Módulo Equações e Inequações do Primeiro Grau

Equações do Primeiro Grau a uma Variável.

7° **ano/E.F.**

PORTAL DA MATEMÁTICA
OBMEP

Equações e Inequações do Primeiro Grau.
Equações do Primeiro Grau a uma Variável.

1 Exercícios Introdutórios

Exercício 1. Determine o conjunto solução das equações abaixo, sabendo que o conjunto universo é $\mathbb{N}$ (conjunto dos números naturais).

a) $x - 7 = 0$.

b) $\frac{x}{5} = 2$.

c) $2x + 6 = 12$.

d) $-x + 8 = 0$.

e) $3x + 9 = 0$.

f) $x - \frac{2}{5} = \frac{8}{5}$.

g) $3x + 15 = 2x + 18$.

h) $x - \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$.

i) $\frac{x}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{4} + \frac{7}{2}$.

Exercício 2. Verifique se 2 é raiz das equações abaixo.

a) $2x - 4 = 0$.

b) $3x + 5 = 11$.

c) $3x + 6 = 2x + 8$.

d) $\frac{12}{x} = 8$.

e) $\frac{x}{4} + \frac{3}{2} = 2$.

Exercício 3. Se o dobro de um número é 20, qual é esse número?

Exercício 4. Se um retângulo tem 20cm de comprimento e 100cm^2 de área, qual a medida de sua largura?

Exercício 5. Quando os gêmeos Anderson e Ricardo nasceram, Maitê tinha 7 anos. Qual a idade dos gêmeos, se hoje a soma das idades dos três irmãos é 34 anos?

Exercício 6. Diminuindo-se seis anos da idade de minha filha, obtém-se os $\frac{3}{5}$ de sua idade. Determine a idade de minha filha.

2 Exercícios de Fixação

Exercício 7. Sendo o conjunto universo igual ao conjunto dos números racionais ($U = \mathbb{Q}$), resolva as equações seguintes.

a) $\frac{x-1}{5} - x = \frac{5-2x}{3}$.

b) $n - \frac{8-m}{5} = 7 - \frac{8-m}{5}$.

c) $\frac{1}{2}(\frac{2x}{3} + \frac{1}{4}) = \frac{1}{3}(\frac{1}{2} - x)$.

d) $3 + \frac{1}{2}(\frac{x}{4} + 8) = \frac{1}{4}(2x - 5)$.

Exercício 8. Determine um número cujo dobro de seu antecessor, menos 3 é igual a 25.

Exercício 9. Ricardo tem em seu bolso apenas moedas de 25 e 50 centavos, num total de 31 moedas. Sabe-se ainda que o número de moedas de 25 centavos excede em 5 unidades o número de moedas de 50 centavos. Qual a quantia, em reais, que Ricardo tem no bolso?

Exercício 10. Em um restaurante há 12 mesas, todas ocupadas. Algumas, são ocupadas por 4 pessoas, outras, por apenas 2 pessoas, num total de 28 fregueses. Determine o número de mesas ocupadas por 2 pessoas.

Exercício 11. A soma de dois números pares consecutivos é 64. Determine esses dois números.

Exercício 12. Cláudio e Mário possuem juntos $R\$240,00$. Cláudio possui $R\$90,00$ a mais que o dobro da quantia de Mário. Quanto possui Cláudio?

Exercício 13. Nas últimas 3 etapas da volta de Portugal, um ciclista percorreu, ao todo, 360km. A primeira etapa tinha 120km a mais do que a segunda; a última etapa era quatro vezes maior que a segunda. Calcule o comprimento de cada etapa.

Exercício 14. Júlia e Luísa plantaram juntas 88 árvores, sendo que Júlia plantou $\frac{3}{8}$ da quantidade de árvores plantadas por Luísa. Qual a quantidade de árvores plantadas por Luísa?

Exercício 15. A soma de quatro números naturais consecutivos é 62. Determine esses números.

Exercício 16. Em um quintal existem rinocerontes e galinhas, num total de 25 animais e 66 patas. Quantos são os rinocerontes?

