

## Módulo Equações e Inequações do Primeiro Grau

### Equações do Primeiro Grau a uma Variável.

7º ano/E.F.



## 1 Exercícios Introdutórios

**Exercício 1.** Determine o conjunto solução das equações abaixo, sabendo que o conjunto universo é  $\mathbb{N}$  (conjunto dos números naturais).

a)  $x - 7 = 0$ .

b)  $\frac{x}{5} = 2$ .

c)  $2x + 6 = 12$ .

d)  $-x + 8 = 0$ .

e)  $3x + 9 = 0$ .

f)  $x - \frac{2}{5} = \frac{8}{5}$ .

g)  $3x + 15 = 2x + 18$ .

h)  $x - \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$ .

i)  $\frac{x}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{4} + \frac{7}{2}$ .

**Exercício 2.** Verifique se 2 é raiz das equações abaixo.

a)  $2x - 4 = 0$ .

b)  $3x + 5 = 11$ .

c)  $3x + 6 = 2x + 8$ .

d)  $\frac{12}{x} = 8$ .

e)  $\frac{x}{4} + \frac{3}{2} = 2$ .

**Exercício 3.** Se o dobro de um número é 20, qual é esse número?

**Exercício 4.** Se um retângulo tem 20cm de comprimento e 100cm<sup>2</sup> de área, qual a medida de sua largura?

**Exercício 5.** Quando os gêmeos Anderson e Ricardo nasceram, Maitê tinha 7 anos. Qual a idade dos gêmeos, se hoje a soma das idades dos três irmãos é 34 anos?

**Exercício 6.** Diminuindo-se seis anos da idade de minha filha, obtém-se os  $\frac{3}{5}$  de sua idade. Determine a idade de minha filha.

## 2 Exercícios de Fixação

**Exercício 7.** Sendo o conjunto universo igual ao conjunto dos números racionais ( $U = \mathbb{Q}$ ), resolva as equações seguintes.

a)  $\frac{x-1}{5} - x = \frac{5-2x}{3}$ .

b)  $n - \frac{8-n}{5} = 7 - \frac{8-n}{5}$ .

c)  $\frac{1}{2}\left(\frac{2x}{3} + \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2} - x\right)$ .

d)  $3 + \frac{1}{2}\left(\frac{x}{4} + 8\right) = \frac{1}{4}(2x - 5)$ .

**Exercício 8.** Determine um número cujo dobro de seu antecessor, menos 3 é igual a 25.

**Exercício 9.** Ricardo tem em seu bolso apenas moedas de 25 e 50 centavos, num total de 31 moedas. Sabe-se ainda que o número de moedas de 25 centavos excede em 5 unidades o número de moedas de 50 centavos. Qual a quantia, em reais, que Ricardo tem no bolso?

**Exercício 10.** Em um restaurante há 12 mesas, todas ocupadas. Algumas, são ocupadas por 4 pessoas, outras, por apenas 2 pessoas, num total de 28 fregueses. Determine o número de mesas ocupadas por 2 pessoas.

**Exercício 11.** A soma de dois números pares consecutivos é 64. Determine esses dois números.

**Exercício 12.** Cláudio e Mário possuem juntos R\$240,00. Cláudio possui R\$90,00 a mais que o dobro da quantia de Mário. Quanto possui Cláudio?

**Exercício 13.** Nas últimas 3 etapas da volta de Portugal, um ciclista percorreu, ao todo, 360km. A primeira etapa tinha 120km a mais do que a segunda; a última etapa era quatro vezes maior que a segunda. Calcule o comprimento de cada etapa.

**Exercício 14.** Júlia e Luísa plantaram juntas 88 árvores, sendo que Júlia plantou  $\frac{3}{8}$  da quantidade de árvores plantadas por Luísa. Qual a quantidade de árvores plantadas por Luísa?

**Exercício 15.** A soma de quatro números naturais consecutivos é 62. Determine esses números.

**Exercício 16.** Em um quintal existem rinocerontes e galinhas, num total de 25 animais e 66 patas. Quantos são os rinocerontes?

## 3 Exercícios de Aprofundamento e de Exames

**Exercício 17.** Numa empresa, o número de mulheres é igual a  $\frac{3}{5}$  do número de homens. Se fossem admi-

das mais 20 mulheres, o número destas ficaria igual ao número de homens. Quantos homens e quantas mulheres trabalham nessa empresa?

**Exercício 18.** A soma dos três algarismos de um número é 19. O algarismo das dezenas é o quádruplo do algarismo das centenas, e o algarismo das unidades é o consecutivo do algarismo das dezenas. Qual é esse número?

