

Exercícios – Módulo Óptica Geométrica III

Refração da luz – Refração e sistemas ópticos

Segundo Ano do Ensino Médio

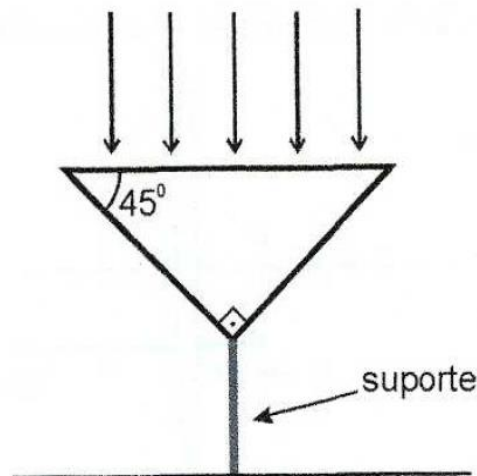
Autor: Thales Azevedo

Revisor: Lucas Lima



**Portal
da Física
OBMEP**

- 1) (OBF) Um prisma, construído com um material transparente de índice de refração n e sustentado em um de seus vértices por um suporte, é iluminado por um feixe de luz vertical, conforme a figura. Para quais valores de n a superfície abaixo do prisma não será iluminada?



Solução: Esta é uma questão discursiva que aborda as leis da refração, em particular o conceito de ângulo limite e o fenômeno da reflexão total, discutidos na aula 05. Para resolvê-la, precisamos determinar a condição para que a luz incidente não atinja a superfície abaixo do prisma. A única maneira de isso acontecer é não havendo refração nas faces internas do prisma (inclinadas de 45° em relação à horizontal). Em outras palavras, é necessário que o ângulo de incidência naquelas faces seja superior ao ângulo limite, de forma que nelas ocorra a reflexão total.

De acordo com o enunciado, o feixe de luz incide verticalmente na face externa do prisma, de modo que os raios luminosos refratados não sofrem desvio. Isso pode ser concluído a partir da lei de Snell-Descartes ($n_1 \text{sen}\theta_1 = n_2 \text{sen}\theta_2$), uma vez que, nesse caso, os raios incidentes têm a direção da normal àquela face e, portanto, o ângulo de incidência é zero. Sendo assim, os raios luminosos que compõem o feixe atingem as faces internas do prisma verticalmente, fazendo um ângulo de 45° com a normal. Pelo que discutimos no parágrafo anterior, tal ângulo deve ser superior ao ângulo limite. Por outro lado, sabemos que o seno do ângulo limite é dado pela razão entre o índice de refração do meio menos refringente e o índice de refração do meio mais refringente, ou seja,

$$\text{sen}\theta_L = \frac{n_{\text{menor}}}{n_{\text{maior}}}.$$

Apesar de não estar explícito no enunciado, podemos inferir do contexto que o meio no qual o prisma está inserido é o ar, que por sua vez possui índice de refração aproximadamente igual a 1. Além disso, o enunciado informa que o

índice de refração do material de que o prisma é feito é igual a n . Portanto, substituindo esses valores na equação acima, obtemos

$$\text{sen}\theta_L = \frac{1}{n}.$$

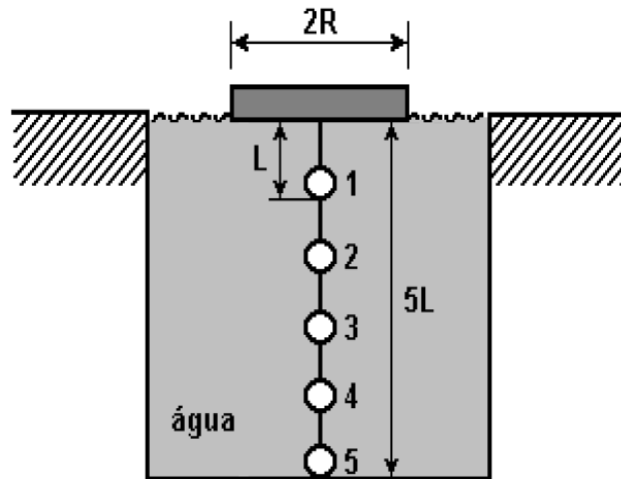
Agora, como devemos ter $45^\circ > \theta_L$, então

$$\text{sen}45^\circ > \text{sen}\theta_L$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} > \frac{1}{n},$$

ou seja, para que a superfície abaixo do prisma não seja iluminada, é preciso que $n > \sqrt{2}$.

2) (UFV – adaptada) Um enfeite de Natal é constituído por cinco pequenas lâmpadas iguais e monocromáticas, ligadas em série através de um fio esticado de comprimento $5L$. Uma das pontas do fio está presa no centro de um disco de madeira, de raio R , que flutua na água de uma piscina. A outra ponta do fio está presa no fundo da piscina, juntamente com uma das lâmpadas, conforme representado na figura adiante.



Durante a noite, quando as lâmpadas são acesas, um observador fora da piscina vê o brilho de apenas três das cinco lâmpadas. Sabendo que o índice de refração da água e o do ar são, respectivamente, $n(H)$ e $n(ar)$, pergunta-se:

a) Qual é o fenômeno que impede a visualização das lâmpadas?

