45 / 2 = 12 √2 cm^2

2 Exercícios de Fixação

Exercício 10. A altura de um retângulo ´e a metade de sua base. Se sua ´área ´e 450m^2, determine suas dimensões.

h= b/2

A = b . h -> 450 = b . b/2 -> 450 = b^2/2 -> √900 = b >b=30M

h = 30/2 -> h = 15 m

Exercício 11. Aumentando em 10% o comprimento de um retângulo e diminuindo em 10% sua largura, determine sua nova ´área, sabendo que a ´área inicial era 100cm^2.

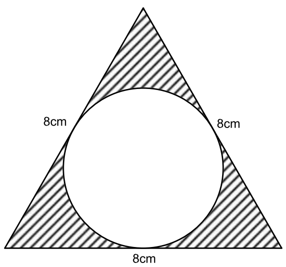
10 . 10 -> √100 -> 10

10% de 100 = 10

10% de 10 = 1 x 9 -> 99 cm^2

Exercício 12. Determine a ´área hachurada nas figuras abaixo.

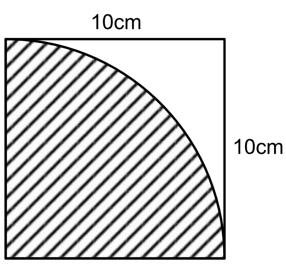
a)



$A = 8^2 \sqrt{3} /4 - \pi \left(4\sqrt{3}/3 \right)^2$ -> $16 \sqrt{3} - 16 \pi/3$ ->

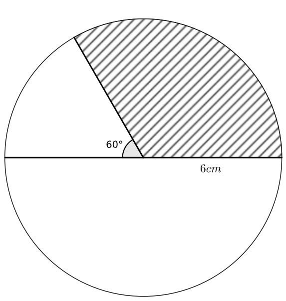
$A = 48 \sqrt{3} - 16 \pi /3\ cm^2$

b)



$A = 10^2 - 10^2 \pi/4$ -> $4 = 100 - 25 \pi$ -> $A = 2{,}5(4 - \pi)\ cm^2$

c)



180-60 = 120 -> 1/3 do circulo

$A = 6^2 \pi/3$ -> $12 \pi\ cm^2$

Exercício 13. A cerâmica constitui-se em um artefato bastante presente na história da humanidade. Uma de suas várias propriedades ´e a retração (contração), que consiste na evaporação da ´agua existente em um conjunto ou bloco cerâmico quando submetido a uma determinada temperatura elevada. Essa elevação de temperatura, que ocorre durante o processo de cozimento, causa uma redução de até 20% nas dimensões lineares de uma peça. (Disponível em: www.arq.ufsc.br. Acesso em: 3 mar 2012). Suponha que uma peça, quando moldada em argila, possuía uma base retangular cujos lados mediam $30cm$ e $15cm$. Após o cozimento, esses lados foram reduzidos em 20%. Em relação a ´área original, a ´área da base dessa peça, após o cozimento, ficou reduzida em

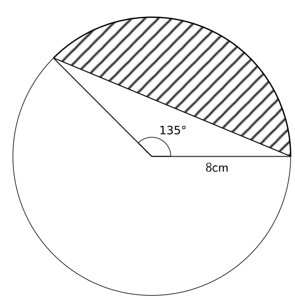
(a) 4% (b) 20% (c) 36% (d) 64% (e) 96%.

