

Módulo Resolução de Exercícios

Exercícios Variados

6° ano E.F.

Professores Cleber Assis e Tiago Miranda



1 Exercícios Introdutórios

Exercício 1. Uma loja de roupas anunciou uma grande promoção, ou seja, todos os produtos com 40% de desconto, mas para pagamento a vista, um outro desconto, sobre o preço com o primeiro desconto, de 10%. Qual o desconto final para pagamento a vista?

Exercício 2. Sr. José, toma diariamente 4 remédios diferentes. Um de 2 em 2 horas, para os rins, outro de 3 em 3 horas, para o fígado, outro de 4 em 4 horas, para o coração e, por fim, um remédio de 6 em 6 horas, para a circulação. Se ele tomou às 8h de uma segunda-feira os quatro remédios, quando voltará novamente a tomar todos eles juntos?

Exercício 3. Marcos leu metade das páginas de um livro na segunda-feira; na terça-feira, leu a terça parte das páginas do livro; e, na quarta-feira, terminou as últimas 30 páginas do livro. Quantas páginas tem o livro?

Exercício 4. Seja um número natural N , diferente de zero. Somando-se uma unidade a N , ele passa a ser divisível por 6 e subtraindo uma unidade de N , ele passa a ser divisível por 7. Qual o menor valor possível para N ?

2 Exercícios de Fixação

Exercício 5. Uma bibliotecária recebe 130 livros de Matemática e 195 livros de Português. Ela quer arrumá-los em estantes, colocando igual quantidade de livros em cada estante, sem misturar livros de Matemática e de Português na mesma estante. Quantos livros ela deve colocar em cada estante para que o número de estantes utilizadas seja o menor possível?

Exercício 6. O professor Euclides foi dar uma palestra em um auditório com capacidade para 140 pessoas sentadas. No término da sua apresentação observou quantos lugares estavam vazios e fez uma aposta com os participantes que pelo menos cinco participantes da palestra fariam aniversário no mesmo dia do mês. Qual é o número máximo de lugares vazios no auditório para garantir que Euclides ganhe a aposta?

- a) 15.
- b) 17.
- c) 20.
- d) 21.
- e) 25.

Exercício 7. No ano passado, o dia 1º de fevereiro caiu em um domingo. Na primeira semana desse mês, 29 rapazes e 12 moças frequentavam uma academia esportiva. Depois, a cada semana, entraram 3 novos rapazes e 4 moças na academia, sem nenhuma desistência. Em que mês o número de moças se igualou ao número de rapazes?

- a) março.
- b) abril.
- c) maio.
- d) junho.
- e) julho.

Exercício 8. Determine o inteiro n tal que os restos das divisões de 4933 e 4435 por n são respectivamente 37 e 19.

Exercício 9. Determine o valor da expressão numérica:

$$\frac{1}{1+1} + \frac{\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}} + \frac{\frac{1}{7}}{1+\frac{1}{7}} + \frac{\frac{1}{15}}{1+\frac{1}{15}} + \frac{\frac{1}{31}}{1+\frac{1}{31}} + \frac{\frac{1}{63}}{1+\frac{1}{63}}.$$

Exercício 10. Uma escola precisa comprar mesas e cadeiras novas para seu refeitório, cada mesa com 4 cadeiras, que serão distribuídas nos 3 setores do refeitório. Em cada setor do refeitório cabem 8 fileiras de mesas e, em cada fileira, cabem 14 mesas. Quantas mesas e cadeiras deverão ser compradas?

- a) 112 mesas e 448 cadeiras.
- b) 112 mesas e 1344 cadeiras.
- c) 336 mesas e 448 cadeiras.
- d) 336 mesas e 896 cadeiras.
- e) 336 mesas e 1344 cadeiras.

Exercício 11. Uma máquina demora 27 segundos para produzir uma peça. O tempo necessário para produzir 150 peças é:

- a) 1 hora, 7 minutos e 3 segundos.
- b) 1 hora, 7 minutos e 30 segundos.
- c) 1 hora, 57 minutos e 30 segundos.
- d) 1 hora, 30 minutos e 7 segundos.
- e) 1 hora, 34 minutos e 3 segundos.