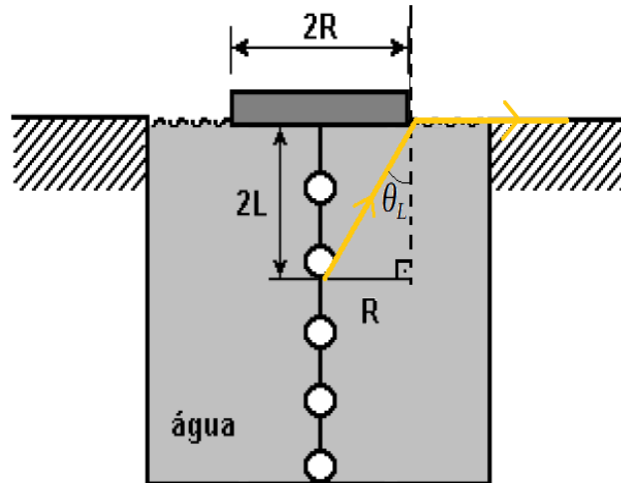
- b) Qual par de lâmpadas não é visível?
c) Encontre uma relação entre R , L , $n(H)$ e $n(ar)$ que, se satisfeita, implica que duas das lâmpadas não são visíveis.

Solução: Esta é uma questão discursiva que aborda as leis da refração, em particular o conceito de ângulo limite e o fenômeno da reflexão total, discutidos na aula 05. Vamos analisar cada item separadamente.

Item a) Para que as lâmpadas sejam visíveis do lado de fora da água, é preciso que os raios luminosos que elas emitem passem da água para o ar, sofrendo refração na superfície que separa os dois meios. Se há lâmpadas que não são visíveis, então podemos concluir que os raios luminosos por elas emitidos são totalmente refletidos na superfície que separa a água do ar, ou seja, ocorre o fenômeno da reflexão total.

Item b) Para que ocorra a reflexão total, é necessário que o ângulo de incidência dos raios luminosos emitidos por uma dada lâmpada seja maior que o ângulo limite. Quanto mais próxima do disco de madeira está uma lâmpada, maior será o ângulo de incidência dos raios luminosos por ela emitidos. Isto implica que, se os raios luminosos emitidos por uma dada lâmpada sofrem reflexão total, então os raios luminosos emitidos por todas as lâmpadas acima dela também vão exibir o mesmo fenômeno (já que os ângulos de incidência serão todos maiores que o ângulo limite). Como, de acordo com o enunciado, apenas duas lâmpadas não são visíveis, concluímos que estas são as duas lâmpadas mais próximas do disco de madeira, ou seja, as lâmpadas 1 e 2 na figura.

Item c) Se as lâmpadas 1 e 2 não são visíveis, então o ângulo de incidência de um raio luminoso que parte da lâmpada 2 e atinge a superfície da água tangenciando a extremidade do disco de madeira é maior que o ângulo limite. Por outro lado, como a lâmpada 3 é visível, o ângulo de incidência do raio luminoso correspondente emitido por ela é menor que o ângulo limite. Assim, podemos estimar que o ângulo limite corresponde ao ângulo de incidência de um raio luminoso que parte de um ponto do fio logo abaixo da lâmpada 2. A figura abaixo ilustra essa situação.



Sabemos que o ângulo limite satisfaz a relação

$$\text{sen}\theta_L = \frac{n_{\text{menor}}}{n_{\text{maior}}}.$$

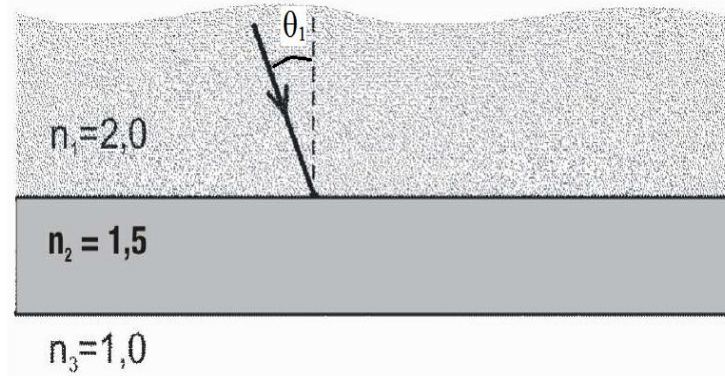
Calculando o seno como a razão entre os comprimentos do cateto oposto e da hipotenusa, temos, com ajuda da figura,

$$\text{sen}\theta_L = \frac{R}{\sqrt{R^2+(2L)^2}}.$$

Logo, combinando os resultados e notando que, neste caso, $n_{\text{menor}} = n(\text{ar})$ e $n_{\text{maior}} = n(H)$, obtemos, finalmente, a relação desejada:

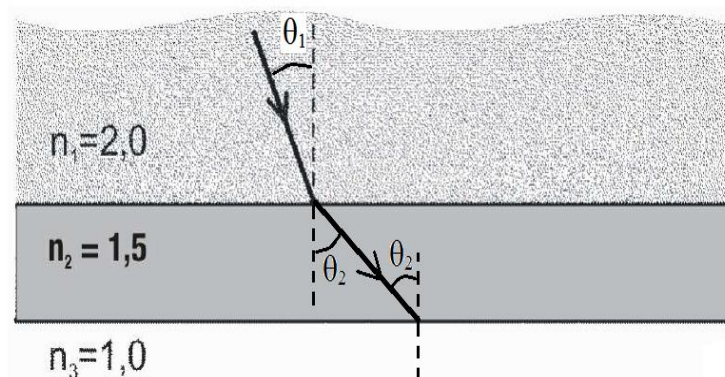
$$\frac{R}{\sqrt{R^2+(2L)^2}} = \frac{n(\text{ar})}{n(H)}.$$

