

Módulo Frações, o Primeiro Contato

Frações e suas Operações.

6^o ano/E.F.



Frações, o Primeiro Contato
Frações e suas Operações.

1 Exercícios Introdutórios

Exercício 1. Simplifique as frações abaixo até obter uma fração irredutível.

- a) $\frac{20}{30}$.
- b) $\frac{12}{20}$.
- c) $\frac{14}{21}$.
- d) $\frac{16}{40}$.
- e) $\frac{15}{25}$.
- f) $\frac{200}{75}$.
- g) $\frac{28}{21}$.
- h) $\frac{72}{40}$.

Exercício 2. Resolva as seguintes operações fracionárias, simplificando o resultado até obter uma fração irredutível, quando for possível.

- a) $\frac{2}{3} + \frac{5}{3}$.
- b) $\frac{11}{12} - \frac{5}{12}$.
- c) $\frac{1}{4} + \frac{5}{4} - \frac{3}{4}$.
- d) $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7}$.
- e) $\frac{2}{11} \cdot \frac{5}{4}$.
- f) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$.

2 Exercícios de Fixação

Exercício 3. Qual a fração equivalente a $\frac{2}{9}$, cujo denominador é 27?

Exercício 4. Um tanque de um combustível, com capacidade de 24 litros, inicialmente vazio, é abastecido. Determine a quantidade de litros utilizados se a fração solicitada pelo motorista foi:

- a) $\frac{1}{2}$.
- b) $\frac{1}{3}$.
- c) $\frac{2}{3}$.
- d) $\frac{1}{8}$.

Exercício 5. Encontre uma fração equivalente a $\frac{2}{5}$, sabendo que a soma do numerador com o denominador é 28.

Exercício 6. Alberto e Beto estão comendo uma pizza. Se Alberto já comeu $\frac{1}{8}$ e Beto, $\frac{3}{8}$, qual a fração que sobrou desta pizza?

Exercício 7. A rodovia que liga duas cidades, Campina da Lagoa e Juranda, está sendo refermada. Se $\frac{1}{3}$ já foi reformada e ainda faltam 20km, qual o comprimento desta rodovia?

Exercício 8. Escreva em ordem crescente os números mistos $7\frac{1}{8}$, $3\frac{7}{8}$, $6\frac{3}{8}$, $4\frac{5}{8}$.

Exercício 9. Utilize corretamente os sinais de $>$, $<$ ou $=$, para comparar as frações seguintes.

- a) $\frac{2}{7}$ e $\frac{1}{3}$.
- b) $\frac{3}{4}$ e $\frac{12}{16}$.
- c) $2\frac{2}{5}$ e $3\frac{1}{2}$.
- d) $\frac{7}{2}$ e $\frac{13}{4}$.

Exercício 10. Nelson e Nilson herdaram um terreno de maneira que $\frac{3}{5}$ do terreno ficou com Nelson e os 180m² restantes ficaram com Nilson. Determine a área total do terreno.

Exercício 11. Um retângulo tem largura igual a $\frac{1}{8}$ do perímetro. Se o perímetro desse retângulo é 120cm, determine a medida do seu comprimento.

Exercício 12. Alan já leu $\frac{3}{11}$ do segundo volume de *Game of Thrones*. Se essa obra tem 495 páginas, quantas páginas ainda faltam para Alan terminar o livro?

Exercício 13. Luísa tomou $\frac{1}{5}$ de um refrigerante de 1500 mililitros. Seu irmão, Luiz, tomou $\frac{2}{3}$ do que havia sobrado. Qual a quantidade de refrigerante que ainda resta na garrafa?

Exercício 14. Resolva as seguintes expressões.

a) $\frac{9}{4} \cdot \frac{1}{3} - \frac{2}{15} \cdot \frac{5}{2}$.

b) $5 - \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{6}$.

c) $\frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{7}}$.

d) $\frac{\frac{3}{1}}{\frac{2}{3}} + \frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{3}}$.

3 Exercícios de Aprofundamento e de Exames

Exercício 15. Uma geladeira foi comprada de maneira que $\frac{2}{5}$ do valor foi pago à vista. O restante do valor deve ser pago em 10 prestações iguais. Qual a fração, em relação ao total, de cada parcela?