Exercício 12. "CAFÉ NO BRASIL"

O consumo atingiu o maior nível da história no ano passado (2009). No ano passado os brasileiros beberam o equivalente a 331 bilhões de xícaras.

Considere que a cada xícara na notícia seja equivalente a, aproximadamente, 120ml de café. Suponha que em 2010 os brasileiros bebam ainda mais café, aumentando o consumo em $\frac{1}{5}$ do que foi consumido no ano anterior. De acordo com essas informações, qual a previsão mais aproximada para o consumo de café em 2010?

- a) 8 bilhões de litros.
- b) 16 bilhões de litros.
- c) 32 bilhões de litros.

d) 40 bilhões de litros.

e) 48 bilhões de litros.

Exercício 13. Os inteiros de 1 até 18 são escritos no quadro em uma fila. Podemos inserir sinais + ou - antes de cada um deles de tal forma a obter diversos resultados, por exemplo:

$$-1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 - 8 + 9 - 10 + 11 - 12 + 13 - 14 + 15 - 16 + 17 - 18 = 13.$$

a) Qual é o valor da expressão quando colocamos todos os sinais +?

b) É possível inserir sinais + ou - e obter o valor 101?

c) É possível inserir sinais + ou - e obter o valor zero?

Exercício 14. Em 2010, um caos aéreo afetou o continente europeu devido à quantidade de fumaça expelida por um vulcão na Islândia, o que levou ao cancelamento de inúmeros voos. Cinco dias após o início desse caos, todo espaço aéreo europeu acima de 6.000 metros estava liberado, com exceção do espaço aéreo da Finlândia. Lá, apenas voos internacionais acima de 31 mil pés estavam liberados.

Disponível em <http://www1.folha.uol.com.br>. Acesso em 21abr2010(adaptado)

Considere que 1 metro equivale a aproximadamente 3,3 pés. Qual a diferença, em pés, entre as altitudes liberadas na Finlândia e no restante do continente europeu cinco dias após o início do caos?

a) 3.390 pés.

b) 9.390 pés.

c) 11.200 pés.

d) 19.800 pés.

e) 50.800 pés.

Exercício 15. O alfabeto usado no planeta **Beta3** tem somente três letras: B , b e β . O sobrenome dos seus habitantes é uma sequência formada por 6 letras sendo que a primeira não pode ser b . Por exemplo, $B\beta\beta Bbb$, $\beta\beta\beta BBB$ são possíveis sobrenomes utilizados nesse planeta. A sequência $b\beta B\beta bb$ não é um sobrenome permitido neste planeta. O maior número de sobrenomes diferentes que podem ser dados no planeta **Beta3** é:

a) 66.

b) 972.

c) 486.

d) 162.

e) 54.

Exercício 16. Cinco empresas de gêneros alimentícios encontram-se à venda. Um empresário, almejando ampliar os seus investimentos, deseja comprar uma dessas empresas. Para escolher qual delas irá comprar, analisa o lucro (em milhões de reais) de cada uma delas, em função de seus tempos (em anos) de existência, decidindo comprar a empresa que apresente o maior lucro médio anual. O quadro apresenta o lucro (em milhões de reais) acumulado ao longo do tempo (em anos) de existência de cada empresa. O empresário decidiu comprar a empresa:

EMPRESA	LUCRO	TEMPO
F	24	3,0
G	24	2,0
H	25	2,5
M	15	1,5
P	9	1,5

a) F.

b) G.

c) A.

d) M.

e) P.

3 Exercícios de Aprofundamento e de Exames

Exercício 17. Em uma brincadeira, João e Maria retiram cartões numerados de 1 a 7 que estão sobre uma mesa, com as faces numeradas viradas para baixo. Em cada rodada, João retira três cartões e Maria retira dois, restando dois cartões na mesa. Depois de cada rodada, todos os cartões são embaralhados e devolvidos à mesa.

a) Na primeira rodada, João retirou um cartão com um número ímpar e dois cartões com números pares. Maria retirou dois cartões com números ímpares. Explique por que a soma dos números dos dois cartões que sobraram na mesa é ímpar.

b) Na segunda rodada, João observou que o produto dos números de seus três cartões era ímpar. O produto dos números dos dois cartões de Maria era par ou era ímpar? Explique sua resposta.

c) Na terceira rodada, João olhou seus três cartões e concluiu, acertadamente, que a soma dos números dos dois cartões de Maria era par. Quais foram os cartões que João retirou? Explique sua resposta.