3) (UFRJ) Uma lâmina homogênea de faces paralelas é constituída de um material com índice de refração $n_2 = 1,5$. De um lado da lâmina, há um meio homogêneo de índice de refração $n_1 = 2,0$; do outro lado, há ar, cujo índice de refração n_3 consideramos igual a $1,0$. Um raio luminoso proveniente do primeiro meio incide sobre a lâmina com ângulo de incidência θ_1 , como indica a figura.



Calcule o valor de θ_1 a partir do qual o raio que atravessa a lâmina sofre reflexão total na interface com o ar.

Solução: Esta é uma questão discursiva que aborda as leis da refração, em particular o conceito de ângulo limite e o fenômeno da reflexão total, discutidos na aula 05. Para resolvê-la, precisamos primeiro determinar a relação entre o ângulo de incidência θ_1 e o ângulo de refração θ_2 , que aparece na figura abaixo. (Note que estamos supondo que θ_1 é menor que o ângulo limite para a ocorrência reflexão total na interface entre os meios 1 e 2.)



A relação entre θ_1 e θ_2 é obtida diretamente a partir da lei de Snell–Descartes:

$$\begin{aligned} n_1 \text{sen} \theta_1 &= n_2 \text{sen} \theta_2 \\ 2 \text{sen} \theta_1 &= 1,5 \text{sen} \theta_2 \\ \text{sen} \theta_1 &= \frac{3}{4} \text{sen} \theta_2. \end{aligned}$$

A partir da figura, vemos que o ângulo de incidência na interface entre a lâmina e o ar também vale θ_2 . Como o enunciado pede-nos para determinar o valor ângulo a partir do qual ocorre reflexão total naquela interface, devemos igualar θ_2 ao ângulo limite. Por outro lado, sabemos que o seno do ângulo limite é dado pela razão entre o índice de

refração do meio menos refringente e o índice de refração do meio mais refringente, ou seja,

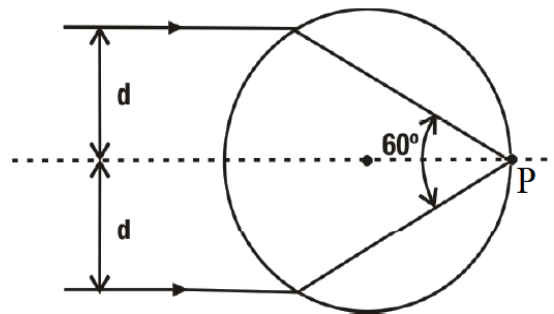
$$\begin{aligned} \operatorname{sen}\theta_L &= \frac{n_{\text{menor}}}{n_{\text{maior}}} \\ \operatorname{sen}\theta_2 &= \frac{1}{1,5} \\ \operatorname{sen}\theta_2 &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Substituindo tal equação na relação obtida acima para θ_1 e θ_2 , obtemos, então,

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}\theta_1 &= \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \\ \operatorname{sen}\theta_1 &= \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Portanto, o valor de θ_1 a partir do qual o raio que atravessa a lâmina sofre reflexão total na interface com o ar é $\theta_1 = 30^\circ$.

4) (UFRJ – adaptada) Dois raios luminosos paralelos, monocromáticos e de mesma frequência, incidem sobre a superfície de uma esfera transparente. Ao penetrar nessa esfera, os raios convergem para um ponto P, formando entre si um ângulo de 60° , como ilustra a figura.

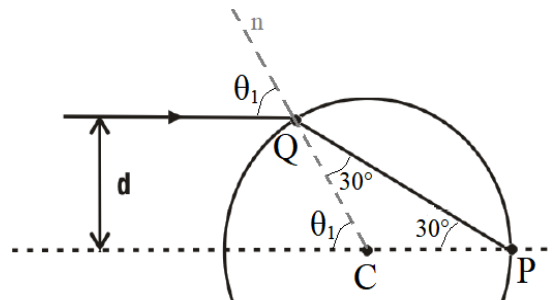


Pergunta-se:

- Qual é o valor do índice de refração do material que constitui a esfera?
- Os raios luminosos sofrem reflexão total no ponto P?

Solução: Esta é uma questão discursiva que aborda as leis da refração, em particular o conceito de ângulo limite e o fenômeno da reflexão total, discutidos na aula 05. A questão requer também um bom conhecimento de geometria plana. Vamos analisar cada item separadamente.

