Modulo de Áreas de Figuras Planas

Áreas de Figuras Planas: Resultados Básicos

Nono Ano

Atividade Resolvida

Aluno : Joao Pedro Acioli De Araújo Tomaz

# **1** Exercícios Introdutórios

Exercício 1. Determine a área dos retângulos abaixo:

a)

A=4.8=>A=32cm2

b)

Cos 30º = CA/HIP -> √3/2 = x/12 -> 12√3 = 2x -> x = 6 √3

Sen 30º = CO/HIP -> ½ = x/12 -> 2x = 12 -> x = 6

A = 6 . √3 -> 36√3 cm2

Exercise 2. Determine a área de um quadrado

1. cujo lado mede 8*cm*.

A = 8 x 8 -> 64 cm2

1. cujo lado mede 7*,*1*cm*.

A = 7,1 x 7,1 -> 50,41 cm2

1. cujo lado mede √3*cm*

A= √3 x √3 -> A = 3 cm2

1. cuja diagonal mede 6*cm*.

Sem 45º = CO/HIP -> √2/2 = x/6 x= 3√2

A = 3√2 . 3√2 = 9 x √4 = 9 x 2 = 18 cm2

Exercício 3. Determine a medida do lado de um quadrado

cuja área e:

1. 25*cm*2.

√25 = 5 cm

1. 12*cm*2.

√12 = 2 √3 cm

Exercício 4. Determine a área de um losango

1. cujas diagonais medem 5*cm* e 8*cm*.

A = D.d/2 -> 8 x 5/2 -> 40/2 -> 20 cm2

1. cujo lado mede 5*cm* e a diagonal menor mede 6*cm*.

5² = 3² + x² => 25 = 9 + x² = 25 – 9 = x² x = 4 (D=8)

A= 8 x 6/2 => 48/2 => 24 cm2

1. cujo lado mede 8*cm* e um dos ˆangulos internos mede 120*o*.

Cos 60 º = CA/HIP -> ½ = x/8 -> 2x =8 -> x= 4 -> d = 8

Sem 60º = CO/HIP -> √3/2 = x/8 -> 2x = 8√3 -> x= 4√3

D= 8√6

A = D.d/2 -> 8 x 8 √6 / 2 = 32√3 cm2

Exercício 5. Determine a área de um trapézio de bases medindo 5*cm* e 7*cm* e altura medindo 4*cm*.

A= (B+b).h/2 -> A = (7+5) .4/2 -> 12.4/2 -> 24 cm2

Exercício 6. Determine a área de um quadrado cujo perímetro e 72*cm*.

7.2/4 => 18 cm

A= 18 . 18 -> 324 cm2

Exercício 7. Determine a ´área de um trapézio isósceles cujos bases têm 6*cm* e 12*cm* de medida e os outros lados, 5*cm*.

5² = 3² + x² => 25 = 9 + x² -> x √16 -> x = 4

A= (B+b).h/2 -> ( 12+6).4/2 -> 36 cm2

Exercício 8. Calcule a ´área dos paralelogramos abaixo

a)

A = b. h -> 6 x 4 -> 24 cm2

b)

Sem 60º = CO/HIP -> √3/2 = X/6 -> 2x = 6√3 -> x = 3√3

A = b . h -> 8 x 3√3 -> 24√3 cm2

Exercício 9. Calcule a ´área dos triângulos abaixo.

1. A = b . h /2 -> 8 x 5/2 -> 40/2 -> A=20 cm2
2. 13² = 5 ²+ x ² -> 169 = 25 + X ² -> X = 12

A = b . h /2 -> 5 x 12 /2 -> 60/2 -> 30 cm2

1. P = 6 + 6+ 6/2 -> P= 9

A = √ 9 x 3 x 3 x 3 = 243 cm2

D) 6 x 8 x Sen45 / 2 = 12 √2 cm2

# **2** Exercícios de Fixação

Exercício 10. A altura de um retângulo ´e a metade de sua base. Se sua ´área ´e 450*m*2, determine suas dimensões.

h= b/2

A = b . h -> 450 = b . b/2 -> 450 = b²/2 -> √900 = b >b=30M

h = 30/2 -> h = 15 m

Exercício 11. Aumentando em 10% o comprimento de um retângulo e diminuindo em 10% sua largura, determine sua nova ´área, sabendo que a ´área inicial era 100*cm*2.