Exercício 16. Um ônibus transporta 31 estudantes, baianos e mineiros, para um encontro de participantes da OBMEP. Entre os baianos, $\frac{2}{5}$ são homens e, entre os mineiros, $\frac{3}{7}$ são mulheres. Entre todos os estudantes quantas são as mulheres?

- a) 12.
- b) 14.
- c) 15.
- d) 18.
- e) 21.

Exercício 17. Ângela tem uma caneca com capacidade para $\frac{2}{3}$ litro de água. Que fração dessa caneca ela encherá com $\frac{1}{2}$ litro de água?

- a) $\frac{7}{12}$.
- b) $\frac{2}{3}$.
- c) $\frac{3}{4}$.
- d) $\frac{5}{6}$.

e) $\frac{4}{3}$.

Exercício 18. João fez uma viagem de ida e volta entre Pirajuba e Quixajuba em seu carro, que pode rodar com álcool e com gasolina. Na ida, apenas com álcool no tanque, seu carro fez 12km por litro e na volta, apenas com gasolina no tanque, fez 15km por litro. No total, João gastou 18 litros de combustível nessa viagem. Qual é a distância entre Pirajuba e Quixajuba?

- a) 60km.
- b) 96km.
- c) 120km.
- d) 150km.
- e) 180km.

Exercício 19. Em uma escola, $\frac{1}{6}$ das meninas usam um único brinco; das meninas restantes, metade usa dois brincos e a outra metade não usa brincos. O número de brincos usados pelas meninas é:

- a) igual ao número de meninas.
- b) o dobro do número de meninas.
- c) a metade do número de meninas.
- d) dois terços do número de meninas.
- e) um terço do número de meninas.

Exercício 20. Os gatos Mate e Tica estão dormindo no sofá. Mate chegou antes e quando Tica chegou, ela ocupou um quarto da superfície que havia sobrado do sofá. Os dois juntos ocupam exatamente a metade da superfície do sofá. Qual parte da superfície do sofá está ocupada por Tica?

- a) $\frac{1}{12}$.
- b) $\frac{1}{8}$.
- c) $\frac{1}{6}$.
- d) $\frac{1}{5}$.
- e) $\frac{1}{2}$.

Exercício 21. Chapeuzinho vermelho saiu de casa com uma cesta de ovos para sua vovozinha. No caminho encontrou o lobinho, a quem deu metade dos ovos e mais meio ovo. Depois encontrou o lobo, a quem deu igualmente metade dos ovos que ainda tinha e mais meio ovo. Logo

depois encontrou o lobão, a quem deu igualmente metade dos ovos que tinha e mais meio ovo. Finalmente chegou à casa da vovó, a quem deu metade dos ovos que ainda lhe restavam e mais meio ovo, ficando sem nenhum. Quantos ovos havia na cesta quando chapeuzinho vermelho saiu de casa?

- a) 16.
- b) 15.
- c) 12.
- d) 9.
- e) 7.

Exercício 22. Qual das alternativas abaixo apresenta uma expressão numérica cujo resultado é mais próximo de 2?

- a) $2 + \frac{1}{10}$.
- b) $2 - \frac{1}{8}$.
- c) $2 - \frac{1}{5}$.
- d) $2 - \frac{1}{4}$.
- e) $2 + \frac{1}{2}$.

Exercício 23. Ester comprou adubo para preparar a terra e plantar flores no jardim de sua casa nova, mas o adubo acabou antes que fosse possível preparar todo o jardim, por isso somente $\frac{3}{5}$ do jardim recebeu adubo. As flores não nasceram em apenas $\frac{1}{3}$ da parte do jardim que não foi adubado. Qual alternativa representa a fração do jardim na qual as flores não nasceram?

- a) $\frac{2}{5}$.
- b) $\frac{2}{3}$.
- c) $\frac{2}{15}$.
- d) $\frac{3}{15}$.
- e) $\frac{7}{15}$.

Exercício 24. Um eleitor que mora no interior percorreu 72 km para não deixar de votar. Os três quartos iniciais do percurso foram feitos de trem e o restante a pé. Quantos quilômetros ele percorreu de trem?

- a) 25km.
- b) 40km.
- c) 50km.
- d) 54km.
- e) 62km.

