Módulo Números Inteiros e Números Racionais

Exercícios sobre Operações com Números Inteiros

7° ano E.F.

Professores Cleber Assis e Tiago Miranda

PORTAL DA MATEMÁTICA

OBMEP

Números Inteiros e Números Racionais
Exercícios sobre Operações com Números Inteiros

1 Exercícios Introdutórios

Exercício 1. Resolva as seguintes expressões.

a) $(32 - 60 + 96) : 4$.

b) $(32 + 5 - 70 - 7) : 8$.

c) $3 - (4 \cdot 10 + 3) - 7 \cdot 12 : (15 - 19)$.

d) $5 - \{28 : 4 - [-2 \cdot (7 - 3) + 6] : 2\}$.

Exercício 2. Em uma prova, composta de 20 questões, ganha-se 3 pontos para cada questão correta e perde-se 2 pontos para cada questão errada.

a) Qual a pontuação de uma pessoa que acertou 5 questões e errou as demais?

b) Quantas questões deve acertar e errar uma pessoa, para que sua pontuação seja zero?

Exercício 3. Em uma cidade Canadense, às $6h$ da manhã a temperatura era de -5^oC. A tabela abaixo mostra quanto a temperatura aumentou ou diminuiu de hora em hora. Qual era a temperatura às $18h$ nesta cidade?

$6h$ às $7h$	$+2^oC$
$7h$ às $8h$	-1^oC
$8h$ às $9h$	$+3^oC$
$9h$ às $10h$	$+2^oC$
$10h$ às $11h$	$+1^oC$
$11h$ às $12h$	$+1^oC$
$12h$ às $13h$	0^oC
$13h$ às $14h$	-1^oC
$14h$ às $15h$	-2^oC
$15h$ às $16h$	-1^oC
$16h$ às $17h$	-3^oC
$17h$ às $18h$	-4^oC

Exercício 4. O saldo da conta de Leandro era, em uma segunda-feira, $R\$340,00$. Na terça ele fez um saque de $R\$500,00$, na quarta depositou um cheque de $R\$200,00$ e na quinta sacou $R\$120,00$. Qual era o saldo da conta de Leandro na sexta-feira?

Exercício 5. Um edifício tem, além do térreo, 32 andares. Luciana mora no 10^o andar. Saindo do seu apartamento para ir à padaria, ela apertou o térreo, mas o elevador estava passando por testes de manutenção e, ao invés de descer para o térreo, subiu 3 andares, depois desceu 11 andares, depois subiu 20 andares, depois desceu 8 andares e, por fim, subiu 4 andares. Em que andar o elevador parou para Luciana descer?

Exercício 6. Determine o valor da raiz quadrada $\sqrt{(-3) \cdot (9)^2 \cdot (-27)}$.

2 Exercícios de Fixação

Exercício 7. Resolva as seguintes expressões numéricas.

a) $\{(-1 + 7)^2 - 2 \cdot [(\sqrt{9} + 1^2) : 4]\}$.

b) $4 - \{[(5^2 - \sqrt{81})^2 : 4 + 3 \cdot (-2)] \cdot (-3)\}$.

Exercício 8. Um termômetro mede uma temperatura mínima de -10^oC e máxima de 110^oC. Quantas temperaturas diferentes, com valor inteiro, este termômetro pode marcar?

Exercício 9. Complete o valor das expressões da quarta, quinta e sexta linhas, na tabela, de acordo com os valores de x, y e z em cada coluna.

x	1	2	-4	-3
y	2	-3	1	-4
z	-3	-1	5	3
$x + y + z$				
$x - y + z$				
$x - y - z$				

Exercício 10. Determine a soma dos cem primeiros números inteiros positivos.

Exercício 11. Um sapo salta em linha reta, sempre na mesma direção e sentido. A cada minuto ele dá um salto que é de $3m$, se for um minuto par, ou $2m$, se for um minuto ímpar. Em uma hora, qual a distância percorrida pelo sapo?