Item a) Para obter o valor do índice de refração do material, precisamos antes encontrar os valores dos ângulos de incidência e de refração, para então aplicar a lei de Snell–Descartes. Por simetria, é suficiente analisar o raio luminoso que penetra no hemisfério superior. Chamando o centro da esfera de C e o ponto onde o raio luminoso incide de Q, temos que o triângulo CPQ é isósceles. De fato, os lados CP e CQ possuem o mesmo comprimento, dado pelo raio da esfera. Por conta disso, os ângulos internos ao triângulo com vértices em P e Q são congruentes, medindo 30° cada. Além disso, a reta normal à superfície esférica no ponto Q passa pelo centro da esfera, ou seja, o ângulo interno com vértice em Q nada mais é do que o ângulo de refração procurado. Assim, para que possamos aplicar a lei de Snell–Descartes, fica faltando apenas determinar o ângulo de incidência, que chamamos de θ_1 . A figura abaixo resume essas informações.



A partir da figura, fica evidente também que o ângulo de incidência é correspondente ao ângulo externo ao triângulo com vértice em C. Sendo assim, é fácil mostrar que θ_1 é igual à soma dos ângulos internos ao triângulo com vértices em P e Q (basta lembrar que a soma dos ângulos internos de um triângulo vale 180°). Ou seja, temos que $\theta_1 = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$. Aplicando, finalmente, a lei de Snell–Descartes, obtemos

$$n_1 \text{sen} \theta_1 = n_2 \text{sen} \theta_2$$

$$1 \cdot \text{sen}(60^\circ) = n_2 \text{sen}(30^\circ)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = n_2 \cdot \frac{1}{2},$$

ou seja, o índice de refração do material que constitui a esfera é dado por $n_2 = \sqrt{3}$. (Note que, apesar de não estar explícito no enunciado, podemos inferir do contexto que o meio no qual a esfera está inserida é o ar, que por sua vez possui índice de refração aproximadamente igual a 1. Por esse motivo, usamos $n_1 = 1$ na lei de Snell–Descartes.)

Item b) Uma vez que obtivemos o valor do índice de refração do material que constitui a esfera, podemos calcular o valor do ângulo limite para a ocorrência de reflexão total no ponto P da maneira usual:

$$\text{sen} \theta_L = \frac{n_{\text{menor}}}{n_{\text{maior}}}$$

$$\text{sen} \theta_L = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{sen}\theta_L = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Para que ocorra reflexão total em P, é preciso que o ângulo de incidência naquele ponto seja maior que o ângulo limite. De maneira equivalente, podemos dizer que é preciso que o seno do ângulo de incidência seja maior que o seno do ângulo limite, já que a função $\text{sen}(x)$ é crescente para $0 < x < 90^\circ$. Pela figura acima, vemos que o ângulo de incidência em P vale 30° . Portanto, como $\text{sen}(30^\circ) = 1/2$, resta saber se esse número é maior ou menor que $\sqrt{3}/3$. Reescrevendo as duas frações com o mesmo denominador, temos

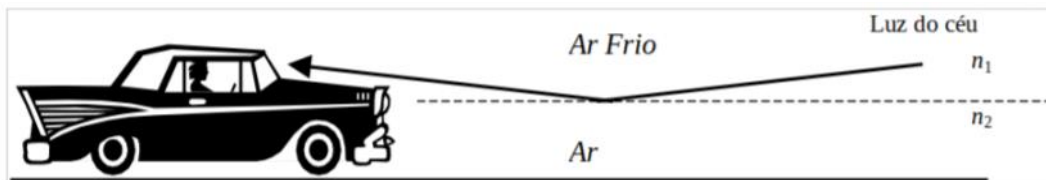
$$\text{sen}(30^\circ) = \frac{1}{2} = \frac{3}{6}$$

e

$$\text{sen}\theta_L = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{4}\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{12}}{6}.$$

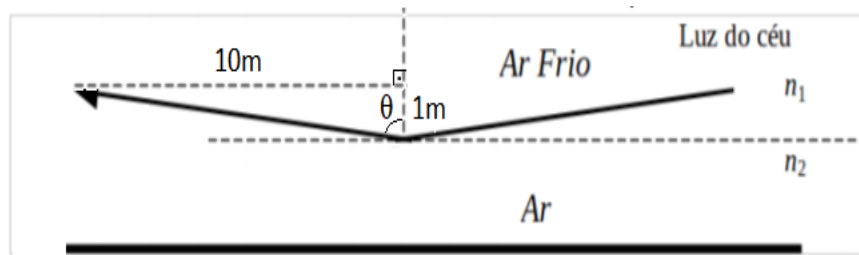
Como 3 (que é igual à raiz quadrada de 9) é menor que a raiz quadrada de 12, concluímos que $\text{sen}(30^\circ) < \text{sen}(\theta_L)$ e, portanto, os raios luminosos não sofrem reflexão total em P.

5) (OBF) Em dias quentes é comum que o asfalto seco pareça molhado, em função da reflexão da luz que nosso cérebro instintivamente associa à presença de água. Na verdade, a reflexão é provocada pelo aquecimento da camada de ar próxima ao asfalto que atinge altas temperaturas devido à radiação térmica solar. A luz que se propaga em direção ao asfalto sofre reflexão interna total ao atingir o ar quente, onde a velocidade de propagação é maior. Na figura abaixo vemos uma representação simplificada desse fenômeno. Os olhos do motorista estão 1 m acima da fronteira na qual ocorre a reflexão da luz, e a miragem parece começar a 10 m de distância. Usando $n_{\text{frio}} = 1,010$ para o índice de refração do ar frio, calcule o índice de refração do ar quente próximo ao asfalto. Pode ser útil usar a aproximação $\frac{1}{\sqrt{1+x}} \cong 1 - \frac{x}{2}$ válida para $x \ll 1$.