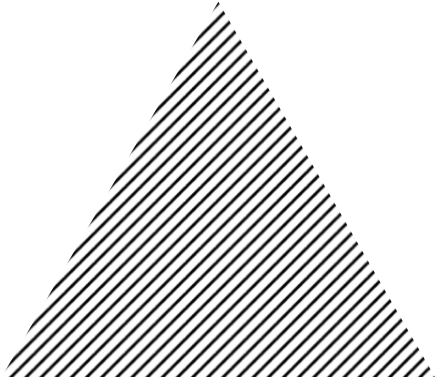
10 . 10 -> √100 -> 10

10% de 100 = 10

10% de 10 = 1 x 9 -> 99 cm2

Exercício 12. Determine a ´área hachurada nas figuras abaixo.

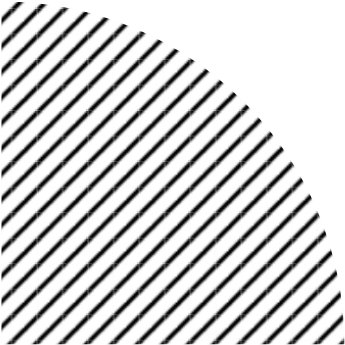
a)



A = 8² √3 /4 – π ( 4√3/3 ) ² -> 16 √3 – 16 π/3 ->

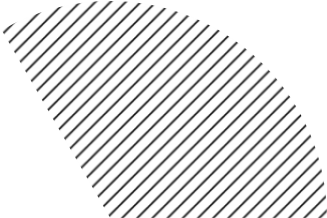
A = 48 √3 - 16 π /3 cm2

b)



A = 10² - 10² π/4 -> 4 = 100 -25 π -> A= 2,5(4- π) cm2

c)



180-60 = 120 -> 1/3 do circulo

A = 6 ² π/3 -> 12 π cm2

Exercício 13. A cerâmica constitui-se em um artefato bastante presente na história da humanidade. Uma de suas várias propriedades ´e a retração (contração), que consiste na evaporação da ´agua existente em um conjunto ou bloco cerâmico quando submetido a uma determinada temperatura elevada. Essa elevação de temperatura, que ocorre durante o processo de cozimento, causa uma redução de até 20% nas dimensões lineares de uma peça. (Disponível em: [www.arq.ufsc.br.](http://www.arq.ufsc.br/) Acesso em: 3 mar 2012). Suponha que uma peça, quando moldada em argila, possuía uma base retangular cujos lados mediam 30*cm* e 15*cm*. Após o cozimento, esses lados foram reduzidos em 20%. Em relação a ´área original, a ´área da base dessa peça, após o cozimento, ficou reduzida em

(a) 4% (b) 20% (c) 36% (d) 64% (e)

96%.

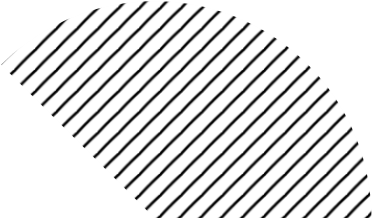
Inicial : 30 x 15 -> 450 cm2

Final: (30-60) x (15-3) -> 288 cm2

450 -288 / 450 -> 0,36 -> 36%

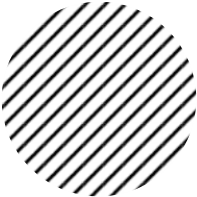
Exercício 14. Determine a ´área hachurada nas figuras abaixo.

a)



A = 3 8 π8 2 − 8 · 8 · sen 135◦ 2 = 24π − 16√ 2 = 8(π − √ 2)cm2

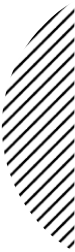
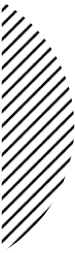
b)



(6 + r) 2 = (6 − r) 2 + (12 − r) 2 12r = −12r + 144 − 24r + r 2 r 2 − 48r + 144 = 0 r = 12(2 − √ 3)cm

π[12(2 − √ 3)]2 = 144(7 − 4 √ 3)cm2

c)



A = 2 (4 2π /3 − 4 · 4 · sen 120◦ /2) = 2 (16π /3 − 4 √ 3 )= 4 ( 8π / 3 − 2 √ 3 ) cm2

# **3** Exercícios de Aprofundamento e de Exames

Exercício 15. Um forro retangular de tecido traz em sua etiqueta a informação de que encolherá após a primeira lavagem mantendo, entretanto, seu formato. A figura a seguir mostra as medidas originais do forro e o tamanho do encolhimento *x* no comprimento e *y* na largura. A expressão algébrica que representa a ´área do forro após ser lavado ´e (5–*x*)(3–*y*).

Nestas condições , a ´área perdida do forro, após a primeira lavagem, será expressa por

(a) 2*x* (b) 15 − 3*x* (c) 15 − 5*x* (d) −5*y* − 3*x*

(e) 5*y* + 3*x* − *xy*.