**Exercício 19.** São dados quatro números. Sabe-se que a soma dos três primeiros é 90; que a soma do primeiro, do segundo e do quarto é 93; que a soma do primeiro do terceiro e do quarto é 96 e que a soma dos três últimos é 99. Quais são esses números?

**Exercício 20.** Um famoso problema registrado por volta de 1150a.C., na Índia, diz o seguinte:

De uma quantidade de puras flores de lótus,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{5}$  e  $\frac{1}{6}$  foram oferecidos para os deuses Siva, Vishnu e Sol. Da quantidade original,  $\frac{1}{4}$  foi oferecido a Bhavani. Os 6 lótus restantes foram dados ao venerável preceptor. Diga qual o número total de flores de lótus.

**Exercício 21.** Maria acaba de ganhar uma barra enorme de chocolate como presente de Páscoa. Ela decide dividi-la em pedaços para comê-la aos poucos. No primeiro dia, ela a divide em 10 pedaços e come apenas um deles. No segundo dia, ela divide um dos pedaços que sobraram do dia anterior em mais 10 pedaços e come apenas um deles. No terceiro dia, ela faz o mesmo, ou seja, divide um dos pedaços que sobraram do dia anterior em 10 outros e come apenas um deles. Ela continua repetindo esse procedimento até a Páscoa do ano seguinte.

- a) Quantos pedaços ela terá no final do terceiro dia?
- b) É possível que ela obtenha exatamente 2014 pedaços em algum dia?

## Respostas e Soluções.

1.

a)

$$\begin{aligned}x - 7 &= 0 \\x - 7 + 7 &= 7 \\x &= 7.\end{aligned}$$

$$S = \{7\}.$$

b)

$$\begin{aligned}\frac{x}{5} &= 2 \\5 \cdot \frac{x}{5} &= 5 \cdot 2 \\x &= 10.\end{aligned}$$

$$S = \{10\}.$$

c)

$$\begin{aligned}2x + 6 &= 12 \\2x + 6 - 6 &= 12 - 6 \\2x &= 6 \\ \frac{2x}{2} &= \frac{6}{2} \\x &= 3.\end{aligned}$$

$$S = \{3\}.$$

d)

$$\begin{aligned}-x + 8 &= 0 \\-x + 8 - 8 &= -8 \\-x &= -8 \\x &= 8.\end{aligned}$$

$$S = \{8\}.$$

e)

$$\begin{aligned}3x + 9 &= 0 \\3x + 9 - 9 &= -9 \\3x &= -9 \\ \frac{3x}{3} &= \frac{-9}{3} \\x &= -3.\end{aligned}$$

Como  $U = \mathbb{N}$ , então  $S = \emptyset$ .

f)

$$\begin{aligned}x - \frac{2}{5} &= \frac{8}{5} \\x - \frac{2}{5} + \frac{2}{5} &= \frac{8}{5} + \frac{2}{5} \\x &= \frac{8+2}{5} \\x &= 2.\end{aligned}$$

$$S = \{2\}.$$

g)

$$\begin{aligned}3x + 15 &= 2x + 18 \\3x + 15 - 15 &= 2x + 18 - 15 \\3x - 2x &= 2x - 2x + 3 \\x &= 3.\end{aligned}$$

$$S = \{3\}.$$

h)

$$\begin{aligned}x - \frac{1}{2} &= \frac{1}{3} \\x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} &= \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \\x &= \frac{2}{6} + \frac{3}{6} \\x &= \frac{2+3}{6} \\x &= \frac{5}{6}.\end{aligned}$$

Como  $U = \mathbb{N}$ , então  $S = \emptyset$ .

i)  $\frac{x}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{4} + \frac{7}{2}$ .

$$\begin{aligned}\frac{x}{2} - \frac{1}{3} &= \frac{1}{4} + \frac{7}{2} \\ \frac{x}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} &= \frac{1}{4} + \frac{7}{2} + \frac{1}{3} \\ \frac{x}{2} &= \frac{3}{12} + \frac{42}{12} + \frac{4}{12} \\ \frac{x}{2} &= \frac{3+42+4}{12} \\ \frac{x}{2} \cdot 2 &= \frac{49}{12} \cdot 2 \\ x &= \frac{49}{6}.\end{aligned}$$

Como  $U = \mathbb{N}$ , então  $S = \emptyset$ .

2.

