

# Módulo de Matemática Financeira

## Introdução: Porcentagem, Aumentos e Descontos

1<sup>a</sup> série E.M.

Professores Tiago Miranda e Cleber Assis



## 1 Exercícios Introdutórios

**Exercício 1.** De acordo com matéria recente, o Brasil tem o quinto Big Mac mais caro do mundo, ao preço de US\$ 5,86. A mesma matéria aponta o preço do Big Mac nos EUA (US\$ 4,80) como o décimo quarto mais caro do mundo. Se usássemos o preço do Big Mac nos EUA (em US\$) como referência de preço, então em quantos por cento (aproximadamente) o preço do Big Mac no Brasil (em US\$) supera o dos EUA?

**Exercício 2.** Do total de inscritos para um curso de especialização, 30% desistiram antes do início do curso; 20% dos que iniciaram o curso saíram após algumas aulas, permanecendo 84 alunos até o final do curso, dos quais 21 eram mulheres. Sabendo que 60% do número total de inscritos eram homens, é correto afirmar que, em relação ao número total de mulheres inscritas, qual o percentual de mulheres que permaneceram até o final do curso?

**Exercício 3.** Joana tinha duas notas de 100 reais na carteira, mas precisava pagar uma dívida de 360 reais. Ao sair de casa, ligou para sua mãe pedindo alguma ajuda financeira, e recebeu um depósito de 50% do valor da dívida, e depois para pai que depositou 30% do valor restante (sem saber que Joana tinham algum dinheiro com ela). Após sacar todo o dinheiro no Caixa Rápido e pagar a dívida, quanto ficou de troco Joana?

**Exercício 4.** Maria gastou um terço do dinheiro que tinha com um presente que comprou para seu pai. Em seguida, gastou 40% do que lhe restou no pagamento da conta do celular, e ainda ficou com R\$ 120,00. Quantos reais tinha Maria antes das compras?

**Exercício 5.** Um município de 250 km<sup>2</sup> de área total tem uma população estimada de 30000 habitantes, dos quais 40% moram na zona rural, que abrange 60% de sua superfície. Qual a densidade demográfica da zona rural desse município?

**Exercício 6.** Numa sala de aula com 60 alunos, 11 jogam xadrez, 31 são homens ou jogam xadrez e 3 mulheres jogam xadrez. Sendo assim:

- calcule o número de homens que não jogam xadrez;
- o percentual de homens que jogam xadrez em relação ao total de alunos; e
- o percentual do número de mulheres que não jogam xadrez, em relação ao total de mulheres.

**Exercício 7.** Em uma escola de música, 65% das pessoas matriculadas estudam teclado e o restante estudam violão. Sabe-se que 60% das pessoas matriculadas são do sexo masculino e do sexo feminino apenas 5% do total estudam violão. Nesse caso, qual o percentual dos homens que tocam teclado nesse grupo?

## 2 Exercícios de Fixação

**Exercício 8.** Um arquiteto projetou uma escola, utilizando 45% da área total do terreno para o prédio que continha as salas de aula e 15% para as salas de projeção, biblioteca e laboratórios. Mesmo assim, sobrou uma área de 900 m<sup>2</sup> para ambientes de lazer. Qual o tamanho total do terreno em m<sup>2</sup>?

**Exercício 9.** Walter tinha dinheiro na poupança e distribuiu uma parte aos três filhos.

- Ao mais velho deu  $\frac{1}{5}$  do que tinha na poupança.
- Do que sobrou, deu  $\frac{1}{4}$  ao filho do meio.
- Ao mais novo deu  $\frac{1}{3}$  do que restou.

Sendo assim,

- que porcentagem da quantia inicial foi distribuída?
- qual dos filhos recebeu mais?

**Exercício 10.** Na fabricação de algumas peças, um fabricante contabilizou gastos totais de R\$ 100,00 em matéria-prima e R\$ 50,00 em mão de obra. O preço de venda de cada peça fabricada é R\$ 1,50. Considerando que  $x$  denota o número de peças vendidas e  $y$  o lucro que o fabricante tem na venda dessas  $x$  peças, calcule quantas peças o fabricante tem de vender para que obtenha um lucro de 50% sobre o valor investido na confecção das peças.

**Exercício 11.** Em uma travessa há 40 salgadinhos de mesmos formato e tamanho: 65% deles contêm queijo, 55% são de palmito e alguns com queijo e palmito no recheio. Qual a porcentagem de salgadinhos dessa travessa que contenha apenas queijo no recheio?