Inicial : 30 x 15 -> 450 cm^2
Final: (30-60) x (15-3) -> 288 cm^2

450 -288 / 450 -> 0,36 -> 36%

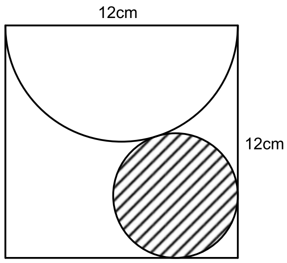
Exercício 14. Determine a ´área hachurada nas figuras abaixo.

a)



$A = 3\ 8\ \pi 8\ 2 - 8 \cdot 8 \cdot \text{sen}\ 135^\circ\ 2 = 24\pi - 16\sqrt{\ } 2 = 8(\pi - \sqrt{\ } 2)cm2$

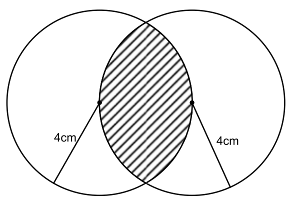
b)



(6 + r) 2 = (6 − r) 2 + (12 − r) 2 12r = −12r + 144 − 24r + r 2 r 2 − 48r + 144 = 0 r = 12(2 − √ 3)cm

π[12(2 − √ 3)]2 = 144(7 − 4 √ 3)cm2

c)



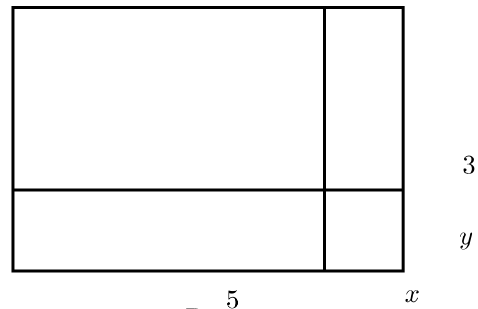
A = 2 (4 2π /3 − 4 · 4 · sen 120◦ /2) = 2 (16π /3 − 4 √ 3)= 4 (8π / 3 − 2 √ 3) cm2

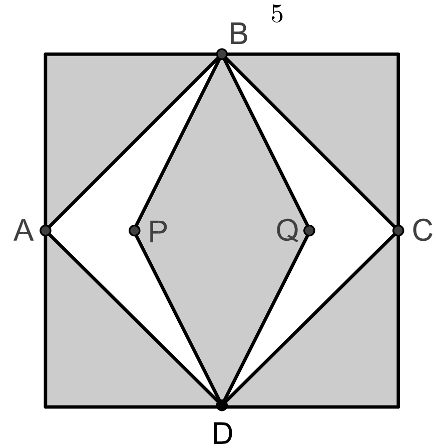
3 Exercícios de Aprofundamento e de Exames

Exercício 15. Um forro retangular de tecido traz em sua etiqueta a informação de que encolherá após a primeira lavagem mantendo, entretanto, seu formato. A figura a seguir mostra as medidas originais do forro e o tamanho do encolhimento x no comprimento e y na largura. A expressão algébrica que representa a ´área do forro após ser lavado ´e $(5-x)(3-y)$.
Nestas condições , a ´área perdida do forro, após a primeira lavagem, será expressa por
(a) $2x$ (b) $15 - 3x$ (c) $15 - 5x$ (d) $-5y - 3x$
(e) $5y + 3x - xy$.

A = 15 − (5 − x)(3 − y) = 15 − 15 + 3x + 5y − xy = 5y + 3x − xy

Exercício 16 Para decorar a fachada de um edifício, um arquiteto projetou colocação de vitrais compostos de.





Nesta figura, os pontos A, B, C e D são pontos médios dos lados do quadrado de ´área $1m$ e os segmentos AP e QC medem $1/4$. Para confeccionar um vitral, são usados dois tipos de materiais: um para a parte sombreada da figura, que custa $R\$30{,}00$ o m^2 e outro para a parte mais clara (regiões $ABPDA$ e $BCDQB$), que custa $R\$50{,}00$ o m^2. De acordo com esses dados, qual ´e o custo dos materiais usados na fábrica de um vitral?
(a) $R\$22{,}50$ (b) $R\$35{,}00$ (c) $R\$40{,}00$ (d) $R\$42{,}50$ (e) $R\$45{,}00$.