Exercício 18. A média aritmética dos algarismos do ano 2015 é igual a 2, pois $\frac{2+0+1+5}{4} = 2$. Quantas vezes em nosso século isto irá acontecer com os algarismos nos anos após 2015?

- a) 3.
- b) 5.
- c) 6.
- d) 7.
- e) 9.

Exercício 19. Apertando teclas de zero a nove de um cofre, Pedro cria uma senha de 11 algarismos.

- a) Quantas são as senhas que começam com 20152015?
- b) Quantas são as senhas que contêm todos os algarismos juntos e em ordem crescente, isto é, quantas são as senhas que contêm o bloco 0123456789?
- c) Pedro quer criar uma senha de forma que, quando se exclui um de seus algarismos, restam os algarismos de 0 a 9 em ordem crescente. Por exemplo, 80123456789 e 01234456789 são senhas possíveis, mas 01324567890 não. Nessas condições, quantas senhas Pedro pode criar?

Exercício 20. Em um certo ano bissexto (isto é, um ano que tem 366 dias) o número de sábados foi maior do que o número de domingos. Em que dia da semana caiu o dia 20 de janeiro do ano mencionado?

Exercício 21. Um cachorro avista um gato que está a 30 metros de distância e inicia-se uma perseguição. Ambos começam a correr em linha reta, no mesmo sentido e com passadas sincronizadas. O cachorro se desloca 50cm a cada passada enquanto o gato se desloca apenas 30cm. Depois de quantas passadas o cachorro alcançará o gato? Justifique sua resposta.

Exercício 22. No quadro abaixo, em cada linha e em cada coluna está escrito exatamente um número do conjunto $\{1, 2, 3, 4\}$. Qual número está na casa com o símbolo *? Justifique sua resposta.

1	2		
	1	2	
2		*	1
3		1	

Respostas e Soluções.

1. Supondo que o preço de um produto seja R\$100,00, após o primeiro desconto ele passa a custar $\frac{60}{100} \cdot 100 = R\$60,00$. Após o segundo desconto, o preço final é $\frac{90}{100} \cdot 60 = R\$54,00$. Assim, o desconto total é $100 - 54 = 46\%$.

2. Basta calcularmos o MMC entre os intervalos de tempo:

2, 3, 4, 6	2
1, 3, 2, 3	2
1, 3, 1, 3	3
1, 1, 1, 1	
	$2^2 \cdot 3$

Portanto, o Sr. José voltará a tomar os quatro remédios juntos depois de $2^2 \cdot 3 = 12h$, ou seja, às 20h da segunda-feira.

3. A fração que faltou ser lida é:

$$1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) =$$

$$1 - \left(\frac{3}{6} + \frac{2}{6}\right) =$$

$$1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}.$$

Como as últimas 30 páginas equivalem a $\frac{1}{6}$ do livro, o número total de páginas é $\frac{6}{1} \cdot 30 = 180$.

4. Pela primeira informação, N pertence ao conjunto de todos os múltiplos de 6 subtraídos de uma unidade: $\{5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, \dots\}$; e pela segunda informação, N pertence ao conjunto $\{8, 15, 22, 29, 36, 43, 50, 57, 64, 71, \dots\}$. Como N deve pertencer aos dois conjuntos, então o menor valor de N é 29.

5. (Extraído do Banco de Questões - 2010/Vídeo Aula) Calculando o $MDC(130, 195)$, temos:

130, 195	5
26, 39	13
2, 3	
	$5 \cdot 13$

Assim, teremos $5 \cdot 13 = 65$ livros por estante, sendo 2 com livros de matemática e 3 com livros de português, ou seja, 5 estantes.