**Exercício 12.** Do total de inscritos para um curso de especialização, 30% desistiram antes do início do curso; 20% dos que iniciaram o curso saíram após algumas aulas, permanecendo 84 alunos até o final do curso, dos quais 21 eram mulheres. Sabendo que 60% do número total de inscritos eram homens, é correto afirmar que, em relação ao número total de mulheres inscritas, qual o percentual de mulheres que permaneceram até o final do curso?

**Exercício 13.** A concentração do álcool na gasolina brasileira, segundo o Conselho Nacional de Petróleo é de 25%. Certo posto de gasolina foi interdito após a fiscalização determinar que a gasolina possuía concentração de 30% de álcool. Havia nesse posto um estoque de 80000 litros dessa gasolina adulterada. Sendo assim, qual o número de litros de gasolina pura que deve ser adicionado a esse estoque de modo a se obter uma mistura com 25% de álcool?

**Exercício 14.** Joãozinho andava pela rua quando avistou em uma loja o seguinte anúncio:

“Tudo com 50% de desconto”.

Admirado e tratando de se beneficiar com a promoção, Joãozinho entrou na loja e comentou com o vendedor: “Assim vocês devem ter prejuízo...” O vendedor explicou que, ainda

assim, a margem de lucro da loja era de 20% sobre cada mercadoria. Neste caso, qual era a margem de lucro sobre cada mercadoria antes da promoção?

### 3 Exercícios de Aprofundamento e de Exames

**Exercício 15.** Para abastecer seu estoque, um comerciante comprou um lote de camisetas ao custo de 16 reais a unidade. Sabe-se que em um mês, no qual vendeu  $(40-x)$  unidades dessas camisetas ao preço unitário de  $x$  reais, o seu lucro foi máximo. Assim sendo, pela venda de tais camisetas nesse mês, qual o percentual de aumento repassado aos clientes, calculado sobre o preço unitário que o comerciante pagou na compra do lote?

**Exercício 16.** Um fabricante de chocolate cobrava R\$ 5,00 por uma barra de 250 gramas. Recentemente o peso da barra foi reduzido para 200 gramas, mas seu preço continuou R\$ 5,00. Qual foi o aumento percentual do preço do chocolate desse fabricante?

**Exercício 17.** Num certo armazém, uma dúzia de ovos e 10 maçãs tinham o mesmo preço. Depois de uma semana, o preço dos ovos caiu 10% e o da maçã subiu 2%. Quanto se gastará (em porcentagem) a mais na compra de uma dúzia de ovos e 10 maçãs?

**Exercício 18.** Aumentando 2% o valor um número inteiro positivo, obtemos o seu sucessor. Qual é a soma desses dois números?

**Exercício 19.** Em um aquário há peixes amarelos e vermelhos: 90% são amarelos e 10% são vermelhos. Uma misteriosa doença matou muitos peixes amarelos, mas nenhum vermelho. Depois que a doença foi controlada, verificou-se que no aquário 75% dos peixes vivos eram amarelos. Aproximadamente, que porcentagem dos peixes amarelos morreram?

**Exercício 20.** Diamantino colocou em um recipiente três litros de água e um litro de suco composto de 20% de polpa e 80% de água. Depois de misturar tudo, que porcentagem do volume final é polpa?

**Exercício 21.** Na população de uma espécie rara de 1000 aves da floresta amazônica, 98% tinham cauda de cor verde. Após uma misteriosa epidemia que matou parte das aves com cauda verde, esta porcentagem caiu para 95%. Quantas aves foram eliminadas com a epidemia?

**Exercício 22.** Em uma festa, o número de mulheres era quatro vezes o número de homens. Após a chegada de cinco casais, a porcentagem de homens na festa passou a ser 26%.

- Qual era o percentual de homens na festa antes da chegada dos casais?
- Quantos homens e quantas mulheres haviam na festa depois da chegada dos casais?

**Exercício 23.** Um paciente necessita de reidratação endovenosa feita por meio de cinco frascos de soro durante 24h. Cada frasco tem um volume de 800ml de soro. Nas primeiras quatro horas, deverá receber 40% do total a ser aplicado.

Cada mililitro de soro corresponde a 12 gotas. O número de gotas por minuto que o paciente deverá receber após as quatro primeiras horas será:

- 16.
- 20.
- 24.
- 34.
- 40.