3 Exercícios de Aprofundamento e de Exames

Exercício 17. Numa empresa, o número de mulheres é igual a $\frac{3}{5}$ do número de homens. Se fossem admitidas mais 20 mulheres, o número destas ficaria igual ao número de homens. Quantos homens e quantas mulheres trabalham nessa empresa?

Exercício 18. A soma dos três algarismos de um número é 19. O algarismo das dezenas é o quádruplo do algarismo das centenas, e o algarismo das unidades é o consecutivo do algarismo das dezenas. Qual é esse número?

Exercício 19. São dados quatro números. Sabe-se que a soma dos três primeiros é 90; que a soma do primeiro, do segundo e do quarto é 93; que a soma do primeiro do terceiro e do quarto é 96 e que a soma dos três últimos é 99. Quais são esses números?

Exercício 20. Um famoso problema registrado por volta de 1150a.C., na Índia, diz o seguinte:

De uma quantidade de puras flores de lótus, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{6}$ foram oferecidos para os deuses Siva, Vishnu e Sol. Da quantidade original, $\frac{1}{4}$ foi oferecido a Bhavani. Os 6 lótus restantes foram dados ao venerável preceptor. Diga qual o número total de flores de lótus.

Exercício 21. Maria acaba de ganhar uma barra enorme de chocolate como presente de Páscoa. Ela decide dividi-la em pedaços para comê-la aos poucos. No primeiro dia, ela a divide em 10 pedaços e come apenas um deles. No segundo dia, ela divide um dos pedaços que sobraram do dia anterior em mais 10 pedaços e come apenas um deles. No terceiro dia, ela faz o mesmo, ou seja, divide um dos pedaços que sobraram do dia anterior em 10 outros e come apenas um deles. Ela continua repetindo esse procedimento até a Páscoa do ano seguinte.

a) Quantos pedaços ela terá no final do terceiro dia?

b) É possível que ela obtenha exatamente 2014 pedaços em algum dia?

Respostas e Soluções.

1.

a)

$$\begin{aligned} x-7 &= 0 \\ x-7+7 &= 7 \\ x &= 7. \end{aligned}$$

$S=\{7\}$.

b)

$$\begin{aligned} \frac{x}{5} &= 2 \\ 5\cdot\frac{x}{5} &= 5\cdot 2 \\ x &= 10. \end{aligned}$$

$S=\{10\}$.

c)

$$\begin{aligned} 2x+6 &= 12 \\ 2x+6-6 &= 12-6 \\ 2x &= 6 \\ \frac{2x}{2} &= \frac{6}{2} \\ x &= 3. \end{aligned}$$

$S=\{3\}$.

d)

$$\begin{aligned} -x+8 &= 0 \\ -x+8-8 &= -8 \\ -x &= -8 \\ x &= 8. \end{aligned}$$

$S=\{8\}$.

e)

$$\begin{aligned} 3x+9 &= 0 \\ 3x+9-9 &= -9 \\ 3x &= -9 \\ \frac{3x}{3} &= \frac{-9}{3} \\ x &= -3. \end{aligned}$$

Como $U=\mathbb{N}$, então $S=\emptyset$.

f)

$$\begin{aligned} x-\frac{2}{5} &= \frac{8}{5} \\ x-\frac{2}{5}+\frac{2}{5} &= \frac{8}{5}+\frac{2}{5} \\ x &= \frac{8+2}{5} \\ x &= 2. \end{aligned}$$

$S=\{2\}$.

g)

$$\begin{aligned} 3x+15 &= 2x+18 \\ 3x+15-15 &= 2x+18-15 \\ 3x-2x &= 2x-2x+3 \\ x &= 3. \end{aligned}$$

$S=\{3\}$.

h)

$$\begin{aligned} x-\frac{1}{2} &= \frac{1}{3} \\ x-\frac{1}{2}+\frac{1}{2} &= \frac{1}{3}+\frac{1}{2} \\ x &= \frac{2}{6}+\frac{3}{6} \\ x &= \frac{2+3}{6} \\ x &= \frac{5}{6}. \end{aligned}$$