- a) Fazendo  $x = 2$ , temos  $2 \cdot 2 - 4 = 0$ , portanto 2 é raiz da equação.
- b) Fazendo  $x = 2$ , temos  $3 \cdot 2 + 5 = 11$ , portanto 2 é raiz da equação.
- c) Fazendo  $x = 2$ , temos  $3 \cdot 2 + 6 = 12$ , para o primeiro membro da equação e  $2 \cdot 2 + 8 = 12$ , também para o segundo membro, portanto  $x$  é raiz da equação.
- d) Fazendo  $x = 2$ , temos  $\frac{12}{2} = 6 \neq 8$ , portanto 2 NÃO é raiz da equação.
- e) Fazendo  $x = 2$ , temos  $\frac{2}{4} + \frac{3}{2} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2$ , portanto 2 é raiz da equação.

3. Podemos simplesmente verificar que o número cujo dobro é 20, é 10. Se quisermos montar a equação, chamamos o número de  $x$  e temos, então

$$\begin{aligned} 2x &= 20 \\ \frac{2x}{2} &= \frac{20}{2} \\ x &= 10. \end{aligned}$$

Portanto, o número em questão realmente é 10.

4. Sabemos que a área de um retângulo é o produto das medidas do comprimento e da largura, então temos

$$\begin{aligned} c \cdot l &= A \\ 20 \cdot l &= 100 \\ \frac{20l}{20} &= \frac{100}{20} \\ l &= 5. \end{aligned}$$

Assim, a largura mede 5cm.

5. (Extraído da Vídeo Aula) Maitê tem 7 anos a mais que os gêmeos. Se a idade dos gêmeos é  $x$ , então a idade de Maitê é  $(x + 7)$ . Temos então

$$\begin{aligned} x + x + (x + 7) &= 34 \\ 3x + 7 &= 34 \\ 3x + 7 - 7 &= 34 - 7 \\ \frac{3x}{3} &= \frac{27}{3} \\ x &= 9. \end{aligned}$$

Assim, os gêmeos têm 9 anos e Maitê tem 16 anos.

6. (Extraído da Vídeo Aula) Chamando a idade de minha filha de  $x$ , temos

$$\begin{aligned} x - 6 &= \frac{3}{5} \cdot x \\ x - 6 + 6 &= \frac{3x}{5} + 6 \\ \frac{5x}{5} &= \frac{3x}{5} + 6 \\ \frac{5x - 3x}{5} &= 6 \\ \frac{2x}{5} \cdot \frac{5}{2} &= 6 \cdot \frac{5}{2} \\ x &= 15. \end{aligned}$$

Temos que a idade de minha filha é 15 anos.

7.

a) Temos dois denominadores na equação: 3 e 5. Como o  $mmc(3,5) = 15$ , vamos multiplicar todos os termos da

equação por 15.

$$\begin{aligned} \frac{x-1}{5} - x &= \frac{5-2x}{3} \\ \frac{15(x-1)}{5} - 15x &= \frac{15(5-2x)}{3} \\ 3(x-1) - 15x &= 5(5-2x) \\ 3x - 3 - 15x &= 25 - 10x \\ 3x - 15x + 10x &= 25 + 3 \\ -2x &= 28 \\ x &= -14. \end{aligned}$$

$$S = \{-14\}.$$

b) Temos apenas 5 como denominador na equação. Assim, vamos multiplicar todos os termos desta por 5.

$$\begin{aligned} n - \frac{8-n}{5} &= 7 - \frac{8-n}{5} \\ 5n + \frac{5(8-n)}{5} &= 5 \cdot 7 - \frac{5(8-n)}{5} \\ 5n + (8-n) &= 35 - (8-n) \\ 5n + 8 - n &= 35 - 8 + n \\ 5n - n - n &= 35 - 8 - 8 \\ 3n &= 19 \\ n &= \frac{19}{3} \end{aligned}$$

$$S = \left\{ \frac{19}{3} \right\}.$$

c) Inicialmente, vamos realizar a multiplicação utilizando a propriedade distributiva. Após isso, obteremos frações, sendo algumas com denominadores diferentes, deveremos então multiplicar todos os termos da equação pelo  $mmc$  destes denominadores.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \left( \frac{2x}{3} + \frac{1}{4} \right) &= \frac{1}{3} \left( \frac{1}{2} - x \right) \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{2x}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{3}x \\ \frac{x}{3} + \frac{1}{8} &= \frac{1}{6} - \frac{x}{3} \\ \frac{8x}{24} + \frac{3}{24} &= \frac{4}{24} - \frac{8x}{24} \\ 8x + 3 &= 4 - 8x \\ 8x + 8x &= 4 - 3 \\ 16x &= 1 \\ x &= \frac{1}{16}. \end{aligned}$$

$$S = \left\{ \frac{1}{16} \right\}.$$

d) Inicialmente, vamos realizar a multiplicação utilizando a propriedade distributiva. Após isso, obteremos frações, sendo algumas com denominadores diferentes, deveremos então multiplicar todos os termos da equação pelo *mmc* destes denominadores ou por qualquer múltiplo deles.