Solução: Esta é uma questão discursiva que aborda as leis da refração, em particular o conceito de ângulo limite e o fenômeno da reflexão total. Para resolvê-la, precisamos primeiro determinar o seno do ângulo de incidência do raio luminoso representado na figura presente no enunciado. De acordo com o enunciado, os olhos do motorista estão a 1 m acima da fronteira na qual ocorre a reflexão da luz, e essa começa a ser percebida a

uma distância de 10 m do motorista. Sendo assim, o seno do ângulo de incidência (que é igual ao de reflexão) pode ser obtido a partir do triângulo retângulo esquematizado abaixo.



A partir da figura acima, podemos calcular o seno de θ por sua definição trigonométrica, ou seja, a razão entre os comprimentos do cateto oposto a θ e da hipotenusa (calculado através do teorema de Pitágoras). Temos, portanto,

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}\theta &= \frac{10}{\sqrt{10^2 + 1^2}} \\ \operatorname{sen}\theta &= \frac{1}{\sqrt{1+0,01}}, \end{aligned}$$

onde dividimos o numerador e o denominador por 10 para obter a última expressão. Podemos agora utilizar a aproximação fornecida no enunciado:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{1+x}} &\cong 1 - \frac{x}{2} \\ \Rightarrow \operatorname{sen}\theta &\approx 1 - \frac{0,01}{2} = 0,995. \end{aligned}$$

Agora, como, de acordo com o enunciado, 10 m é a distância a partir da qual o motorista começa a perceber o fenômeno, podemos concluir que o ângulo θ na verdade corresponde ao ângulo limite para a ocorrência de reflexão total na interface entre as duas camadas de ar. Sabemos que o seno do ângulo limite é dado pela razão entre o índice de refração do meio menos refringente e o índice de refração do meio mais refringente, ou seja,

$$\operatorname{sen}\theta_L = \frac{n_{\text{menor}}}{n_{\text{maior}}}.$$

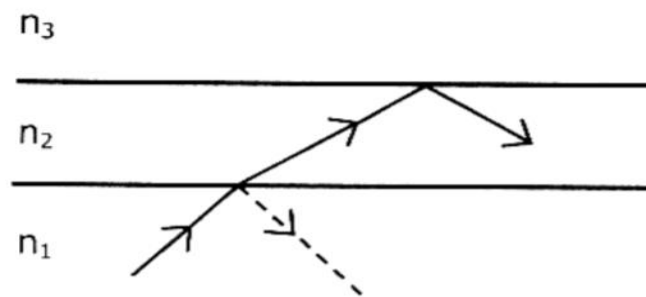
No nosso caso, o enunciado diz que a velocidade de propagação é maior no ar quente, o que implica que seu índice de refração é menor que o do ar frio (de fato, se não fosse assim, não poderia haver reflexão total neste caso). Portanto, lembrando que $\theta_L = \theta$ no nosso caso, obtemos

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{n_{\text{quente}}}{n_{\text{frio}}}$$

$$\begin{aligned} n_{\text{quente}} &= n_{\text{frio}} \cdot \operatorname{sen}\theta \\ n_{\text{quente}} &= 1,010 \cdot 0,995 \\ n_{\text{quente}} &= 1,005. \end{aligned}$$

Logo, o índice de refração do ar quente próximo ao asfalto vale aproximadamente $n_{quente} = 1,005$.

6) (UFRGS) Na figura abaixo, a linha cheia representa o percurso de um raio de luz que se propaga numa lâmina formada por três camadas de diferentes materiais transparentes, cujos índices de refração absolutos são n_1 , n_2 e n_3 . Na interface das camadas com índices de refração n_2 e n_3 , o raio sofre reflexão total.



Selecione a alternativa que indica a relação correta entre os índices de refração n_1 , n_2 e n_3 .

- a) $n_1 > n_2 < n_3$.
- b) $n_1 > n_2 = n_3$.
- c) $n_1 > n_2 > n_3$.
- d) $n_1 < n_2 < n_3$.
- e) $n_1 < n_2 > n_3$.

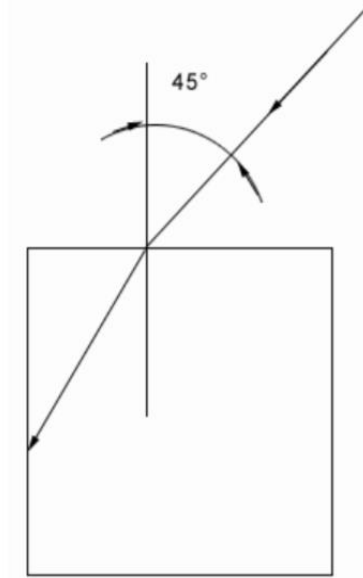
Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda as leis da refração, em particular o conceito de ângulo limite e o fenômeno da reflexão total. Para resolvê-la, basta lembrar algumas propriedades dos raios luminosos refratados.

Podemos começar analisando o que acontece na interface das camadas com índices de refração n_2 e n_3 . De acordo com o enunciado, ali o raio luminoso sofre reflexão total. Como só pode haver reflexão total quando o raio incide de um meio mais refringente em direção a um meio menos refringente, concluímos que $n_2 > n_3$. Tal informação já nos permite descartar as alternativas a), b) e d).