Exercício 25. Alan, José e Paulo resolveram sair para comer uma pizza. A pizza foi dividida em 12 pedaços iguais. José comeu 4 pedaços, Paulo comeu 3 pedaços e Alan comeu 2 pedaços. A fração que representa a quantidade de pizza que sobrou é:

- a) $\frac{3}{4}$.
- b) $\frac{7}{12}$.
- c) $\frac{5}{12}$.
- d) $\frac{1}{3}$.
- e) $\frac{1}{4}$.

Respostas e Soluções.

1.

a) Como o $MDC(20, 30) = 10$, basta dividir numerador e denominador por 10. Temos então $\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$.

b) Como o $MDC(12, 20) = 4$, basta dividir numerador e denominador por 4. Temos então $\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$.

c) Como o $MDC(14, 21) = 7$, basta dividir numerador e denominador por 7. Temos então $\frac{14}{21} = \frac{2}{3}$.

d) Como o $MDC(16, 40) = 8$, basta dividir numerador e denominador por 8. Temos então $\frac{16}{40} = \frac{2}{5}$.

e) Como o $MDC(15, 25) = 5$, basta dividir numerador e denominador por 5. Temos então $\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$.

f) Como o $MDC(200, 75) = 25$, basta dividir numerador e denominador por 25. Temos então $\frac{200}{75} = \frac{8}{3}$.

g) Como o $MDC(28, 21) = 7$, basta dividir numerador e denominador por 7. Temos então $\frac{28}{21} = \frac{4}{3}$.

h) Como o $MDC(72, 40) = 8$, basta dividir numerador e denominador por 8. Temos então $\frac{72}{40} = \frac{9}{5}$.

2.

a) $\frac{2}{3} + \frac{5}{3} = \frac{2+5}{3} = \frac{7}{3}$.

b) $\frac{11}{12} - \frac{5}{12} = \frac{11-5}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

c) $\frac{1}{4} + \frac{5}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1+5-3}{4} = \frac{3}{4}$.

d) $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 7} = \frac{6}{35}$.

e) $\frac{2}{11} \cdot \frac{5}{4} = \frac{2 \cdot 5}{11 \cdot 4} = \frac{1 \cdot 5}{11 \cdot 2} = \frac{5}{22}$.

f) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1}{1 \cdot 1 \cdot 4} = \frac{1}{4}$.

3. Como 27 é o triplo de 9, precisamos ter o triplo do numerador também, ou seja, $2 \cdot 3 = 6$. Assim, a fração é $\frac{6}{27}$.

4.

a) $\frac{1}{2} \cdot 24 = 12$ litros.

b) $\frac{1}{3} \cdot 24 = 8$ litros.

c) $\frac{2}{3} \cdot 24 = 16$ litros.

d) $\frac{1}{8} \cdot 24 = 3$ litros.

5. Devemos encontrar um número que, multiplicando-o pelo numerador e pelo denominador, obtemos dois números cuja soma é 28. Como esse número é 4, a fração equivalente é $\frac{8}{20}$.

6. Eles já comeram $\frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ da pizza. O que sobrou foi $1 - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ da pizza, ou seja, metade.

7. Se $\frac{1}{3}$ da pista já foi reformada, então falta $1 - \frac{1}{3} = \frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$. Para encontrarmos o comprimento total da pista, basta fazermos o inverso de $\frac{2}{3}$ de 20km, ou seja, o comprimento total da pista é $\frac{3}{2} \cdot 20 = 30$ Km.

8. Inicialmente vamos fazer a transformação dos números mistos em frações. Ficamos com $\frac{56+1}{8} = \frac{57}{8}$, $\frac{24+7}{8} = \frac{31}{8}$, $\frac{48+3}{8} = \frac{51}{8}$, $\frac{32+5}{8} = \frac{37}{8}$. Escrevendo em ordem crescente, temos $\frac{31}{8} < \frac{37}{8} < \frac{51}{8} < \frac{57}{8}$, ou seja, $3\frac{7}{8} < 4\frac{5}{8} < 6\frac{3}{8} < 7\frac{1}{8}$.

9. É conveniente utilizar frações equivalentes com o mesmo denominador.

a) $\frac{2}{7} = \frac{6}{21}$ e $\frac{1}{3} = \frac{7}{21}$, ou seja, $\frac{2}{7} < \frac{1}{3}$.

b) $\frac{3}{4} = \frac{12}{16}$.

c) $2\frac{2}{5} = \frac{12}{5} = \frac{24}{10}$ e $3\frac{1}{2} = \frac{7}{2} = \frac{35}{10}$, ou seja, $2\frac{2}{5} < 3\frac{1}{2}$.

d) $\frac{7}{2} = \frac{14}{4}$, ou seja, $\frac{7}{2} > \frac{13}{4}$.