A = 15 − (5 − x)(3 − y) = 15 − 15 + 3x + 5y − xy = 5y + 3x − xy

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

Exercício 16 Para decorar a fachada de um edifício, um arquiteto projetou colocação de vitrais compostos de.

Nesta figura, os pontos *A*, *B*, *C* e *D* são pontos médios dos lados do quadrado de ´área 1*m* e os segmentos *AP* e *QC* medem 1*/*4. Para confeccionar um vitral, são usados dois tipos de materiais: um para a parte sombreada da figura, que custa *R*$30*,*00 o *m*2 e outro para a parte mais clara (regiões *ABPDA* e *BCDQB*), que custa *R*$50*,*00 o *m*2. De acordo com esses dados, qual ´e o custo dos materiais usados na fábrica de um vitral?

1. *R*$22*,*50 (b) *R*$35*,*00 (c) *R*$40*,*00 (d) *R*$42*,*50 (e) *R*$45*,*00.

[ABP D] = [ABD] − [P BD]

= 1 x ½ /2 – 1 x ¼ /2

= ¼ - 1/8

= 1/8 m²

2 x 1 /8 = 1 /4 = 1 – 1 /4 = ¾

1 /4 x50+ ¾ x30 = 12,50 + 22,50 = 35

Exercício 17. Considere um quadrado *ABCD* de lado 1. Externamente ao quadrado, são formados os triângulos equiláteros *ABE*, *BCF*, *CDG* e *DAH*. Qual a ´área do

quadrilátero *EFGH*√ ? √

a) 2 b) 2 3 c) 2 + 3 d) 3 e) 6.

Exercício 18. O quadrado *ABCD* da figura abaixo está dividido em 16 quadradinhos iguais. O quadrado sombreado tem os vértices sobre os pontos médios do quadrado

*EFGH*.

1. A ´área do quadrado *EFGH* corresponde a que fração da ´área do quadrado *ABCD*?

[EFGH] = [ABCD] − 4[AEH]

= 16a² − 6a²

= 10a² = 10/16 [ABCD]

1. Se o quadrado *ABCD* tem 80*cm*2 de ´área, qual ´e o lado do quadrado sombreado?

A = [EF GH]/2 = 10/32 [ABCD] = 25cm2

O lado do quadrado sombreado e 5 cm

Exercício 19. Um prefeito quer construir uma praça quadrada de 10*m* de lado, que terá canteiros triangulares

iguais de pedra e um canteiro quadrado de grama, como na figura. O prefeito ainda não decidiu qual será a ´área do canteiro de grama, por isso o comprimento deste segmento *AB* está indicado por *x* na figura.

1. Calcule a ´área do canteiro de grama para *x* = 2.

X = 2 => 2.8/2 = 8 assim a área do canteiro de grama e 100 – 4 . 8 = 68 m²

1. Escreva a expressão da ´área do canteiro de grama em função de *x*.

100 − 4 · x(10 − x)2 = 2x 2 − 20x + 100m²

1. Sabe-se que o canteiro de grama custa *R*$4*,*00 por metro quadrado e os canteiros de pedra custam *R*$3*,*00 por metro quadrado. Qual a menor quantia que o prefeito deve ter para construir os cinco canteiros?

3 · 100 + 1 · (2x² - 20x + 100) = 2x² - 20x + 400

2x² - 20x + 200 = 2( x – 5 ) ² +350

* 0² + 350

= 350

A igualdade ocorre apenas quando x = 5. Assim, o prefeito precisa de pelo menos R$150, 00 reais

Exercício 20. O retângulo da figura foi repartido por meio de três segmentos em várias regiões, algumas retangulares e outras triangulares. A linha não paralela aos lados ´e uma diagonal e os números indicam as ´áreas em *m*2 das regiões brancas em que se encontram. Qual ´e a do retângulo original?

(a) 60*cm*2 (b) 80*cm*2 (c) 90*cm*2 (d) 100*cm*2

(e) Impossível saber.

Exercício 21.

1. Temos abaixo um trapézio e suas diagonais. Mostre que a ´área do triângulo *ABC* ´e igual `a ´área do triângulo *ADE*.

Como ACBE = AEDC , pois possuem a mesma base e mesma altura, então, decompondo ambas as áreas, AABC + AACE = AADE + AACE, segue que AABC = AADE.

1. Na figura a seguir, *BCFE* ´e um retângulo, o triângulo *ABC* tem ´área 5*cm*2 e o triângulo *DEF* tem ´até 4*cm*2. Calcule a ´área do quadrilátero *AGDH*.