6. (Extraído da OPRM - 2016) Vamos contar a quantidade máxima de pessoas que podem estar no auditório de maneira que não existam 5 que façam aniversário no mesmo dia do mês. Para isto é necessário que tenhamos 4 pessoas fazendo aniversário em cada dia do mês, inclusive no dia 31, ou seja, serão $4 \cdot 31 = 124$ pessoas. Dessa forma, a 125ª pessoa deverá fazer aniversário em um dia que já existem 4 pessoas fazendo. Com isso, temos que o número máximo de lugares vazios no auditório é $140 - 125 = 15$. Resposta A.

7. (Extraído da OBM - 2016) Como a cada semana entram 3 rapazes e 4 moças, a diferença entre as quantidades de rapazes e moças diminui uma unidade. Se a diferença inicial destas quantidades é $29 - 12 = 17$, serão necessárias 17 semanas para estas quantidades se igualarem, donde 3 são em fevereiro, 4 em março, 1 entre março e abril, 3 em abril, 1 entre abril e maio, 4 em maio e 1 em junho, ou seja, as quantidades se igualaram em junho. Resposta D.

8. (Extraído do Livro PIC/Vídeo Aula) Temos então que n é divisor comum de $4933 - 37 = 4896$ e $4435 - 19 = 4416$. Vamos fatorar estes dois números:

4896	2
2448	2
1224	2
612	2
306	2
153	3
51	3
17	17
	$2^5 \cdot 3^2 \cdot 17$

4416	2
2208	2
1104	2
552	2
276	2
138	2
69	3
23	23
$2^6 \cdot 3 \cdot 23$	

Temos que o $MDC(4896, 4416) = 2^5 \cdot 3 = 96$, que nos dará vários divisores comuns a 4896 e 4416, porém, como o divisor tem que ser maior que os restos das divisões, $n = 96$, que é o único divisor maior que 37 e 19.

9. (Extraído da Vídeo Aula)

$$\begin{aligned} \frac{1}{1+1} + \frac{\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}} + \frac{\frac{1}{7}}{1+\frac{1}{7}} + \frac{\frac{1}{15}}{1+\frac{1}{15}} + \frac{\frac{1}{31}}{1+\frac{1}{31}} + \frac{\frac{1}{63}}{1+\frac{1}{63}} &= \\ \frac{1}{2} + \frac{\frac{1}{3}}{\frac{3+1}{3}} + \frac{\frac{1}{7}}{\frac{7+1}{7}} + \frac{\frac{1}{15}}{\frac{15+1}{15}} + \frac{\frac{1}{31}}{\frac{31+1}{31}} + \frac{\frac{1}{63}}{\frac{63+1}{63}} &= \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} &= \\ \frac{32}{64} + \frac{16}{64} + \frac{8}{64} + \frac{4}{64} + \frac{2}{64} + \frac{1}{64} &= \\ \frac{63}{64} & \end{aligned}$$

10. (Extraído da OPRM - 2016) $3 \cdot 8 \cdot 14 = 336$ mesas e $336 \cdot 4 = 1.344$ cadeiras. Resposta E.

11. (Extraído da PUC - RJ/Vídeo Aula) $27 \cdot 150 = 4.050$ segundos, que é o mesmo que 67,5 minutos, que igual a 1 hora, 7 minutos e 30 segundos. Resposta B.

12. (Extraído do ENEM/Vídeo Aula) Aumentando $\frac{1}{5}$, o consumo passou a ser $331 + \frac{1}{5} \cdot 331 = 331 + 66,2 = 397,2$ bilhões de xícaras. Como cada xícara tem aproximadamente $120ml$, temos que o consumo total em litros foi $\frac{397,2 \cdot 120}{1000} = 47,664$ bilhões de litros. Resposta E.

13. (Extraído da OMM - 2016)

a) $1 + 2 + 3 + \dots + 18 = \frac{(1+18)18}{2} = 162$.

b) Não é possível, pois $162 - 101 = 61$ deveria ser dividido em duas partes inteiras.

c) É possível, basta dividir os números em dois grupos com soma igual a $\frac{162}{2} = 81$, sendo um grupo com sinais + e o outro -. Um exemplo é:

$$+1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 11 - 12 - 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 = 0.$$

14. (Extraído do ENEM/Vídeo Aula) Como $6.000m = 6000 \cdot 3,3 = 19.800$ pés, então a diferença é $31.000 - 19.800 = 11.200$ pés. Resposta C.

