Módulo de Introdução à Probabilidade

Ferramentas Básicas.

2^a **série E.M.**

Probabilidade
Ferramentas Básicas

1 Exercícios Introdutórios

Exercício 1. Uma prova é composta por 5 questões de múltipla escolha com 3 alternativas cada uma. Qual a probabilidade de um candidato responder no "chute" a todas as questões e:

a) acertar as três primeiras e errar as duas últimas?

b) acertar exatamente três questões?

c) acertar pelo menos três questões?

Exercício 2. A urna A contém 7 bolas brancas e 3 pretas. A urna B contém 4 bolas brancas e 5 pretas. Passa-se uma bola, escolhida ao acaso, da urna A para a urna B e, em seguida, retira-se, também ao acaso, uma bola da urna B. Qual a probabilidade de que a bola retirada da urna B seja branca?

Exercício 3. Uma microempresa é composta por 5 pessoas: 3 mulheres e 2 homens. Duas dessas pessoas serão enviadas para uma convenção.

a) Qual a probabilidade de selecionarem 2 mulheres?

b) Se 3 membros da microempresa puderem viajar, qual a probabilidade de escolherem exatamente 2 mulheres?

Exercício 4. Segundo os dados meteorológicos divulgados pela TV para este fim de semana, a probabilidade de chover no sábado é de 50%, e de chover no domingo é também de 50%. Considerando essas previsões e esses eventos independentes, qual é a probabilidade chover neste final de semana?

Exercício 5. Em uma mesa há dois vasos com rosas. O vaso A contém 9 rosas das quais 5 tem espinhos e o vaso B contém 8 rosas sendo que exatamente 6 não tem espinhos. Retira-se, aleatoriamente, uma rosa do vaso A e coloca-se em B. Em seguida, retira-se uma rosa de B. Qual a probabilidade de essa rosa retirada de B ter espinhos?

Exercício 6. Quatro dados não-viciados são jogados. Qual é a probabilidade que o produto dos números que aparecem nas faces superiores dos dados seja 36?

Exercício 7. Numa prova de exame de Admissão a faculdade, há 9 questões de escolha múltipla com 4 respostas, das quais só uma é verdadeira. Se um aluno decidir responder ao acaso, qual é a probabilidade:

a) Acertar em todas as respostas?

b) Acertar em apenas duas respostas?

2 Exercícios de Fixação

Exercício 8. Em um jogo, Pedro lança uma moeda para decidir quantas casas avançar. Quando sai cara, ele avança uma; quando sai coroa, ele avança duas. O jogo acaba quando Pedro alcança ou ultrapassa a última casa. Faltam três casas para Pedro terminar o jogo. Qual a probabilidade de que ele tire coroa em sua última jogada?

Exercício 9. No brinquedo ilustrado na figura 1, bolinhas são colocadas nas entradas A, B ou C e movem-se sempre para baixo, terminando nas caixas 1, 2 ou 3.

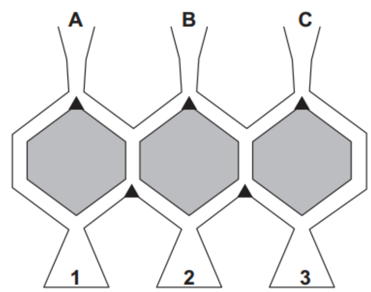

Figura 1

Ao atingir um dos pontos marcados com ▲, as bolinhas têm chances iguais de ir para cada um nos dois lados.

a) Se uma bolinha for colocada em C, em quais caixas ela pode parar? E se ela for colocada em B?

b) Se uma bolinha for colocada em A, qual é a probabilidade de que ela vá parar na caixa 2? E se ela for depositada em B, qual é essa probabilidade?

Exercício 10. Paulo e Beto são amigos e pretendem assistir determinado jogo de futebol no estádio. Sabendo que a probabilidade de Paulo ir a esse jogo é $\frac{1}{3}$ e a probabilidade de Beto não ir a esse jogo é $\frac{2}{5}$, então qual a probabilidade de que pelo menos um deles vá ao jogo?