Exercício 12. Uma calculadora possui, além dos dez dígitos do nosso sistema decimal, quatro botões: ☼, que triplica o número no visor; ✡, que eleva ao quadrado o número do visor; ☺, que divide por dois o número do visor, caso o número seja par, mas se for ímpar, nada acontece; ø, que subtrai sete do número do visor; e ♫, que faz tocar uma música.

a) Se, inicialmente, o número do visor é 3, apertando a sequência ☼☼ø☺✡, que número obteremos?

b) Se o número 5 está no visor, como poderemos chegar ao número 1 apertando uma sequência de teclas dessa calculadora?

Exercício 13. Em um jogo de perguntas e respostas, cada equipe pode utilizar 1, 2 ou 3 dicas para responder cada pergunta. Acertando com 1 dica, a equipe ganha 10 pontos; com 2 dicas, a equipe ganha 6 pontos; com 3 dicas, 2 pontos; não respondendo, a equipe mantém sua quantidade de pontos; e, por fim, se errar, a equipe perde 12 pontos. A equipe α, após 10 perguntas, errou 2, deixou de responder 2 e acertou as demais. Se a equipe α fez 32 pontos, quantas questões acertou com apenas 1 dica?

Exercício 14. Resolva as seguintes expressões numéricas.

a) $3 - \{7 - [(3 - 2^2 + \sqrt{81}) : 4]\}$.

b) $(1+2)^2 - (3-1)^3 + \sqrt{5^2 - 4^2} : 3 - 7$.

Exercício 15. Complete a tabela abaixo com os valores resultantes de cada expressão para os valores respectivos de a, b e c.

a	2	4	-2
b	2	-3	1
c	-3	-1	2
$a^3 - 2 \cdot b + c^2$			
$a : 2 + b^2 - 4 \cdot c$			
$(a - b + c)^2$			

Exercício 16. Em uma corrida de Fórmula 1, a equipe mostra ao piloto Rubens, que está em segundo lugar, 280 milésimos de segundo atrás do primeiro, a partir da 38^a volta, o quanto essa diferença aumentou ou diminuiu, sendo o valor positivo a quantidade de milésimo de segundo quando essa diferença diminuiu e negativo quando aumentou. Até a quadragésima quinta volta, quando a corrida acabou, a equipe de Rubens lhe mostrou 8 placas:

120	-20	40	70	100	-30	80	70

Quem venceu a corrida, sabendo que apenas os dois primeiros tinham chance?

3 Exercícios de Aprofundamento e de Exames

Exercício 17. Numa maratona com 2016 participantes, o número de corredores que chegaram antes de Josias foi igual a um quarto do número de corredores que chegaram depois de Josias. Em que lugar chegou Josias?

a) 404^o.

b) 405^o.

c) 407^o.

d) 1007^o.

e) 1008^o.

Exercício 18. Suponha que dispomos de uma caixa bem grande em que é realizado o experimento descrito a seguir. No primeiro minuto uma bola é colocada na caixa, no segundo minuto três bolas são acrescentadas, no terceiro minuto outras cinco bolas e assim, sucessivamente, a cada minuto acrescenta-se à caixa a próxima quantidade ímpar de bolas subsequente à quantidade acrescentada no minuto anterior. Em outras palavras, no minuto n são acrescentadas $2n - 1$ bolas.