Para determinar a alternativa correta, perceba que, ao passar da camada com índice de refração n_1 para aquela com índice de refração n_2 , o raio luminoso afasta-se da normal. Sabemos, graças à lei de Snell–Descartes, que isso ocorre quando a luz passa de um meio mais refringente para um meio menos refringente. Sendo assim, concluímos que $n_1 > n_2$.

Finalmente, combinando essa informação com aquela deduzida no parágrafo anterior, obtemos $n_1 > n_2 > n_3$, de modo que a resposta correta encontra-se na alternativa c).

7) (ITA) Um raio luminoso incide sobre um cubo de vidro, como indica a figura. Qual deve ser o valor do índice de refração do vidro, para que ocorra reflexão total na face vertical?

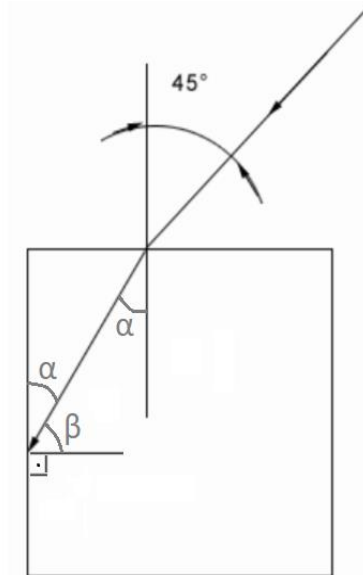


- a) $n > \sqrt{3/2}$
- b) $n < \sqrt{3/2}$
- c) $n > \sqrt{3}/3$
- d) $n < \sqrt{2}/2$
- e) $n > \sqrt{2}/2$

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda as leis da refração, em particular o conceito de ângulo limite e o fenômeno da reflexão total. Para resolvê-la, precisamos primeiro relacionar o índice de refração do vidro com o seno do ângulo que o raio luminoso refratado faz com a normal à face horizontal. Chamando esse ângulo de α , temos, pela Lei de Snell–Descartes,

$$\begin{aligned}n_1 \text{sen} \theta_1 &= n_2 \text{sen} \theta_2 \\1 \cdot \text{sen} 45^\circ &= n \text{sen} \alpha \\ \Rightarrow \text{sen} \alpha &= \frac{\sqrt{2}}{2n},\end{aligned}$$

onde supusemos que o meio de onde vem o raio incidente é o ar, cujo índice de refração é aproximadamente igual a 1. Após sofrer refração, o raio luminoso incide sobre a face vertical, fazendo um ângulo β com a normal, como ilustra a figura abaixo.



Para que ocorra reflexão total na face vertical, como pede o enunciado, o ângulo β deve ser maior que o ângulo limite. Sabemos que o seno do ângulo limite é dado pela razão entre o índice de refração do meio menos refringente e o índice de refração do meio mais refringente, ou seja,

$$\text{sen}\theta_L = \frac{n_{\text{menor}}}{n_{\text{maior}}} = \frac{1}{n}.$$

Logo, a reflexão total ocorrerá se

$$\begin{aligned} \text{sen}\beta &> \text{sen}\theta_L \\ \text{sen}\beta &> \frac{1}{n} \\ \Leftrightarrow n &> \frac{1}{\text{sen}\beta}. \end{aligned}$$

Agora, a partir da figura acima, vemos que $\beta = 90^\circ - \alpha$, o que implica $\text{sen}\beta = \text{cos}\alpha$. Mas, para $0 < \alpha < 90^\circ$, temos

$$\text{sen}^2\alpha + \text{cos}^2\alpha = 1 \Rightarrow \text{cos}\alpha = \sqrt{1 - \text{sen}^2\alpha}.$$

Sendo assim,

$$\begin{aligned} n &> \frac{1}{\text{sen}\beta} \\ \Leftrightarrow n &> \frac{1}{\text{cos}\alpha} \\ \Leftrightarrow n &> \frac{1}{\sqrt{1 - \text{sen}^2\alpha}}. \end{aligned}$$

Finalmente, podemos recuperar a relação obtida através da Lei de Snell–Descartes,

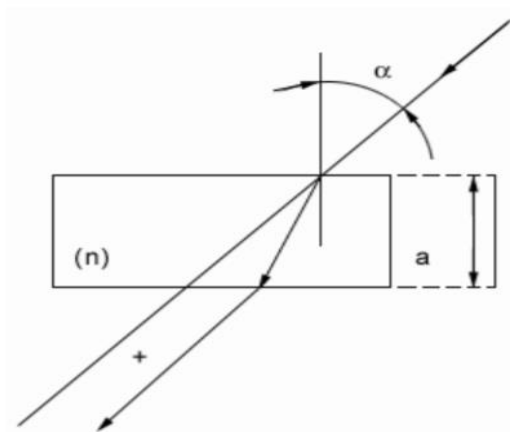
$$\text{sen}\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2n},$$

e substituí-la na desigualdade acima, obtendo

$$\begin{aligned} n &> \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{2n^2}}} \\ \Leftrightarrow n \sqrt{1 - \frac{1}{2n^2}} &> 1 \\ \Leftrightarrow \sqrt{n^2 - \frac{1}{2}} &> 1 \\ \Leftrightarrow n^2 - \frac{1}{2} &> 1 \\ \Leftrightarrow n^2 &> \frac{3}{2} \\ \Leftrightarrow n &> \sqrt{\frac{3}{2}}. \end{aligned}$$

Portanto, a alternativa correta encontra-se na alternativa **a**).