10. Se Nelson herdou $\frac{3}{5}$, coube a Nilson $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$, que é equivalente à 180m^2 . Para o cálculo da área total do terreno, basta calcular o inverso de $\frac{2}{5}$ de 180, ou seja, $\frac{5}{2} \cdot 180 = 450\text{m}^2$. ■

11. Como a largura é um $\frac{1}{8}$ e para o cálculo do perímetro precisamos de duas medidas da largura, temos $\frac{2}{8} \cdot 120 = 30\text{cm}$. Sobraram $120 - 30 = 90\text{cm}$. Como também são duas medidas do comprimento para o cálculo do perímetro, a medida do comprimento do retângulo é $\frac{90}{2} = 45\text{cm}$. ■

12. Se Alan leu $\frac{3}{11}$ do livro, então ainda falta $1 - \frac{3}{11} = \frac{11}{11} - \frac{3}{11} = \frac{8}{11}$. Como o livro tem 495 páginas, a quantidade de páginas que falta é $\frac{8}{11} \cdot 495 = 8 \cdot 45 = 360$. ■

13. Se Luísa tomou $\frac{1}{5}$, resta na garrafa $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$. Como Luiz tomou $\frac{2}{3}$ do que havia sobrado, então ele tomou $\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{15}$, que é equivalente a $\frac{8}{15} \cdot 1500 = 800$ mililitros. Mas Luísa havia tomado $\frac{1}{5} \cdot 1500 = 300$ mililitros, ou seja, restam ainda 400 mililitros. ■

14.

a)

$$\begin{aligned} \frac{9}{4} \cdot \frac{1}{3} - \frac{2}{15} \cdot \frac{5}{2} &= \frac{9 \cdot 1}{4 \cdot 3} - \frac{2 \cdot 5}{15 \cdot 2} \\ &= \frac{3}{4} - \frac{1}{3} \\ &= \frac{9 - 4}{12} \\ &= \frac{5}{12}. \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} 5 - \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{6} &= 5 - \frac{2 \cdot 5}{5 \cdot 6} \\ &= 5 - \frac{1}{3} \\ &= \frac{15 - 1}{3} \\ &= \frac{14}{3}. \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} \frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{7}} &= \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{3} \\ &= \frac{14}{15}. \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned} \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{3}} + \frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{3}} &= \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{1} + \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{2} \\ &= \frac{9}{2} + \frac{9}{8} \\ &= \frac{36}{8} + \frac{9}{8} \\ &= \frac{45}{8}. \end{aligned}$$

15. Se já foi pago $\frac{2}{5}$ do valor total, ainda resta $\frac{3}{5}$. Como o restante deve ser dividido em 10 prestações iguais, cada prestação será $\frac{\frac{3}{5}}{10} = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{10} = \frac{3}{50}$ do valor total. ■

16. (Extraído da OBMEP) Como $\frac{2}{5}$ do número de alunos baianos é um número inteiro e $\frac{2}{5}$ é uma fração irredutível, concluímos que o número de baianos é múltiplo de 5. Do mesmo modo concluímos que o número de mineiros é múltiplo de 7. Os múltiplos de 5 menores que 31 são 5, 10, 15, 20, 25 e 30 e os múltiplos de 7 menores que 31 são 7, 14, 21, 28 (não foi incluído o 0 pois o enunciado diz que há tanto baianos como mineiros no ônibus). Como 31 é a soma do número de baianos com o número de mineiros, a única possibilidade é que o ônibus tenha 10 baianos e 21 mineiros. Como $\frac{2}{5}$ do número de alunos baianos é de homens, segue que $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ é de mulheres. Logo o total de mulheres no ônibus é $\frac{3}{5} \cdot 10 + \frac{3}{7} \cdot 21 = 6 + 9 = 15$. Resposta C.

17. (Extraído da OBMEP – 2013) Como $\frac{2}{3}$ litro de água enche uma caneca, segue que $3 \cdot \frac{2}{3} = 2$ litros de água enchem $3 \cdot 1 = 3$ canecas. Logo, $\frac{1}{4} \cdot 2 = \frac{1}{2}$ litro de água encherá $\frac{1}{4} \cdot 3 = \frac{3}{4}$ de uma caneca. Resposta C.