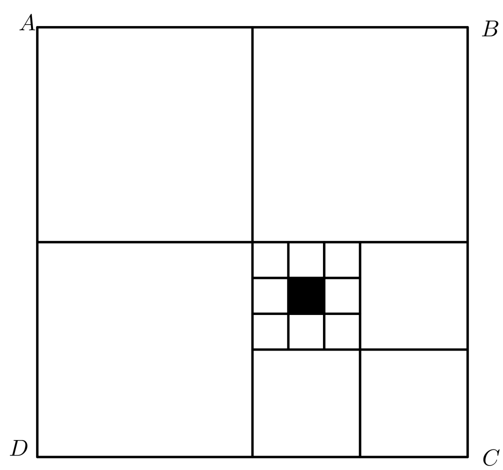
a) Quantas bolas haverá na caixa ao final de uma hora do início do experimento?

b) Quantas bolas são acrescentas durante a segunda hora?

c) Se as bolas adicionadas nos minutos ímpares forem vermelhas e as dos minutos pares forem verdes, quantas de cada cor haverá na caixa ao final da primeira hora?

Exercício 19. Elevando o número 2016 ao cubo, obtemos o número 8193540096, de dez algarismos. Quantos números inteiros menores do que 2016 têm como cubo um número de dez algarismos?

Exercício 20. A figura apresenta quadrados de quatro tamanhos diferentes. A área do pequeno quadrado preto é $1cm^2$. Qual é a área do quadrado maior $ABCD$?



a) $36cm^2$.

b) $72cm^2$.

c) $108cm^2$.

d) $144cm^2$.

e) $180cm^2$.

Elaborado por Cleber Assis e Tiago Miranda
Produzido por Arquimedes Curso de Ensino
contato@cursoarquimedes.com

Respostas e Soluções.

1.

a)

$$\begin{aligned}(32-60+96):4 &= \\ (128-60):4 &= \\ 68:4 &= 17.\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}(32+5-70-7):8 &= \\ (37-77):8 &= \\ -(40):8 &= -5.\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}3-(4\cdot 10+3)-7\cdot 12:(15-19) &= \\ 3-(40+3)-84:(-4) &= \\ 3-43+21 &= \\ 24-43 &= -19.\end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}5-\{28:4-[-2\cdot(7-3)+6]:2\} &= \\ 5-\{7-[-2\cdot 4+6]:2\} &= \\ 5-\{7-[-8+6]:2\} &= \\ 5-\{7-[-2]:2\} &= \\ 5-\{7+2:2\} &= \\ 5-\{7+1\} &= \\ 5-8 &= -3.\end{aligned}$$

2.

a) Podemos encontrar essa pontuação resolvendo a expressão $5\cdot 3+15\cdot(-2)$, que resulta em $15-30=-15$ pontos.

b) Como ganha-se 3 pontos para cada questão correta e perde-se 2 pontos para cada questão errada, para cada 2 questões corretas, são 3 questões erradas para que a nota seja zero na resolução de 5 questões. Como são 20 questões, a nota será zero para 8 acertos e 12 erros, ou seja, $8\cdot 3-12\cdot 2=0$.

3. Vamos montar e resolver a expressão:

$$\begin{aligned}-5+2-1+3+2+1+1+0-1-2-1-3-4 &= \\ (2+3+2+1+1)-(5+1+1+2+1+3+4) &= \\ 9-17 &= -8.\end{aligned}$$

Portanto, as $18h$ a temperatura era -8^oC.

4. Contando entradas e saídas de dinheiro na conta de Leandro, temos:

$$\begin{aligned}340-500+200-120 &= \\ (340+200)-(500+120) &= \\ 540-620 &= -80.\end{aligned}$$

Portanto, na sexta-feira seu saldo era $R\$80,00$ negativos.

5. Vamos considerar valores positivos quando o elevador sobe e valores negativos quando desce. Temos então:

$$\begin{aligned}10+3-11+20-8+4 &= \\ (10+3+20+4)-(11+8) &= \\ 37-19 &= \\ 18.\end{aligned}$$

Portanto, Luciana teve que descer no 18^o andar. É importante perceber que, após subidas e descidas, o elevador não parou em um andar negativo nem em um andar maior que 32.