**Exercício 24.** Um paciente necessita de reidratação endovenosa feita por meio de cinco frascos de soro durante 24h. Cada frasco tem um volume de 800ml de soro. Nas primeiras quatro horas, deverá receber 40% do total a ser aplicado. Cada mililitro de soro corresponde a 12 gotas. O número de gotas por minuto que o paciente deverá receber após as quatro primeiras horas será:

- 16.
- 20.
- 24.
- 34.
- 40.

**Exercício 25.** Uma pessoa comercializa picolés. No segundo dia de certo evento ela comprou 4 caixas de picolés, pagando R\$16,00 a caixa com 20 picolés para revendê-los no evento. No dia anterior, ela havia comprado a mesma quantidade de picolés, pagando a mesma quantia, e obtendo um lucro de R\$40,00 (obtido exclusivamente pela diferença entre o valor de venda e o de compra dos picolés) com a venda de todos os picolés que possuía. Pesquisando o perfil do público que estará presente no evento, a pessoa avalia que será possível obter um lucro 20% maior do que o obtido com a venda no primeiro dia do evento. Para atingir seu objetivo, e supondo que todos os picolés disponíveis foram vendidos no segundo dia, o valor de venda de cada picolé, no segundo dia, deve ser:

- R\$0,96.
- R\$1,00.
- R\$1,40.
- R\$1,50.
- R\$1,56.

## Respostas e Soluções.

### 1. (Adaptado do vestibular da FGV – 2016)

Sendo o preço dos Estados Unidos a referência, basta fazermos

$$\frac{5,86 - 4,80}{4,80} = 0,2208\bar{3} = 22\%.$$

### 2. (Adaptado do vestibular da FAMEMA (SP) – 2016)

Sendo  $x$  o total de inscritos,

- após a desistência de  $0,30\%$  de  $x$ , restaram  $0,70x$ ;
- após a saída dos  $0,20 \cdot 0,70x = 0,14x$ , ficaram  $0,56x$ ;

e

$$0,56x = 84$$

$$x = \frac{84}{0,56}$$

$$x = 150 \text{ inscritos.}$$

Agora, como  $60\%$  de  $150 = 90$  inscritos eram homens, então  $60$  eram mulheres; e sendo esse último valor a referência a ser comparada, temos que a razão pedida é

$$\frac{21}{60} = 0,35 = 35\%.$$

### 3. Como a dívida era de 360 reais,

- após sua mãe mandar  $50\%$ , Joana ainda precisava de 180 reais.
- Ao seu pai mandar  $30\%$  de  $180 = 54$  reais, lembre-se que ele não saiba que ela tinha dinheiro, então o valor restante considerava apenas o que a mãe de Joana não mandou de dinheiro, ela precisava pagar ainda

$$360 - 180 - 54 = 126 \text{ reais}$$

Portanto, ela recebeu de troco

$$2 \cdot 100 - 126 = 74 \text{ reais.}$$

### 4. Seja $x$ a quantidade inicial de dinheiro de Maria.

- Após comprar o presente para a mãe, Maria ficou com  $\frac{2x}{3}$ .

- Após gastar  $40\%$  do que sobrou, ele ficou com

$$60\% \cdot \frac{2x}{3} = \frac{120x}{300} = \frac{2x}{5}.$$

Portanto,  $\frac{2x}{5} = 120$  e  $x = R\$ 300,00$ .

### 5. (Adaptado do vestibular da ESPM – 2017)

Temos que

$$40\% \cdot 30000 = \frac{40}{100} \cdot 30000 = 12000 \text{ habitantes,}$$

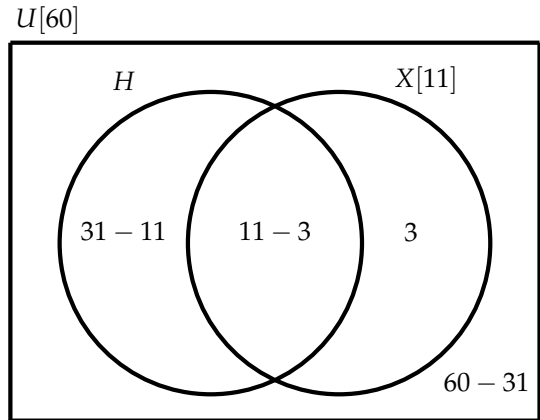
$$60\% \cdot 250 = \frac{60}{100} \cdot 250 = 150 \text{ km}^2,$$