[ABP D] = [ABD] − [P BD]
= 1 x ½ /2 – 1 x ¼ /2
= ¼ - 1/8
= 1/8 m²

2 x 1 /8 = 1 /4 = 1 – 1 /4 = ¾
1 /4 x50+ ¾ x30 = 12,50 + 22,50 = 35

Exercício 17. Considere um quadrado $ABCD$ de lado 1. Externamente ao quadrado, são formados os triângulos equiláteros ABE, BCF, CDG e DAH. Qual a ´área do quadrilátero _ $EFGH$√ ? _ √

a) 2 b) 2 3 c) 2 + 3 d) 3 e) 6.

Exercício 18. O quadrado $ABCD$ da figura abaixo está dividido em 16 quadradinhos iguais. O quadrado sombreado tem os vértices sobre os pontos médios do quadrado $EFGH$.

a) A ´área do quadrado $EFGH$ corresponde a que fração da ´área do quadrado $ABCD$?

[EFGH] = [ABCD] – 4[AEH]

= 16a² – 6a²

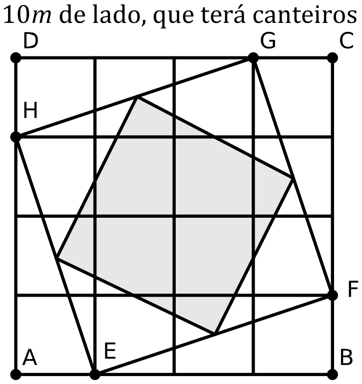
= 10a² = 10/16 [ABCD]

b) Se o quadrado $ABCD$ tem $80cm^2$ de ´área, qual ´e o lado do quadrado sombreado?

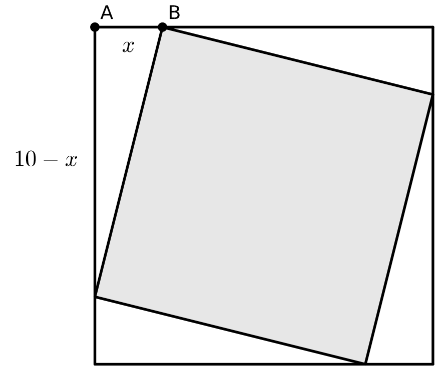
A = [EF GH]/2 = 10/32 [ABCD] = 25cm2

O lado do quadrado sombreado e 5 cm

Exercício 19. Um prefeito quer construir uma praça quadrada de $10m$ de lado, que terá canteiros triangulares



iguais de pedra e um canteiro quadrado de grama, como na figura. O prefeito ainda não decidiu qual será a ´área do canteiro de grama, por isso o comprimento deste segmento AB está indicado por x na figura.



a) Calcule a ´área do canteiro de grama para $x = 2$.

X = 2 => 2.8/2 = 8 assim a área do canteiro de grama e 100 – 4 . 8 = 68 m²

b) Escreva a expressão da ´área do canteiro de grama em função de x.

100 – 4 · x(10 – x)2 = 2x 2 – 20x + 100m²

c) Sabe-se que o canteiro de grama custa R\$4,00 por metro quadrado e os canteiros de pedra custam R\$3,00 por metro quadrado. Qual a menor quantia que o prefeito deve ter para construir os cinco canteiros?

3 · 100 + 1 · (2x² - 20x + 100) = 2x² - 20x + 400

2x² - 20x + 200 = 2(x – 5) ² +350

➢ 0² + 350

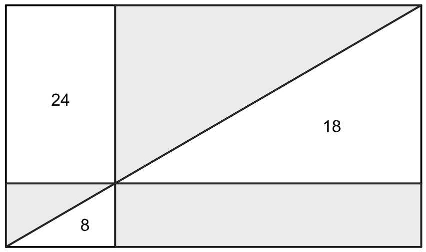
= 350

A igualdade ocorre apenas quando x = 5. Assim, o prefeito precisa de pelo menos R\$150, 00 reais

Exercício 20. O retângulo da figura foi repartido por meio de três segmentos em várias regiões, algumas retangulares e outras triangulares. A linha não paralela aos lados ´e uma diagonal e os números indicam as ´áreas em m^2 das regiões brancas em que se encontram. Qual ´e a do retângulo original?