$$\begin{aligned} 3 + \frac{1}{2}\left(\frac{x}{4} + 8\right) &= \frac{1}{4}(2x - 5) \\ 3 + \frac{x}{8} + 4 &= \frac{x}{2} - \frac{5}{4} \\ 24 + \frac{8x}{8} + 32 &= \frac{8x}{2} - \frac{40}{4} \\ 24 + x + 32 &= 4x - 10 \\ x - 4x &= -10 - 24 - 32 \\ -3x &= -66 \\ x &= 22. \end{aligned}$$

$$S = \{22\}.$$

8. (Extraído da Vídeo Aula) Chamando esse número de  $x$ , seu antecessor será  $(x - 1)$ . Temos então

$$\begin{aligned} 2(x - 1) - 3 &= 25 \\ 2x - 2 - 3 &= 25 \\ 2x &= 25 + 5 \\ 2x &= 30 \\ x &= 15. \end{aligned}$$

Portanto, o número procurado é 15.

9. (Extraído da Vídeo Aula) Chamando a quantidade de moedas de 50 centavos de  $x$ , a quantidade de moedas de 25 centavos será  $(x + 5)$ , pois excede em 5 unidades a quantidade de moedas de 50. Como o total de moedas é 31, temos

$$\begin{aligned} x + (x + 5) &= 31 \\ 2x &= 31 - 5 \\ x &= \frac{26}{2} \\ x &= 13. \end{aligned}$$

Portanto, a quantidade de moedas de 50 é 13 e a quantidade de moedas de 25 é 18. Assim, Ricardo tem no bolso  $50 \cdot 13 + 25 \cdot 18 = 650 + 450 = R\$11,00$ .

10. (Extraído da Vídeo Aula) Chamando a quantidade de mesas com 2 pessoas de  $x$ , a quantidade de mesas com 4 pessoas será  $(12 - x)$ , já que são 12 mesas ao todo. Como

são 28 fregueses ao todo, temos

$$\begin{aligned} 2x + 4(12 - x) &= 28 \\ 2x + 48 - 4x &= 28 \\ -2x &= 28 - 48 \\ -2x &= -20 \\ x &= \frac{-20}{-2} \\ x &= 10. \end{aligned}$$

Assim, são 10 mesas com 2 pessoas.

11. Como são dois números pares consecutivos, vamos chamar o primeiro de  $x$  e o segundo de  $(x + 2)$ . Como sabemos sua soma, temos

$$\begin{aligned} x + (x + 2) &= 64 \\ 2x &= 64 - 2 \\ 2x &= 62 \\ x &= 31. \end{aligned}$$

Assim, esses número são 31 e 33.

12. Chamando a quantidade que Mário possui de  $x$ , então Cláudio possui  $(2x + 90)$ . Se juntos eles possuem R\$240,00, temos

$$\begin{aligned} x + (2x + 90) &= 240 \\ 3x &= 240 - 90 \\ 3x &= 150 \\ x &= 50. \end{aligned}$$

Se Mário possui R\$50,00, então Cláudio possui R\$190,00.

13. (Extraído da Vídeo Aula) Se o comprimento da segunda etapa for  $x$ , então o comprimento da primeira etapa será  $(x + 120)$  e o comprimento da terceira etapa será  $(4x)$ . Como o comprimento total é 360km, temos

$$\begin{aligned} (x + 120) + x + (4x) &= 360 \\ 6x &= 360 - 120 \\ 6x &= 240 \\ x &= \frac{240}{6} \\ x &= 40. \end{aligned}$$

Assim, o comprimento da primeira etapa é 40km, o da segunda é 160km e o da terceira é 160km.

14. Chamando a quantidade de árvores plantadas por

Luísa de  $x$ , temos

$$\begin{aligned}x + \frac{3x}{8} &= 88 \\ \frac{8x}{8} + \frac{3x}{8} &= 88 \\ \frac{11x}{8} &= 88 \\ \frac{x}{8} &= 8 \\ x &= 64.\end{aligned}$$

Portanto, Luísa plantou 64 árvores.