8) (ITA) Um raio luminoso incide sobre uma lâmina transparente de faces paralelas, de espessura a e índice de refração n . Calcular o desvio sofrido pelo raio luminoso, ao atravessar a lâmina, supondo que o ângulo de incidência, α , seja pequeno. (Utilizar as aproximações: $\text{sen } \alpha \approx \alpha$ e $\text{cos } \alpha \approx 1$)



$$\text{a) } x \approx a\alpha \left(1 + \frac{1}{n}\right)$$

$$\text{b) } x \approx a\alpha(1 - n)$$

$$\text{c) } x \approx a\alpha \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

$$\text{d) } x \approx a\alpha(1 + n)$$

$$\text{e) } x \approx a\alpha(n - 1)$$

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda as leis da refração, em particular o comportamento de um raio luminoso ao atravessar uma lâmina de faces paralelas. Para resolvê-la, basta seguir os passos apresentados no texto sobre *dioptra plano e lâmina de faces paralelas*. De fato, naquele texto foi mostrado que o desvio sofrido pelo raio luminoso nessa situação é dado por

$$d = \frac{\text{sen}(\theta_A - \theta_B)}{\text{cos}\theta_B} e,$$

onde θ_A é o ângulo de incidência do raio luminoso sobre a lâmina, θ_B é o ângulo de refração e e é a espessura da lâmina. No caso em questão, temos $e = a$, $\theta_A = \alpha$ e θ_B pode ser calculado por meio da lei de Snell–Descartes:

$$\begin{aligned} n_1 \text{sen}\theta_1 &= n_2 \text{sen}\theta_2 \\ 1 \cdot \text{sen}\alpha &= n \text{sen}\theta_B \\ \Rightarrow \text{sen}\theta_B &= \frac{1}{n} \text{sen}\alpha, \end{aligned}$$

onde supusemos que o meio de onde vem o raio incidente é o ar, cujo índice de refração é aproximadamente igual a 1.

De acordo com o enunciado, o ângulo α é muito pequeno, de modo que podemos usar a aproximação $\text{sen}\alpha \approx \alpha$. Como $\theta_B < \alpha$ (uma vez que, necessariamente, $n > 1$), concluímos que θ_B também pode ser considerado muito pequeno, e assim $\text{sen}\theta_B \approx \theta_B$. Substituindo essas aproximações na equação acima, obtemos

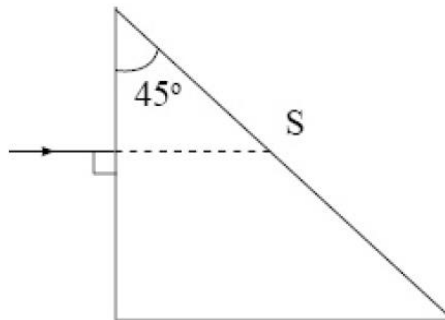
$$\theta_B \approx \frac{\alpha}{n}.$$

Além disso, o fato de que θ_B é um ângulo pequeno também implica que $\text{cos}\theta_B \approx 1$, como nos lembra o enunciado. Logo, a equação para o desvio sofrido pelo raio luminoso fica

$$d = \frac{\text{sen}(\theta_A - \theta_B)}{\text{cos}\theta_B} e = \frac{\text{sen}(\alpha - \theta_B)}{\text{cos}\theta_B} a \approx \frac{\alpha - \alpha/n}{1} a = a\alpha \left(1 - \frac{1}{n}\right),$$

e a resposta correta encontra-se na alternativa **c**).

9) (ITA) No desenho, qual deve ser o índice de refração do prisma para que o raio mostrado sofra reflexão total na face S? (Considere o índice de refração do ar igual a 1,00).



- a) $n > \sqrt{2}$
- b) $n < 1,5$
- c) $n > 1,16$
- d) $n < \sqrt{2}$
- e) nenhuma das respostas é correta.

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda as leis da refração, conforme vimos no texto correspondente. Para resolvê-la, basta lembrar a condição necessária para que um raio luminoso sofra reflexão total ao atingir a interface entre dois meios transparentes, quando vindo do meio de índice de refração maior. De fato, vimos que era necessário que o ângulo de incidência fosse maior que o ângulo limite θ_L , cujo seno é dado por:

$$\text{sen}\theta_L = \frac{n_{\text{menor}}}{n_{\text{maior}}}.$$

No caso desta questão, n_{menor} corresponde ao índice de refração do ar (aproximadamente igual a 1,00), enquanto n_{maior} corresponde ao índice de refração do prisma, denotado por n . Sendo assim, temos