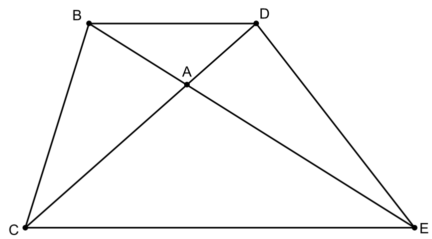
(a) $60cm^2$ (b) $80cm^2$ (c) $90cm^2$ (d) $100cm^2$

(e) Impossível saber.



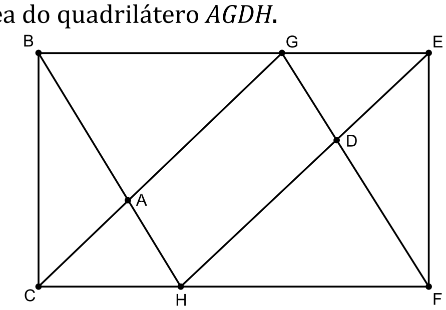
Exercício 21.

a) Temos abaixo um trapézio e suas diagonais. Mostre que a ´área do triângulo ABC ´e igual `a ´área do triângulo ADE.



Como ACBE = AEDC , pois possuem a mesma base e mesma altura, então, decompondo ambas as áreas, AABC + AACE = AADE + AACE, segue que AABC = AADE.

b) Na figura a seguir, $BCFE$ ´e um retângulo, o triângulo ABC tem ´área $5cm^2$ e o triângulo DEF tem ´até $4cm^2$. Calcule a ´área do quadrilátero $AGDH$.



Traçando o segmento GH, temos, pelo item anterior, que AAGH = AABC = 5cm2 e ADGH = ADEF = 4cm2 . Temos então que AAGDH = AAGH + ADGH = 5 + 4 = 9cm2

Exercício 22. João e Maria herdaram um terreno, representado pelo polígono $ABCDEF$. Havia uma cerca reta separando o terreno em duas partes, mas como as ´áreas eram diferentes, João e Maria resolveram deslocá-la, mantendo-a reta, de forma que a extremidade em F fosse para o ponto P. Com isso, as duas ´áreas tornaram-se iguais. Supondo que os ˆângulos em A, B, D, E e F são retos, de quantos metros foi o deslocamento FP?

a) 5 b) 8 c) 10 d) 12 e) 20.

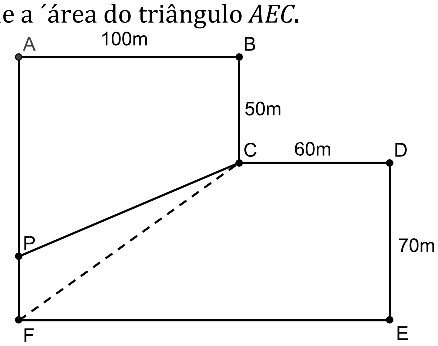
[ABCP] = 8100

(120 – x +50) 100/2 = 8100

170 – x = 162

X = 8 m

Exercício 23. Seja $ABCD$ um retângulo tal que $AD = 6$ e $DC = 8$. Construa um triângulo equilátero CED tal que E, A e B estão no mesmo semi-plano determinado pela reta CD. Determine a ´área do triângulo AEC.



[AEC] = [AECD] – [ACD]

= [AEPD] + [ECP] – [ACD]

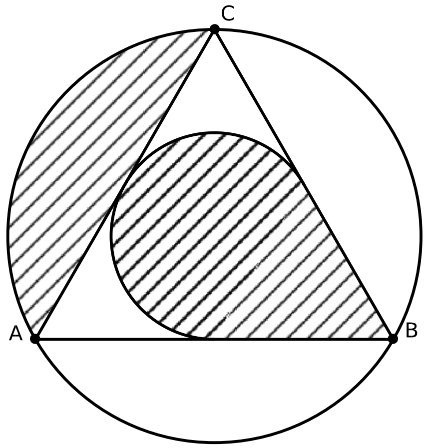
= 4 (6+ 4V3)/2 + 4 x 4 V3 /2 -24

= 12 + 8 v3 + 8v3 – 25

= 16v3 – 12

= 4 (4v3-3)

Exercício 24. Considere o triângulo ABC inscrito em uma circunferência em que os menores arcos AB, BC e AC são congruentes.