e assim a densidade demográfica da zona rural

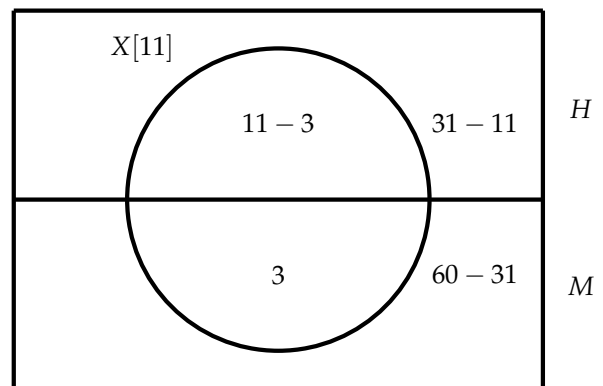
$$D = \frac{12000}{150} = 80 \text{ hab/km}^2.$$

6. O organização de um diagrama para explicar a situação pode ser feita de diversas maneiras, destacaremos abaixo duas delas.

- Uma solução:** Podemos definir que em  $U$  temos o conjunto  $H$  dos homens, o conjunto  $U - H$  das mulheres e o conjunto  $X$  das pessoas que jogam xadrez.



- Outra Solução:** Podemos definir que em  $U$  temos os conjuntos disjuntos  $H$  dos homens e  $M$  das mulheres. Além disso, há o conjuntos  $X$  das pessoas que jogam xadrez.



Por fim, temos

- $|H - X| = 20$ ;
- $|H \cap X| = 8$  e  $\frac{8}{60} \cong 13,33\%$ ; e
- $|(U - H) - X| = 29$  e  $\frac{29}{32} = 90,625\%$ .

7. Se  $60\%$  são homens, então  $40\%$  são mulheres. Suponhamos que sejam 100 pessoas, então  $60$  são homens e  $40$  mulheres. Sabe-se então que  $35$  tocam violão e  $65$  tocam teclado, e tem-se que  $5\%$  do sexo feminino tocam violão que equivalem a  $5\%$  de  $40 = 2$  mulheres, portanto  $38$  mulheres tocam teclado. Temos que  $65$  tocam teclado, então homens que tocam teclado será:  $65 - 38 = 27$ , e o percentual é igual a  $27\%$

**8. (Adaptado do vestibular da UNIFOR CE – 2016)**

Seja  $x$  o tamanho do terreno, ao aplicarmos os valores do enunciado, podemos escrever que

$$\begin{aligned}0,45x + 0,15x + 900 &= x \\ x - 0,45x - 0,15x &= 900 \\ 0,40x &= 900 \\ x &= \frac{900}{0,40} \\ x &= 2250 \text{ m}^2.\end{aligned}$$

**9. (Adaptado do vestibular da FVG – 2016)**

Seja  $P$  o valor na poupança, temos

- i) ao dar  $\frac{1}{5}$  de  $P = \frac{P}{5}$  ao mais velho, restaram  $\frac{4}{5}$  de  $P$ ;
- ii) ao dar  $\frac{1}{4}$  de  $\frac{4P}{5} = \frac{P}{5}$  ao do meio, restaram  $\frac{3}{5}$  de  $P$ ; e
- iii) ao dar  $\frac{1}{3}$  de  $\frac{3P}{5} = \frac{P}{5}$  ao mais novo, restaram  $\frac{2}{5}$  de  $P$ , ou seja, 40% de  $P$ .

Daí, conclui-se que:

- a) se ficaram 40% de  $P$ , foram distribuídos 60% de  $P$ ; e
- b) e todos os filhos receberam a mesma quantia.

**10. (Adaptado do vestibular da UNIFOR CE – 2016)**

O custo  $C$  da produção foi de

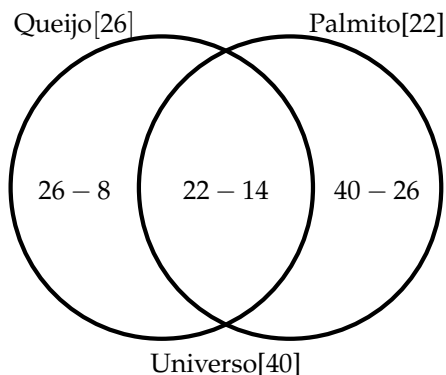
$$100 + 50 = 150 \text{ reais.}$$

Ele deseja um lucro  $y = 50\%$  de  $C$ , ao preço de R\$ 1,50 por unidade. Sendo  $x$  a quantidade vendida, podemos escrever

$$\begin{aligned}y &= 0,5C \\ 1,5 \cdot x - C &= 0,5C \\ 1,5 \cdot x &= 1,5 \cdot 150 \\ x &= 150 \text{ unidades.}\end{aligned}$$

**11. (Extraído do vestibular da UFSCar(SP) – 2013)**

Como são  $0,65 \cdot 40 = 26$  com queijo, há  $40 - 26 = 14$  com apenas palmito. Daí, temos  $20 - 14 = 6$  com palmito e queijo.