6.

$$\begin{aligned}\sqrt{(-3)\cdot(9)^2\cdot(-27)} &= \\ \sqrt{(-3)\cdot 81\cdot(-27)} &= \\ \sqrt{(-243)\cdot(-27)} &= \\ \sqrt{6561} &= 81.\end{aligned}$$

7.

a)

$$\begin{aligned}\{(-1+7)^2-2\cdot[(\sqrt{9}+1^2):4]\} &= \\ \{6^2-2\cdot[(3+1):4]\} &= \\ \{36-2\cdot 1\} &= \\ \{36-2\} &= 34.\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}4-\{[(5^2-\sqrt{81})^2:4+3\cdot(-2)]\cdot(-3)\} &= \\ 4-\{[25-9)^2:4-6]\cdot(-3)\} &= \\ 4-\{[16^2:4-6]\cdot(-3)\} &= \\ 4-\{[256:4-6]\cdot(-3)\} &= \\ 4-\{[64-6]\cdot(-3)\} &= \\ 4-\{58\cdot(-3)\} &= \\ 4-\{-174\} &= \\ 4+174 &= 178.\end{aligned}$$

8. Como são 10 temperaturas negativas, zero e 110 temperaturas positivas, o total de temperaturas com valor inteiro que o termômetro pode marcar é $10+1+110=121$.

9.

x	1	2	-4	-3
y	2	-3	1	-4
z	-3	-1	5	3
$x+y+z$	0	-2	2	-4
$x-y+z$	-4	4	0	4
$x-y-z$	2	6	-10	-2

10. (Extraído da Vídeo Aula) Como $1+100 = 2+99 = 3+98 = ... = 101$, teremos essa soma, 101, a metade do número de parcela vezes, pois estamos agrupando as parcelas duas a duas. Portanto:

$$\begin{aligned} 1+2+3+...+100 &= \\ 101 \cdot \frac{100}{2} &= \\ 101 \cdot 50 &= 5050. \end{aligned}$$

11. No intervalo de uma hora, teremos 30 minutos pares e 30 minutos ímpares. A cada 2 minutos, um par e um ímpar, o sapo salta $3+2 = 5m$. Como são 30 pares de 2 minutos em uma hora, a distância percorrida é $30 \cdot 5 = 150m$.

12.

a) Se, inicialmente, o número do visor é 3, apertando a sequência ☼☼ø☺✡, teremos:

$$\begin{aligned} 3[\text{☼}] &\rightarrow \\ 3 \cdot 3 = 9[\text{☼}] &\rightarrow \\ 3 \cdot 9 = 27[\text{ø}] &\rightarrow \\ 27-7 = 20[\text{☺}] &\rightarrow \\ 20:2 = 10[\text{✡}] &\rightarrow \quad 10^2 = 100. \end{aligned}$$

b) Se o número 5 está no visor e queremos chegar ao número 1, temos:

$$\begin{aligned} 5[\text{☼}] &\rightarrow \\ 3 \cdot 5 = 15[\text{ø}] &\rightarrow \\ 15-7 = 8[\text{☺}] &\rightarrow \\ 8:2 = 4[\text{☺}] &\rightarrow \\ 4:2 = 2[\text{☺}] &\rightarrow \quad 2:2 = 1. \end{aligned}$$

Portanto, chegamos ao número 1 usando a sequência ☼ø☺☺☺. Outras sequências também podem resolver o problema.

13. Se a equipe α errou 2, então perdeu $2 \cdot 12 = 24$ pontos. Caso tivesse acertado as 6 questões com apenas 1 dica, teria feito $6 \cdot 10 - 24 = 36$ pontos. Mas como sua pontuação foi 32, então foram 5 acertos com 1 dica e 1 com 2 dicas.