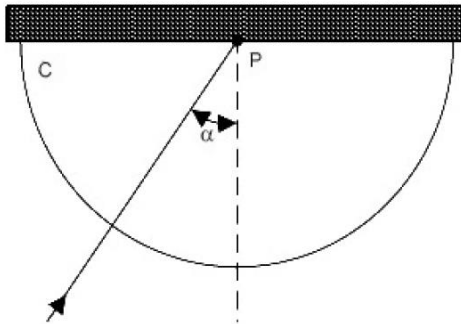
$$\text{sen}\theta_L = \frac{1}{n}.$$

Logo, para que haja reflexão total no interior do prisma, é necessário que o seno do ângulo de incidência sobre a face S seja maior que $1/n$. Mas, de acordo com a figura presente no enunciado, o ângulo de incidência vale 45° . Temos, então,

$$\begin{aligned} \text{sen}45^\circ &> \text{sen}\theta_L \\ \frac{\sqrt{2}}{2} &> \frac{1}{n} \\ \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{2}} &< n, \end{aligned}$$

ou seja, $n > \sqrt{2}$ e, portanto, a resposta correta se encontra na alternativa **a**).

10) (ITA) Para a determinação do índice de refração (n_1) de uma lâmina fina de vidro (L) foi usado o dispositivo da figura, em que C representa a metade de um cilindro de vidro opticamente polido, de índice de refração $n_2 = 1,80$. Um feixe fino de luz monocromática é feito incidir no ponto P, sob um ângulo α , no plano do papel. Observa-se que, para $\alpha > 45^\circ$, o feixe é inteiramente refletido na lâmina. Qual é o valor de n_1 ?



- a) 1,00
- b) 1,27
- c) 2,54
- d) 1,33
- e) 1,41

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda as leis da refração, como visto no texto correspondente. Para resolvê-la, basta lembrar a condição necessária para que um raio luminoso sofra reflexão total ao atingir a interface entre dois meios transparentes, quando vindo do meio de índice de refração maior. De fato, vimos que era necessário que o ângulo de incidência fosse maior que o ângulo limite θ_L , cujo seno é dado por:

$$\text{sen}\theta_L = \frac{n_{\text{menor}}}{n_{\text{maior}}}$$

No caso desta questão, n_{menor} corresponde ao índice de refração da lâmina de vidro, n_1 , o qual desejamos determinar, enquanto n_{maior} corresponde ao índice de refração do cilindro de vidro, dado por $n_2 = 1,80$. Sendo assim, temos

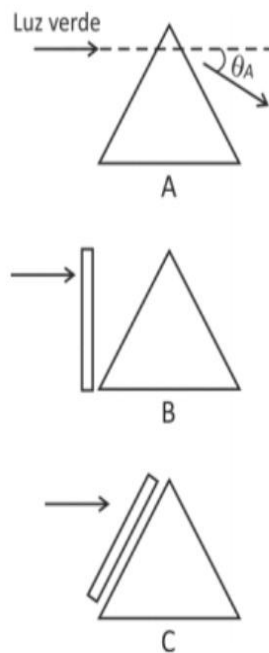
$$\text{sen}\theta_L = \frac{n_1}{1,80}.$$

Por outro lado, de acordo com o enunciado, o feixe é inteiramente refletido na lâmina quando o ângulo de incidência α é maior que 45° , o que implica que 45° corresponde justamente ao ângulo limite θ_L neste caso. Portanto, substituindo esta informação na expressão acima, obtemos

$$\begin{aligned} \text{sen}45^\circ &= \frac{n_1}{1,80} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} &= \frac{n_1}{1,80} \\ \Rightarrow n_1 &= 1,80 \frac{\sqrt{2}}{2}, \end{aligned}$$

ou seja, $n_1 \approx 1,27$, e a alternativa correta encontra-se na alternativa **b**).

11) (Fuvest) Um prisma triangular desvia um feixe de luz verde de um ângulo θ_A , em relação à direção de incidência, como ilustra a figura A abaixo.



Se uma placa plana, do mesmo material do prisma, for colocada entre a fonte de luz e o prisma, nas posições mostradas nas figuras B e C, a luz, ao sair do prisma, será desviada, respectivamente, de ângulos θ_B e θ_C , em relação à direção de incidência indicada pela seta. Os desvios angulares serão tais que

- a) $\theta_A = \theta_B = \theta_C$
- b) $\theta_A > \theta_B > \theta_C$
- c) $\theta_A < \theta_B < \theta_C$
- d) $\theta_A = \theta_B > \theta_C$

$$e) \theta_A = \theta_B < \theta_C$$

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda a refração da luz através de prismas e lâminas paralelas. Para resolvê-la, basta lembrar o que foi discutido nos textos correspondentes. Particularmente importante para esse problema é o fato de que o desvio angular sofrido pelos raios luminosos que atravessam um dado prisma depende apenas do ângulo de incidência e das características do prisma. Além disso, devemos lembrar que, quando um raio luminoso incide sobre uma lâmina de faces paralelas, ele é transmitido em uma direção paralela à direção de incidência. Logo, colocar uma lâmina de faces paralelas na frente do prisma, seja na posição indicada na figura B ou na figura C, não altera o ângulo de incidência que o raio luminoso que atinge o prisma faz com a normal. Como as características do prisma também não mudam nas três situações (afinal, trata-se do mesmo prisma), concluímos que os desvios angulares nas situações ilustradas nas figuras B e C serão os mesmos que o desvio angular na situação ilustrada na figura A.

Portanto, a resposta correta encontra-se ~~se encontra~~ na alternativa **a**).