Traçando o segmento GH, temos, pelo item anterior, que AAGH = AABC = 5cm2 e ADGH = ADEF = 4cm2 . Temos então que AAGDH = AAGH + ADGH = 5 + 4 = 9cm2

Exercício 22. João e Maria herdaram um terreno, representado pelo polígono *ABCDEF*. Havia uma cerca reta separando o terreno em duas partes, mas como as ´áreas eram diferentes, João e Maria resolveram deslocá-la, mantendo-a reta, de forma que a extremidade em *F* fosse para o ponto *P*. Com isso, as duas ´áreas tornaram-se iguais. Supondo que os ˆângulos em *A*, *B*, *D*, *E* e *F* são retos, de quantos metros foi o deslocamento *FP*?

a) 5 b) 8 c) 10 d) 12 e) 20.

[ABCP] = 8100

(120 – x +50) 100/2 = 8100

170 – x = 162

X = 8 m

Exercício 23. Seja *ABCD* um retângulo tal que *AD* = 6 e *DC* = 8. Construa um triângulo equilátero *CED* tal que *E*, *A* e *B* estão no mesmo semi-plano determinado pela reta *CD*. Determine a ´área do triângulo *AEC*.

[AEC] = [ AECD] – [ACD]

= [ AEPD] + [ ECP] – [ ACD]

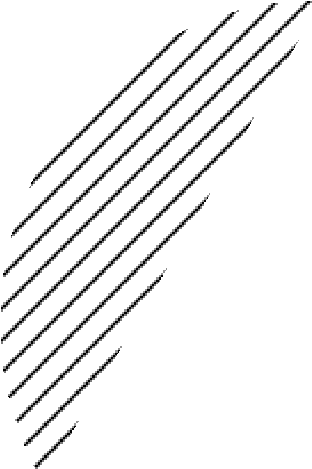
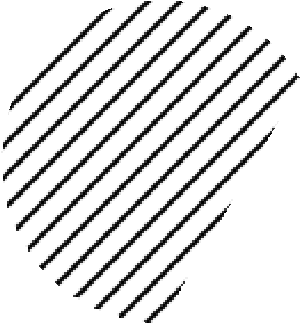
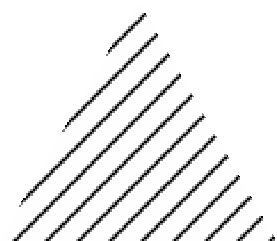
= 4 (6+ 4V3)/2 + 4 x 4 V3 /2 -24

= 12 + 8 v3 + 8v3 – 25

= 16v3 – 12

= 4 (4v3-3)

Exercício 24. Considere o triângulo *ABC* inscrito em uma circunferência em que os menores arcos *AB*, *BC* e *AC* são congruentes.



Se a circunferência menor, inscrita ao triângulo *ABC*, tem raio igual a 1*cm*, então o número que representa a ´área hachurada, em *cm*2, ´e igual ao número que representa

1. o comprimento do círculo menor, em cm.
2. a ´área do círculo maior em *cm*2.
3. o comprimento do círculo maior, em cm.
4. o dobro da ´área do triângulo *ABC*, em *cm*2.

Exercício 25. Na figura abaixo, *ABCDE* ´e um pentágono regular de lado a e os arcos *AB*, *BC*, *CD*, *DE* e *EA* são congruentes e arcos de circunferência cujo raio mede *a*. Assim, determine a ´área hachurada nessa figura, em

função de ”a”.

5 ( a2 π/6 - a2  v3/4)

Exercício 26. Na figura abaixo, *ABCD* ´e um quadrado de lado 12 e *BE* ´e um segmento de comprimento 16. Determine o comprimento do segmento *AF*.

72 = AF x BE /2 = AF x 16 /2 = 8 AF

AF = 72 / 8 = 9

Exercício 27. Dado o quadrado *ABCD* de lado 2. Sejam

*O* o centro do quadrado e *E* e *F* os pontos médios dos lados

*AB* e *CD*. Se os segmentos *FH* e *GE* são iguais e os arcos *FE,EH,GO,OG,FG* são semicircunferências, encontre a ´área sombreada.

12π /2 = π /2

Exercício 28. Na figura a seguir, *ABCD* ´e um quadrado de lado 4, *K* pertence ao lado *AD*, *L* pertence ao lado *AB*, *M* pertence ao lado *BC* e *KLM* ´e um triângulo retângulo isósceles, sendo *L* o ˆangulo reto. Então a ´área do quadrilátero *CDKM* ´e igual a

a) 6 b) 8 c) 10 d) d) 12 e) 14