Exercício 11. Dois eventos A e B de um espaço amostral são independentes. A probabilidade do evento A é $P(A) = 0,4$ e a probabilidade da união de A com B é $P(A \cup B) = 0,8$. Pode-se concluir que a probabilidade do evento B é:

a) $\frac{5}{6}$ b) $\frac{4}{5}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{1}{2}$

Exercício 12. A Boutique TT tem em estoque 400 camisas da marca X das quais 50 apresentam defeitos e 200 da marca Y das quais 15 são defeituosas. Se um cliente comprou (*aleatoriamente*) uma camisa nesta loja, a probabilidade de ela ser da marca Y ou defeituosa é:

a) $0,025$ b) $0,358$ c) $0,417$ d) $0,500$ e) $0,592$

3 Exercícios de Aprofundamento e de Exames

Exercício 13. Uma rifa foi organizada entre os 30 alunos da turma do Pedro. Para tal, 30 bolinhas numeradas de 1 a 30 foram colocadas em uma urna. Uma delas foi, então, retirada da urna. No entanto, a bola caiu no chão e se perdeu e uma segunda bola teve que ser sorteada entre as 29 restantes. Qual a probabilidade de que o número de Pedro tenha sido o sorteado desta segunda vez?
a) $\frac{1}{29}$ b) $\frac{1}{30}$ c) $\frac{1}{31}$ d) $\frac{1}{60}$ e) $\frac{1}{61}$

Exercício 14. Um professor de matemática entrega aos seus alunos uma lista contendo 10 problemas e avisa que 5 deles serão escolhidos ao acaso para compor a prova final. Se um aluno conseguiu resolver, corretamente, apenas 7 dos 10 problemas, a probabilidade de que ele acerte todos os problemas da prova é
a) $\frac{7}{84}$ b) $\frac{21}{84}$ c) $\frac{59}{84}$ d) $\frac{77}{84}$ e) 1

Exercício 15. Qual a probabilidade num grupo de 44 pessoas, que existam, ao menos duas, que façam aniversário no mesmo dia?

Exercício 16. Um jogo é composto das seguintes regras:

I) Um dado não-viciado é jogado;

II) Se sair o número 3, então o jogador A ganha;

III) Se sair um dos números dentre 4, 5 ou 6, então o jogador B ganha; e

IV) Se sair um dos números dentre 1 ou 2, o dado é lançado outra vez até resultar em 3 ou 4 ou 5 ou 6.

Qual a probabilidade do jogador B vencer?

Exercício 17. Quantos dados devem ser lançados ao mesmo tempo para maximizar a probabilidade de se obter exatamente um 2?

Exercício 18. Se um método de fertilização in vitro tiver 30% de chance de sucesso a cada tentativa, pode-se estimar, usando $\log_{10} 7 = 0,85$, qual o número mínimo de tentativas para se ter uma probabilidade de sucesso superior a 90%?

Exercício 19. Jogando-se quatro vezes um dado comum de seis faces, não viciado, qual a probabilidade de obtermos um resultado maior ou igual a 5 apenas na quarta jogada?

Exercício 20. João faz parte de um grupo de 10 pessoas. Desse grupo, três pessoas são sorteadas em uma premiação. Qual é a probabilidade de João ter sido sorteado?

Exercício 21. Numa caixa estão três bolas numeradas de 1 a 3. Um dado, com seis faces numeradas de 1 a 6, é lançado e uma das bolas é escolhida ao acaso. Qual a probabilidade da bola e do dado exibirem o mesmo número?

Exercício 22. Um saco contém doze bolas, indistinguíveis ao tato: três bolas com o número 1, cinco bolas com o número 2 e quatro bolas com o número 3. Retiram-se simultaneamente três bolas do saco, ao acaso. Qual é a probabilidade de a soma dos números das bolas retiradas ser igual a cinco?

Respostas e Soluções.