14.

a)

$$\begin{aligned} 3 - \{7 - [(3 - 2^2 + \sqrt{81}) : 4]\} &= \\ 3 - \{7 - [(3 - 4 + 9) : 4]\} &= \\ 3 - \{7 - [8 : 4]\} &= \\ 3 - \{7 - 2\} &= \\ 3 - 5 &= -2. \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} (1+2)^2 - (3-1)^3 + \sqrt{5^2 - 4^2} : 3 - 7 &= \\ 3^2 - 2^3 + \sqrt{25-16} : 3 - 7 &= \\ 9 - 8 + \sqrt{9} : 3 - 7 &= \\ 9 - 8 + 3 : 3 - 7 &= \\ 9 - 8 + 1 - 7 &= \\ (9+1) - (8+7) &= \\ 10 - 15 &= -5. \end{aligned}$$

15.

a	2	4	-2
b	2	-3	1
c	-3	-1	2
$a^3 - 2 \cdot b + c^2$	13	71	-6
$a : 2 + b^2 - 4 \cdot c$	17	15	-8
$(a-b+c)^2$	1	36	1

16. Como diferença era de 280 milésimos de segundo, e consideraremos esse valor negativo, pois a referência é o primeiro colocado e Rubens está atrás dele, temos:

$$\begin{aligned} -280 + 120 - 20 + 40 + 70 + 100 - 30 + 80 + 70 &= \\ (120 + 40 + 70 + 100 + 80 + 70) - (280 + 20 + 30) &= \\ 480 - 330 &= 150. \end{aligned}$$

Portanto, Rubens venceu a corrida chegando 150 milésimos de segundo à frente do segundo colocado.

17. (Extraído da OBM - 2016) Além de Josias, eram 2015 participantes. Vamos dividir essa quantidade em 5 partes, sendo que uma dessas partes é a quantidade de participantes que chegou antes, ou seja, $2015 : 5 = 403$ chegaram antes e, consequentemente, Josias foi o 404^o colocado. Resposta A.

18.

a) No último minuto de uma hora, serão colocadas $2 \cdot 60 - 1 = 119$ bolas. Então o número de bolas da caixa será:

$$1 + 3 + 5 + ... + 119 = (1 + 119) \cdot \frac{60}{2} = 120 \cdot 30 = 3600.$$

b) No primeiro minuto da segunda hora, serão 121 bolas acrescentadas, ou seja, $1 + 120$; no segundo minuto da segunda hora, serão $3 + 120 = 123$; no terceiro, $5 + 120$. Assim, o total de bolas colocadas na segunda hora, será $3600 + 60 \cdot 120 = 3600 + 7200 = 10800$.

c) Nos dois primeiros minutos teremos 1 bola vermelha e 3 verdes; nos próximos dois minutos, serão colocadas 5 vermelhas e 7 verdes; nos próximo dois minutos, serão 9 vermelhas e 11 verdes. Podemos perceber que a cada dois minutos serão duas bolas verdes a mais. Ao final de uma hora, teremos na caixa $30 \cdot 2 = 60$ bolas verdes a mais. Como o total de bolas colocadas na primeira hora é 3600, então haverá 1830 verdes e 1770 vermelhas.

19. (Extraído da OBM - 2016) Como $1000^3 = 1.000.000.000$ tem 10 algarismos, aliás é o menor número de 10 algarismos, então de 1000 a 2015, seus cubos têm 10 algarismos, ou seja, são $2015 - 999 = 1016$ números.

20. (Extraído da OBM - 2016) Em ordem crescente de tamanho, vamos chamar os quadrados de I, II, III e IV. São 9 quadradinhos do tipo I, cuja área é $1cm^2$. Cada quadrado do tipo II, tem 9 vezes a área do quadrado do tipo I, ou seja, cada um tem área $9cm^2$; cada quadrado do tipo III tem área 4 vezes maior que a área do quadrado do tipo II, ou seja, $4 \cdot 9 = 36cm^2$; por fim, os quadrados do tipo IV, $ABCD$, tem área 4 vezes maior que a do quadrado do tipo III, ou seja, $4 \cdot 36 = 144cm^2$. Resposta D.

Elaborado por Cleber Assis e Tiago Miranda
Produzido por Arquimedes Curso de Ensino
contato@cursoarquimedes.com