Na sequência ficamos com  $26 - 8 = 18$  têm só queijo, então a porcentagem pedida é de  $\frac{18}{40} = 45\%$ .

**12. (Adaptado do vestibular da PUC (SP) – 2016)**

Seja  $x$  o total de inscritos,

- i) após a desistência dos  $0,30x$ , restaram  $0,70x$ ;
- ii) após a saída dos  $0,20 \cdot 0,70x = 0,14x$ , ficaram  $0,56x$ ;

e

$$\begin{aligned}0,56x &= 84 \\ x &= \frac{84}{0,56} \\ x &= 150 \text{ inscritos.}\end{aligned}$$

Agora, como 60% de  $150 = 90$  inscritos eram homens, então 60 eram mulheres; e sendo esse último valor a referência a ser comparada, temos que a que a razão pedida é

$$\frac{21}{60} = 0,35 = 35\%.$$

**13. (Adaptado do vestibular da UNIFOR CE – 2016)**

Como os 80000 estão adulterados, há nele  $0,30 \cdot 80000 = 24000$  l de álcool e 56000 l de gasolina. Agora, sendo  $x$  a quantidade de gasolina a ser adicionada à mistura para alcançar 25% de álcool, devemos escrever que

$$\begin{aligned}\frac{24000}{80000 + x} &= 0,25 \\ 24000 &= 20000 + 0,25x \\ 0,25x &= 4000 \\ x &= \frac{4000}{0,25} \\ x &= 16000 \text{ l.}\end{aligned}$$

**14. (Extraído do Clube de Matemática da OBMEP)**

Suponhamos que o preço original de venda de uma mercadoria fosse de R\$ 120,00. Na promoção, essa mercadoria valeria, então, R\$ 60,00. Se, para esta venda, a margem de lucro da loja é de 20% e o valor do produto é  $V$ , temos:

$$\begin{aligned}60 &= V + 20\% \cdot V \\ &= 1,2V\end{aligned}$$

Consequentemente,  $V = \text{R\$ } 50,00$ . O lucro original então seria de  $120,00 - 50,00 = \text{R\$ } 70,00$ , o que representa a margem de lucro de  $\frac{70}{50} = 140\%$  sobre o valor de custo da mercadoria.

**15. (Adaptado do vestibular da PUC (SP) – 2016)**

O lucro  $C$  será calculado pela diferença entre a receita  $R$  (produto da quantidade vendida pelo respectivo preço) que fica

$$R = (40 - x)x = -x^2 + 40x,$$

e o custo  $C$  (produto entre o preço de compra e a quantidade vendida),

$$C = 16(40 - x) = -16x + 640,$$

o que resulta em

$$L = R - C$$

$$L = -x^2 + 40x - (-16x + 640)$$

$$L = -x^2 + 40x + 16x - 640$$

$$L = -x^2 + 56x - 640.$$

Assim, o lucro máximo será

$$x_V = -\frac{56}{2 \cdot (-1)} = 28 \text{ reais.}$$

o percentual de ganho em cada camisa vendida é de

$$\frac{28 - 16}{16} = \frac{12}{16} = 0,75\%$$

### 16. (Extraído da OBMEP)

Na primeira situação, cada grama custa  $5,00/250 = R\$ 0,02$  enquanto que na segunda, cada grama custa  $5,00/200 = R\$ 0,025$ . Assim, estamos pagando a mais  $R\$0,005$  por cada grama. Para sabermos que fração percentual esse acréscimo representa no preço anterior, basta efetuarmos a divisão:

$$\frac{0,005}{0,02} = \frac{25}{100} = 25\%.$$

Ou seja, com o novo preço, estamos pagando 25% a mais do que pagávamos anteriormente por cada grama.