1. A probabilidade de acertar cada questão de modo aleatório é igual a $\dfrac{1}{3}$ (e o erro tem probabilidade de $\dfrac{2}{3}$).

a) Foi pedida uma sequência do tipo $CCCEE$, que tem probabilidade igual a

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}=\frac{4}{243}.$$

b) O número de anagramas da palavra $CCCEE$ é $P_{3,2}^{5}=\dfrac{5!}{3!\cdot 2!}=10$ maneiras. Então a probabilidade pedida, associadas às disposições de três letras C e duas E em alguma ordem, é

$$10\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}=\frac{40}{243}.$$

c) Para termos pelo menos três acertos, devemos considerar os seguintes casos:

- Ocorrem exatamente três acertos. Pelo item $b)$, já sabemos que a probabilidade deste caso é $\dfrac{4}{243}$.
- Ocorrem exatamente quatro acertos. De forma análoga ao item $b)$, a probabilidade é dada por:

$$5\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}=\frac{10}{243};\text{ ou}$$

- Ocorrem exatamente cinco acertos. Assim como no item anterior, a probabilidade é dada por:

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{243}.$$

A probabilidade de um dos três casos ocorrer é:

$$\frac{40}{243}+\frac{10}{243}+\frac{1}{243}=\frac{51}{243}.$$

2. (Adaptado do vestibular da FEI $-$ 2015.2) Temos dois cenários, a saber:

i) passar uma bola branca de A para B e sacar uma branca de B. Nesse caso, temos

$$P(A_{\text{branca}})\cap P(B_{\text{branca}})=\frac{7}{10}\cdot\frac{4+1}{9+1}=\frac{35}{100};\text{ e.}$$

ii) passar uma bola preta de A para B e sacar uma branca de B. Chegamos a

$$P(A_{\text{preta}})\cap P(B_{\text{branca}})=\frac{3}{10}\cdot\frac{4}{9+1}=\frac{12}{100}.$$

Por fim, o que é pedido obtém-se com a soma dos casos anteriores

$$P=\frac{35}{100}+\frac{12}{100}=\frac{47}{100}=47\%.$$

3.

(a) O universo das escolhas pode ser calculado como $|U|=C_2^5=10$. Seja M_2 o conjunto de todas as possíveis duplas de mulheres a serem formadas, então $|M_2|=C_2^3=3$, logo a $P(M_2)=\dfrac{3}{10}=30\%$.

(b) Existem $C_1^2\cdot C_2^3=6$ trios possíveis com duas mulheres e um homem e $C_3^5=10$ trios em geral. Portanto a probabilidade procurada é $\dfrac{6}{10}=60\%$.

4. Podemos ter a chuva:

i) no sábado e não no domingo, $P=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4}$;

ii) não no sábado, mas no domingo, $P=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4}$; e

iii) em ambos, $P=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4}$.

A probabilidade pedida será igual a

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}=75\%.$$

Observação: A probabilidade de fazer sol em ambos os dias é $\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4}=25\%$. A probabilidade de chover, ou seja, de ocorrer o conjunto complementar de possibilidades, é de $100\%-25\%=75\%$.

5. (Extraído da exame de acesso da AFA $-$ 2016) Podemos ter duas situação, a saber:

i) Retirar do vaso A um rosa sem espinho e colocá-la em B e depois retirar uma rosa com espinho de B. A probabilidade para isso será igual a

$$\frac{4}{9}\cdot\frac{2}{8+1}=\frac{8}{81};\text{ e}$$

ii) Retirar do vaso A um rosa com espinho e colocá-la em B e depois retirar uma rosa com espinho de B. A probabilidade para isso será igual a

$$\frac{5}{9}\cdot\frac{2+1}{8+1}=\frac{15}{81}.$$

Por fim, a probabilidade pedida é $P=\dfrac{8}{81}+\dfrac{15}{81}=\dfrac{23}{81}$.

6. (Extraído da Olimpíada da Holanda)
Seis dados podem gerar $6^4 = 1296$ resultados dispostos e temos quatro possíveis fatores para o produto ser igual a 36, a saber:

i) $\{1,1,6,6\}$, obtido de $P^4_{2,2} = \dfrac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$ formas;

ii) $\{1,2,3,6\}$, obtido de $P^4 = 4! = 24$ formas;

iii) $\{1,3,3,4\}$, obtido de $P^4_{2,2} = \dfrac{4!}{2!} = 12$ formas; e

iv) $\{2,2,3,3\}$, obtido de $P^4_{2,2} = \dfrac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$ formas.