Se a circunferência menor, inscrita ao triângulo ABC, tem raio igual a $1cm$, então o número que representa a ´área hachurada, em cm^2, ´e igual ao número que representa

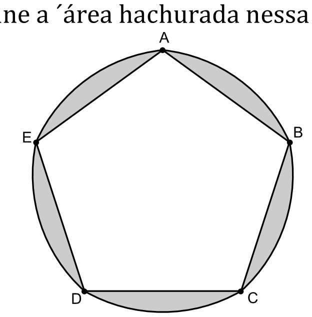
a) o comprimento do círculo menor, em cm.

b) a ´área do círculo maior em cm^2.

c) o comprimento do círculo maior, em cm.

d) o dobro da ´área do triângulo ABC, em cm^2.

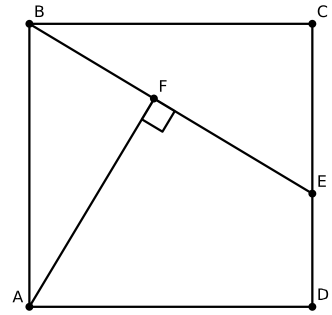
Exercício 25. Na figura abaixo, $ABCDE$ ´e um pentágono regular de lado a e os arcos AB, BC, CD, DE e EA são congruentes e arcos de circunferência cujo raio mede a. Assim, determine a ´área hachurada nessa figura, em



função de ”a”.

$5 (a^2 \pi/6 - a^2 v3/4)$

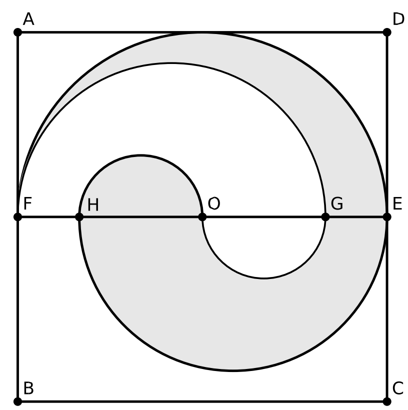
Exercício 26. Na figura abaixo, $ABCD$ ´e um quadrado de lado 12 e BE ´e um segmento de comprimento 16. Determine o comprimento do segmento AF.



72 = AF x BE /2 = AF x 16 /2 = 8 AF

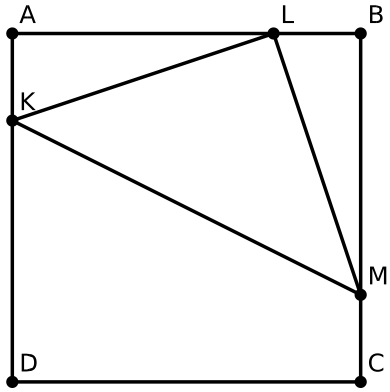
AF = 72 / 8 = 9

Exercício 27. Dado o quadrado $ABCD$ de lado 2. Sejam O o centro do quadrado e E e F os pontos médios dos lados AB e CD. Se os segmentos FH e GE são iguais e os arcos FE,EH,GO,OG,FG são semicircunferências, encontre a ´área sombreada.



$1^2\pi /2 = \pi /2$

Exercício 28. Na figura a seguir, $ABCD$ ´e um quadrado de lado 4, K pertence ao lado AD, L pertence ao lado AB, M pertence ao lado BC e KLM ´e um triângulo retângulo isósceles, sendo L o ˆangulo reto. Então a ´área do quadrilátero $CDKM$ ´e igual a



a) 6 b) 8 c) 10 d) d) 12 e) 14