18. (Extraído da OBMEP – 2012) Vamos chamar de D a distância entre Pirajuba e Quixajuba. Qualquer que seja o combustível utilizado, temos $D =$ litros consumidos \times quilômetros por litro. Isso mostra que as grandezas “litros consumidos” e “quilômetros por litro” são inversamente proporcionais (pois seu produto é constante). Desse modo, temos que a fração que representa o consumo na ida em relação ao consumo na volta é $\frac{15}{12} = \frac{5}{4}$. Basta agora achar uma fração equivalente a $\frac{5}{4}$ na qual a soma do numerador com o denominador seja 18, ou seja, $\frac{10}{8}$. Assim, João gastou 10 litros de álcool na ida e 8 litros de gasolina na volta. Logo, a distância entre as cidades é $12 \cdot 10 = 8 \cdot 15 = 120\text{km}$. Resposta C.

19. (Extraído da OBMEP – 2011) Se cada menina que usa dois brincos desse um de seus brincos para uma menina que não usa brincos, sem que nenhuma menina ganhasse dois brincos, todas as meninas ficariam com um brinco cada. Logo o número de brincos é igual ao número de meninas. Resposta A.

20. (Extraído da OBM – 2013) Se Tica ocupou $\frac{1}{4}$ do que havia sobrado, então sobrou $\frac{3}{4}$ do que havia sobrado. Dividindo o espaço que sobrou quando Mate chegou em quatro partes, Tica ocupou uma e ficaram vazias as outras três partes, que equivalem à metade do sofá, ou seja, dividindo todo o sofá em seis partes, três ficaram vazias, Tica ocupou uma e Mate ocupou duas. Assim, Tica ocupou $\frac{1}{6}$ do sofá. Resposta C.

21. (Extraído do Concurso do Colégio Militar de Salvador - 2013) Vamos usar a história ao contrário para resolver este problema. Como ela deu para a vovó metade do que tinha mais meio ovo e ficou sem nada, é porque ela tinha apenas 1 ovo; como ela deu ao lobão metade do que tinha mais meio ovo e ficou com 1 ovo, é porque ela tinha 3 ovos; como ela deu ao lobo metade do que tinha mais meio ovo e ficou com 3 ovos, é porque ela tinha 7 ovos. Finalmente, como ela deu ao lobinho metade do que tinha mais meio ovo e ficou com 7 ovos, é porque ela tinha 15 ovos. Resposta B.

22. (Extraído do Concurso do Colégio Militar de Curitiba - 2014) Como todos os resultados são expressões donde subtrai-se, de 2, uma fração, a expressão mais próxima de 2 é a que possuir a menor fração (somando ou subtraindo de 2). Agora, vamos encontrar frações equivalentes às dadas nas alternativas, igualando todos os seus denominadores. Como $mmc(10, 8, 5, 4, 2) = 40$, então podemos escrever cada fração com 40 no seu denominador.

$\frac{1}{10} = \frac{4}{40}$; $\frac{1}{8} = \frac{5}{40}$; $\frac{1}{5} = \frac{8}{40}$; $\frac{1}{4} = \frac{10}{40}$; e $\frac{1}{2} = \frac{20}{40}$. Portanto, o resultado mais próximo de 2 é $2 + \frac{1}{10}$. Resposta A.

23. (Extraído do Concurso do Colégio Militar de Curitiba - 2014) Se $\frac{3}{5}$ do jardim foi adubado, então $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ do jardim não foi adubado. Destes $\frac{2}{5}$, não nasceram flores em $\frac{1}{3}$, ou seja, $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$ do jardim. Resposta C.

24. (Extraído do Concurso do Colégio Militar de Curitiba - 2013) Como três quartos foram feitos de trem, ele percorreu $\frac{3}{4} \cdot 72 = 3 \cdot 18 = 54\text{km}$ de trem. Resposta D.

25. (Extraído do Concurso do Colégio Militar de Curitiba - 2013) Como foram comidos $4 + 3 + 2 = 9$ pedaços, sobraram $12 - 9 = 3$ pedaços de um total de 12, ou seja, $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$. Resposta E.