Por fim, a probabilidade pedida é igual a

$$\frac{6+24+12+6}{6^4} = \frac{1}{27}.$$

7.

(a) Para acertar uma questão ao acaso a probabilidade será igual a $\frac{1}{4}$, para acetar a nove teremos

$$P = \left(\frac{1}{4}\right)^9 = \frac{1}{262144}.$$

(b) Para acertar em apenas duas temos

$$P(\text{duas certas}) = \left(\frac{1}{4}\right)^2.$$

Para errar as outras 7 ficamos com

$$P(\text{errar sete}) = \left(\frac{3}{4}\right)^7.$$

A sequência de acertos e erros pode ser formada começando pelos acertos com a quantidade de (entre 9 escolher 2) $C^9_2 = 36$ (logicamente, as demais serão erradas), o que dá uma probabilidade de $P = 36 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^7$.

8. (Adaptado da OBMEP)
Pedro pode terminar o jogo de cinco maneiras, a saber:

i) (cara, cara, cara) cuja probabilidade será igual a

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8};$$

ii) (cara, cara, coroa) cuja probabilidade será igual a

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8};$$

iii) (cara, coroa) cuja probabilidade será igual a

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4};$$

iv) (coroa, cara) cuja probabilidade será igual a

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4};\ \text{e}$$

v) (coroa, coroa) cuja probabilidade será igual a

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

Apenas os itens ii, iii e v terminam em **coroa**. Como as alternativas são mutuamente exclusivas ("regra do ou"), devemos somá-las para obter a probabilidade desejada que é igual

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$$

9. (Adaptado da OBMEP)

a) Uma bolinha colocada em C só poderá parar nas caixas 2 ou 3; se colocada em B, ela poderá parar em qualquer das caixas.

b) Se ela parte de C, para chegar à caixa 2 ela deve ir para a esquerda tanto na primeira como na segunda bifurcação. Como a bolinha tem chances iguais de ir para a direita ou para a esquerda em cada bifurcação, a probabilidade dela chegar à caixa 2 é $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ ou 25%.
Se a bolinha for depositada em B, pelo mesmo raciocínio, ela poderá chegar à caixa 2 por dois caminhos diferentes: direita, esquerda ou esquerda, direita; ambos ocorrem com probabilidade $\frac{1}{4}$. Como estes eventos são disjuntos, a probabilidade de um deles ocorrer é a soma das probabilidades de cada evento individual. Logo a probabilidade da bolinha sair de B e chegar à caixa 2 é $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ ou 50%.

10. (Extraído do vestibular da FACISB)
Podemos ter:

i) a ida de Paulo e a não ida de Beto, $P = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{15}$;

ii) a não ida de Paulo e a ida de Beto, $P = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{15}$; e

iii) a ida de ambos, $P = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{15}$.

A probabilidade pedida será igual a

$$\frac{2}{15}+\frac{6}{15}+\frac{3}{15}=\frac{11}{15}.$$

Observação: A probabilidade de ambos não irem é $\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{5}=\frac{4}{15}$. Portanto a probabilidade de pelo menos um deles ir, dada pelo evento complementar, é $1-\frac{4}{15}=\frac{11}{15}$.

11. (Extraído do vestibular da FGV − 2014)
Se os eventos são independentes, então $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$. Substituindo os valores do enunciado ficaremos com

$$\begin{aligned}
P(A\cup B)&=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\\
P(A\cup B)&=P(A)+P(B)-P(A)\cdot P(B)\\
0,8&=0,4+P(B)-0,4\cdot P(B)\\
0,4&=0,6P(B)\\
P(B)&=\frac{4}{10}\cdot\frac{10}{6}\\
P(B)&=\frac{2}{3},
\end{aligned}$$

o que está na letra **D**.

12. (Extraído do vestibular da UFGD (MS) − 2014)
A probabilidade de ser da marca Y é $\frac{200}{600}$, de ser defeituosa é de $\frac{15+50}{600}$ e de ser um camisa Y e defeituosa é de $\frac{15}{600}$. Assim, sendo D o conjunto das camisas defeituosas, a probabilidade pedida pode ser calcula usando a fórmula $P(Y\bigcup D)=P(Y)+P(D)-P(Y\cap D)$, que resulta em $\frac{200}{600}+\frac{65}{600}-\frac{15}{600}=\frac{250}{600}=0,41\overline{6}$, cuja aproximação está na letra **C**.