15. Como são quatro números naturais consecutivos, vamos chamá-los de  $x$ ,  $(x + 1)$ ,  $(x + 2)$  e  $(x + 3)$ . Temos então

$$\begin{aligned}x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) &= 62 \\ 4x + 6 &= 62 \\ 4x &= 56 \\ x &= 14.\end{aligned}$$

Portanto, os números são 14, 15, 16 e 17.

16. Chamando a quantidade de galinhas de  $g$ , a quantidade de rinocerontes será  $(25 - g)$ , já que o total de animais é 25. Como o total de patas é 66, temos

$$\begin{aligned}2g + 4(25 - g) &= 66 \\ 2g + 100 - 4g &= 66 \\ -2g &= 66 - 100 \\ -2g &= -34 \\ g &= \frac{-34}{-2} \\ g &= 17.\end{aligned}$$

Assim, temos que a quantidade de rinocerontes é  $25 - 17 = 8$ .

17. Chamando o número de homens de  $h$ , o número de mulheres será  $\frac{3h}{5}$ . Como a quantidade de homens e mulheres seria igual se tivéssemos mais 20 mulheres, temos então

$$\begin{aligned}h &= \frac{3h}{5} + 20 \\ 5h &= 3h + 100 \\ 5h - 3h &= 100 \\ 2h &= 100 \\ h &= 50.\end{aligned}$$

Concluimos que o total de homens é 50 e o total de mulheres é  $\frac{3 \cdot 50}{5} = 30$ .

18. Se o algarismo das centenas é  $c$ , então o algarismo das dezenas é  $4c$  e o algarismo das unidades é  $(4c + 1)$ . Temos então

$$\begin{aligned}c + 4c + (4c + 1) &= 19 \\ 9c + 1 &= 19 \\ 9c &= 18 \\ c &= 2.\end{aligned}$$

Assim, temos que o algarismo das centenas é 2, o algarismo das dezenas é 8 e o algarismo das unidades é 9. Portanto, o número é 289.

19. (Extraído da Vídeo Aula) Observe que, se somarmos 90, 93, 96 e 99, obteremos um resultado que corresponde a três vezes o primeiro número, mais três vezes o segundo, mais três vezes o terceiro, mais três vezes o último, ou seja, três vezes a soma  $P$  dos quatro números. Temos então  $3P = 90 + 93 + 96 + 99 = 378$  e daí segue que  $P = 126$ . Como a soma dos três primeiros é 90, significa que o quarto número é  $126 - 90 = 36$ . De forma análoga, encontramos que o terceiro é 33, que o segundo é 30 e que o primeiro é 27.

Outra maneira de resolver esse problema é trabalhar com equações com mais de uma incógnita. Chamando os quatro números, em ordem crescente, de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$ , temos as

$$\text{seguintes equações: } \begin{cases} a + b + c = 90 \\ a + b + d = 93 \\ a + c + d = 96 \\ b + c + d = 99. \end{cases}$$

Basta agora somar todas as equações que obtemos  $3a + 3b + 3c + 3d = 378$ , que é o mesmo que  $a + b + c + d = 126$ . Agora é só continuar como na primeira solução para encontrar os quatro números.

20. Chamando a quantidade de flores de  $x$ , temos:

$$\begin{aligned}x &= \frac{x}{3} + \frac{x}{5} + \frac{x}{6} + \frac{x}{4} + 6 \\ 60x &= \frac{60x}{3} + \frac{60x}{5} + \frac{60x}{6} + \frac{60x}{4} + 360 \\ 60x &= 20x + 12x + 10x + 15x + 360 \\ 60x - 57x &= 360 \\ 3x &= 360 \\ x &= \frac{360}{3} \\ x &= 120.\end{aligned}$$

Portanto, a quantidade de flores é 120.

21. (Extraído do Banco de Problemas da OBMEP)

- a) No final do primeiro dia, ela terá  $10 - 1 = 9$  pedaços. No final do dia seguinte, ela terá  $9 - 1 + 10 - 1 = 17$  pedaços. Do ponto de vista prático, é como se ela tivesse acrescentado  $10 - 1 - 1 = 8$  pedaços novos, pois um pedaço sempre é perdido para a divisão em 10 e outro sempre é comido. No final do terceiro dia ela acrescenta mais oito novos pedaços e passa a ter 25.
- b) Como a soma sempre aumenta de 8 em 8, após  $n$  dias, a partir do dia inicial, ela terá  $9 + 8n$  pedaços. Se for possível obter exatamente 2014 pedaços, devemos ter:

$$\begin{aligned}9 + 8n &= 2014 \\ n &= \frac{2005}{8}.\end{aligned}$$

Como  $\frac{2005}{8}$  não é inteiro, tal dia nunca acontecerá.