### 17. (Extraído da OBMEP)

Seja  $V$  o preço da dúzia de ovos que coincide com o preço da dezena de maçãs. Com a subida de 10% no preço dos ovos, a dúzia passará a custar  $V + 10\%V = 1,1V$ . Com a queda de 2% no preço das maçãs, elas passarão a custar  $V - 2\%V = 0,98V$ . Daí, antes o preço da compra pedida era  $2V$  e agora passou para  $2,08V$ . Tivemos assim um aumento de 0,08 que corresponde ao aumento percentual de:

$$\frac{0,08V}{2V} = 0,04 = \frac{4}{100} = 4\%.$$

### 18. (Extraído da OBM)

Como o aumento de 2% de um número  $x$  corresponde à 1, temos  $\frac{2x}{100} = 1$  e  $x = 50$ . Portanto, seu sucessor é 51 e a soma de ambos é 101.

### 19. (Extraído da OBM)

Seja  $100p$  a quantidade de peixes no aquário. Se  $A$  e  $V$  denotam as quantidades de peixes amarelos e vermelhos, temos  $A = 90p$  e  $V = 10p$ . Se após a morte de  $x$  peixes amarelos eles ainda constituíam 75% dos peixes restantes, temos  $90p - x = \frac{75}{100}(100p - x)$ , ou seja,  $x = 60p$ . Se morreram  $60p$  dos  $90p$  peixes amarelos, a mortandade foi de  $\frac{60p}{90p} = \frac{2}{3} = \frac{66,6}{100}$ , ou seja, aproximadamente 67%.

### 20. (Extraído da OBM)

A mistura final tem 0,2 litros de polpa e  $3 + 0,8 = 3,8$  litros de água. A porcentagem de polpa em relação ao volume da mistura é  $\frac{0,2}{4} = \frac{2}{40} = 0,05 = 5\%$ .

### 21. (Extraído da OBM)

Inicialmente existiam 980 aves com a cauda verde e 20 das demais. Após a epidemia, estas 20 aves correspondem a 5%, donde o total de aves agora é  $20 \times 20 = 400$  (sendo 380 da cauda verde). Portanto, morreram 600 aves.

### 22. (Extraído da OBMEP)

a) Sejam  $m$  o número de mulheres e  $h$  o número de homens antes da chegada dos cinco casais. Como o número de mulheres era quatro vezes o número dos homens, temos:

$$m = 4h.$$

Deste modo, a fração de homens pelo total de pessoas presentes antes da chegada dos cinco casais era:

$$\frac{h}{h+m} = \frac{h}{h+4h} = \frac{h}{5h} = \frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 20\%$$

b) Após a chegada dos cinco casais, ficamos com  $h+5$  homens e  $m+5$  mulheres. Assim, o novo percentual de homens é:

$$\frac{h+5}{h+5+m+5} = \frac{h+5}{h+4h+10} = \frac{h+5}{5h+10}.$$

Fazendo  $\frac{h+5}{5h+10} = \frac{26}{100}$ , temos  $h = 8$ . Consequentemente  $m = 4h = 32$  e após a chegada dos cinco casais teremos  $8+5 = 13$  homens e  $32+5 = 37$  mulheres.

### 23. (Extraído do ENEM - 2016)

Após as 4 primeiras horas (nas 20h restantes), o paciente receberá 60% do volume total de soro, ou seja,  $\frac{60}{100} \cdot 5 \cdot 800ml = 2.400ml$ , que equivale a  $\frac{2400}{20} = 120ml/h = 2ml/min$ . Se cada mililitro de soro corresponde a 12 gotas, serão  $2 \cdot 12 = 24$  gotas por minuto. Resposta na letra C.

### 24. (Extraído do ENEM - 2016)

Após as 4 primeiras horas (nas 20h restantes), o paciente receberá 60% do volume total de soro, ou seja,  $\frac{60}{100} \cdot 5 \cdot 800ml = 2.400ml$ , que equivale a  $\frac{2400}{20} = 120ml/h = 2ml/min$ . Se cada mililitro de soro corresponde a 12 gotas, serão  $2 \cdot 12 = 24$  gotas por minuto. Resposta C.

### 25. (Extraído do ENEM - 2016)

Cada picolé tem um custo de  $\frac{16}{20} = R\$0,80$ . Se no primeiro dia foram vendidos 80 picolés, que custaram ao todo  $R\$64,00$ , cada picolé foi vendido por  $\frac{64+40}{80} = R\$1,30$ . Para um lucro 20% maior, ou seja, um lucro de  $40 + 40 \cdot \frac{20}{100} = R\$48,00$ , cada picolé deverá ser vendido por  $\frac{64+48}{80} = R\$1,40$ . Resposta C.

ELABORADO POR TIAGO MIRANDA E CLEBER ASSIS  
PRODUZIDO POR ARQUIMEDES CURSO DE ENSINO  
CONTATO@CURSOARQUIMEDES.COM