13. (Extraído da OBM)
Inicialmente, observe que todos os alunos têm a mesma probabilidade de serem sorteados. Com o ocorrido temos duas situações, a saber:

i) a probabilidade do número de Pedro ter se perdido é igual a $\frac{1}{30}$ e caso isso tenha acontecido a probabilidade dele ganhar é igual a 0; e

ii) a probabilidade do número de Pedro NÃO ter se perdido é igual a $\frac{29}{30}$ e assim a probabilidade dele ganhar é igual a $\frac{1}{29}$.

Por fim, ficamos a probabilidade da união desses casos

$$\frac{1}{30}\cdot 0+\frac{29}{30}\cdot\frac{1}{29}=\frac{1}{30}.$$

O que está na letra **B**.

14. (Extraído do vestibular do MACK(SP) − 2012)
A probabilidade das questões que ele sabe cair é igual a $\frac{7}{10}\cdot\frac{6}{9}\cdot\frac{5}{8}\cdot\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}=\frac{1}{12}=\frac{7}{84}$, o que está na letra **A**.

15. A quantidade de datas de dispor os aniversários das 44 pessoas é 365^{44}. Agora, sendo A o conjunto com a listagem de todas as distribuições com datas repetidas (duas ou mais vezes), então $\overline{A}$ é o conjunto no qual não há repetição de datas. Daí, é claro que $P(A)+P(\overline{A})=1$ e

$$P(\overline{A})=\frac{365\times 364\times 363\times\cdots\times(365-44+1)}{365^{44}}.$$

Logo, ficamos com

$$P(A)=1-\frac{365\times 364\times 363\times\cdots\times(365-44+1)}{365^{44}},$$

que é aproximadamente igual a 95%.

16. Seja $P_i(n)$ a probabilidade do jogador n, $n\in\{A,B\}$ vencer na rodada i, com i inteiro positivo, e $P_i(\overline{n})$ a probabilidade do jogador n não vencer na rodada i. Portanto, temos que

$$\begin{aligned}
P_1(B)&=\frac{3}{6}=\frac{1}{2},\\
P_2(B)&=\frac{2}{6}\cdot\frac{3}{6}=\frac{1}{6}\\
P_3(B)&=\frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6}\cdot\frac{3}{6}=\frac{1}{18}\\
&\vdots\\
P_n(B)&=\frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6}\cdot\ldots\cdot\frac{2}{6}\cdot\frac{3}{6}\\
&=\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}\cdot\frac{1}{2}.
\end{aligned}$$

Por fim, a probabilidade do jogador B vencer será igual a

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{18}+\cdots+\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}\cdot\frac{1}{2}=\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{3}}=\frac{3}{4}.$$

17. (Extraído da OBM)
A probabilidade de sair um dois é igual a $\frac{1}{6}$, e de não sair é $\frac{5}{6}$. No lançamento de n dados, se o primeiro dado for igual a dois e os demais todos forem diferentes, teremos

$$P=\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\ldots\cdot\frac{5}{6}=\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{n-1}$$

e a soma de todas as disposições nas quais um único dado pode ser igual a 2 ficará $P_n=n\cdot\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{n-1}$.

Buscamos n tal que $P_{n-1} \leq P_n$ e $P_n \geq P_{n+1}$. Ou seja,

$$\begin{aligned}
P_{n-1} &\leq P_n \\
(n-1) \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{(n-1)-1} &\leq n \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{n-1} \\
6(n-1) &\leq 5n \\
n &\leq 6.
\end{aligned}$$

e, analisando a outra desigualdade,

$$\begin{aligned}
P_n &\geq P_{n+1} \\
n \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{n-1} &\geq (n+1) \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{(n+1)-1} \\
6n &\geq 5(n+1) \\
n &\geq 5.
\end{aligned}$$

Por fim, $n = 5$ ou $n = 6$.