15. (Extraído da OPRM - 2016) Como existem duas possibilidades para a primeira letra e três possibilidades para as demais, o total de sobrenomes diferentes é $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 486$. Resposta C.

16. (Extraído do ENEM/Vídeo Aula) Analisando a média de lucro por ano, temos: $\frac{24}{3} = 8$ milhões, por ano, da empresa F; $\frac{24}{2} = 12$ milhões, por ano, da empresa G; $\frac{25}{2,5} = 10$ milhões, por ano, da empresa H; $\frac{15}{1,5} = 10$ milhões, por ano, da empresa M; $\frac{9}{1,5} = 6$ milhões, por ano, da empresa P. Portanto, o empresário decidiu comprar a empresa G. Resposta B.

17. (Extraído da OBMEP - 2015)

a) Porque sobrou um cartão com número par e um com número ímpar, sendo essa soma ímpar, independente dos valores.

b) Para que um produto de números inteiros seja ímpar, é necessário que todos os números sejam ímpares. Então os três cartões de João continham número ímpar, restando na mesa três cartões com números pares e apenas um com número ímpar. Como Maria retira dois cartões, pelo menos um contém número par e o produto é par.

c) Para que ele tivesse certeza, Maria teria que pegar dois cartões pares ou dois ímpares. E a certeza só ocorre se ele tirou os três cartões pares, pois Maria vai tirar dois ímpares, cuja soma é par.

18. (Extraído da OBM - 2015) Para que a média de quatro números seja 2, a soma deles deve ser 8. Com exceção do ano 2100, todos os anos do século começam com 2 seguido de 0, assim, a soma dos dois algarismos restantes deve ser 6. Isso ocorre para os anos 2024, 2033, 2042, 2051 e 2060. Resposta B.

19. (Extraído da OBMEP - 2015)

a) Faltam 3 algarismos. Como, para cada um, são 10 possibilidades, o total de senhas que começam com 20152015 é $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1.000$.

- b) Falta colocar apenas um algarismo, que não pode ser entre os já existentes, pois acabaria com a sequência crescente. Assim, esse algarismo deve entrar no início ou no final, sendo 10 possibilidades para cada, ou seja, 20 senhas.
- c) Vamos analisar o problema de outra maneira, ou seja, vamos calcular quantas senhas podemos criar acrescentando um algarismo qualquer (seria o algarismo que seria retirado da senha) à sequência 0123456789. Antes do zero, podemos colocar qualquer um dos 10 algarismos, entre zero e 1, também, entre 1 e 2 também, ou seja, são $10 + 10 + 10 \dots + 10 = 110$ possibilidades, mas quando colocamos, por exemplo, 1 antes do 1 é a mesma senha que colocando depois do 1, ocorrendo isto para os 10 algarismos, ou seja, 10 senhas foram contadas duas vezes. Portanto, o total de senhas é $110 - 10 = 100$.

20. (Extraído OPRM - 2016) Como 366 dividido por 7 tem como quociente 52 e resto 2, significa que todos os dias da semana aparecerão 52 vezes, com exceção de 2 deles (consecutivos, é claro) que aparecerão uma vez a mais, ou seja, 53 vezes. Para que um ano bissexto tenha 53 sábados e 52 domingos, o último dia do ano tem que ser sábado e o primeiro, por consequência uma sexta-feira. Assim, neste ano, 1º de janeiro foi sexta-feira, bem como 8, 15 e 22 de janeiro. Portanto, dia 20 de janeiro foi quarta-feira.

21. (Extraído da OMEBA - 2016) A cada passada o cachorro se aproxima $50 - 30 = 20\text{cm}$. Então o total de passadas para que o cachorro alcance o gato é $\frac{30\text{m}}{20\text{cm}} = \frac{3.000\text{cm}}{20\text{cm}} = 150$.

22. (Extraído da OMEBA - 2016) Na segunda coluna faltam o 3 e 4, mas, como na última linha já tem o 3, a terceira casa desta coluna deve receber o 3. Assim, na terceira linha fica faltando apenas o 4, que ficará na casa com *.