18. Se, em uma tentativa, a chance de sucesso é 30%, então o erro ocorre com 70%. Por tanto, a probabilidade de após n tentativas, de dar *totalmente* errado é $(0,7^n \cdot 100)\%$ e a chance de algum dar certo é $((1 - 0,7^n) \cdot 100)\%$. Assim, podemos construir a inequação:

$$\begin{aligned}
1 - 0,7^n &> 0,9 \\
0,7^n &< 0,1 \\
\log 0,7^n &< \log 0,1 \\
n \cdot \log 0,7 &< \log 0,1 \\
n &> \frac{\log 0,1}{\log 0,7} \\
n &> \frac{\log 0,1}{\log 7 + \log 0,1} \\
n &> \frac{-1}{0,85 - 1} \\
n &> \frac{100}{15} \cong 6,66.
\end{aligned}$$

Logo, o menor número de tentativas deve ser 7.

19. (Extraído do material do PROFMAT $-$ 2015)
A probabilidade de obter um resultado maior ou igual a 5 é $\frac{2}{6}$, logo, a probabilidade de seu complementar é $\frac{4}{6}$ (a cada lançamento). A probabilidade de ocorrer o valor maior do que ou igual a 5 apenas na quarta jogada significa que nos três lançamentos anteriores, não ocorreu tal resultado. Assim, como cada arremesso de dados é independente dos demais, temos

$$P = \left(\frac{4}{6}\right) \cdot \left(\frac{4}{6}\right) \cdot \left(\frac{4}{6}\right) \cdot \left(\frac{2}{6}\right) = \frac{8}{81}.$$

20. (Extraído do material do PROFMAT $-$ 2014)
Seja $P(J_i)$ a probabilidade de João ser sorteado para a vaga i, $i \in \{1, 2, 3\}$ e considerando todo sorteio equiprovável, então

i) $P(J_1) = \dfrac{1}{10}$ e $P(\overline{J_1}) = \dfrac{9}{10}$;

ii) $P(J_2) = \dfrac{9}{10} \cdot \dfrac{1}{9} = \dfrac{1}{10}$ e $P(\overline{J_2}) = \dfrac{9}{10}$; e

iii) $P(J_3) = \dfrac{9}{10} \cdot \dfrac{8}{9} \cdot \dfrac{1}{8} = \dfrac{1}{10}$.

Assim, unindo os possíveis eventos, temos que ele pode ter sido sorteado em qualquer uma das vagas para vencer. Daí, chegamos a

$$\frac{1}{10} + \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{9} + \frac{9}{10} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{8} = 3 \cdot \frac{1}{10} = \frac{3}{10}.$$

21. (Adaptado do material do PROFMAT $-$ 2014)
Sejam B_n, $n \in \{1, 2, 3\}$, e D_i, $i \in \{1, 2, \ldots, 6\}$, os resultados possíveis das/os retiradas/lançamentos de uma bola e um dado quaisquer. Para a bola sair com um número n, temos a probabilidade $P(B_n) = \frac{1}{3}$, para uma face qualquer do dado temos a probabilidade $P(D_n) = \frac{1}{6}$. A probabilidade procurada é dada por

$$\begin{aligned}
&P(B_1) \cdot P(D_1) + P(B_2) \cdot P(D_2) + P(B_3) \cdot P(D_3) = \\
&\qquad \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} = \\
&\qquad 3 \cdot \frac{1}{18} = \frac{1}{6}.
\end{aligned}$$

22. (Extraído do material do PROFMAT $-$ 2014)
Para que os números somem 5 podemos ter as triplas $(1, 1, 3)$ ou $(1, 2, 2)$ além de suas permutações (3 de cada). Logo a probabilidade é dada por

$$\frac{3}{12} \cdot \frac{2}{11} \cdot \frac{4}{10} \cdot 3 + \cdot \frac{3}{12} \cdot \frac{5}{11} \cdot \frac{4}{10} \cdot 3 = \frac{21}{110}.$$

ELABORADO POR TIAGO MIRANDA E CLEBER ASSIS
PRODUZIDO POR ARQUIMEDES CURSO DE ENSINO
CONTATO@CURSOARQUIMEDES.COM