Como $U=\mathbb{N}$, então $S=\emptyset$.

i) $\dfrac{x}{2}-\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{4}+\dfrac{7}{2}$.

$$\begin{aligned} \frac{x}{2}-\frac{1}{3} &= \frac{1}{4}+\frac{7}{2} \\ \frac{x}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3} &= \frac{1}{4}+\frac{7}{2}+\frac{1}{3} \\ \frac{x}{2} &= \frac{3}{12}+\frac{42}{12}+\frac{4}{12} \\ \frac{x}{2} &= \frac{3+42+4}{12} \\ \frac{x}{2}\cdot 2 &= \frac{49}{12}\cdot 2 \\ x &= \frac{49}{6}. \end{aligned}$$

Como $U=\mathbb{N}$, então $S=\emptyset$.

2.

a) Fazendo $x=2$, temos $2\cdot 2-4=0$, portanto 2 é raiz da equação.

b) Fazendo $x=2$, temos $3\cdot 2+5=11$, portanto 2 é raiz da equação.

c) Fazendo $x=2$, temos $3\cdot 2+6=12$, para o primeiro membro da equação e $2\cdot 2+8=12$, também para o segundo membro, portanto x é raiz da equação.

d) Fazendo $x=2$, temos $\dfrac{12}{2}=6\neq 8$, portanto 2 NÃO é raiz da equação.

e) Fazendo $x=2$, temos $\dfrac{2}{4}+\dfrac{3}{2}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}=\dfrac{4}{2}=2$, portanto 2 é raiz da equação.

3. Podemos simplesmente verificar que o número cujo dobro é 20, é 10. Se quisermos montar a equação, chamamos o número de x e temos, então

$$\begin{aligned} 2x &= 20 \\ \frac{2x}{2} &= \frac{20}{2} \\ x &= 10. \end{aligned}$$

Portanto, o número em questão realmente é 10.

4. Sabemos que a área de um retângulo é o produto das medidas do comprimento e da largura, então temos

$$\begin{aligned} c \cdot l &= A \\ 20 \cdot l &= 100 \\ \frac{20l}{20} &= \frac{100}{20} \\ l &= 5. \end{aligned}$$

Assim, a largura mede 5cm.

5. (Extraído da Vídeo Aula) Maitê tem 7 anos a mais que os gêmeos. Se a idade dos gêmeos é x, então a idade de Maitê é $(x+7)$. Temos então

$$\begin{aligned} x + x + (x+7) &= 34 \\ 3x + 7 &= 34 \\ 3x + 7 - 7 &= 34 - 7 \\ \frac{3x}{3} &= \frac{27}{3} \\ x &= 9. \end{aligned}$$

Assim, os gêmeos têm 9 anos e Maitê tem 16 anos.

6. (Extraído da Vídeo Aula) Chamando a idade de minha filha de x, temos

$$\begin{aligned} x - 6 &= \frac{3}{5} \cdot x \\ x - 6 + 6 &= \frac{3x}{5} + 6 \\ \frac{5x}{5} &= \frac{3x}{5} + 6 \\ \frac{5x - 3x}{5} &= 6 \\ \frac{2x}{5} \cdot \frac{5}{2} &= 6 \cdot \frac{5}{2} \\ x &= 15. \end{aligned}$$

Temos que a idade de minha filha é 15 anos.

7.

a) Temos dois denominadores na equação: 3 e 5. Como o $mmc(3,5) = 15$, vamos multiplicar todos os termos da equação por 15.

$$\begin{aligned} \frac{x-1}{5} - x &= \frac{5-2x}{3} \\ \frac{15(x-1)}{5} - 15x &= \frac{15(5-2x)}{3} \\ 3(x-1) - 15x &= 5(5-2x) \\ 3x - 3 - 15x &= 25 - 10x \\ 3x - 15x + 10xx &= 25 + 3 \\ -2x &= 28 \\ x &= -14. \end{aligned}$$

$S = \{-14\}$.

b) Temos apenas 5 como denominador na equação. Assim, vamos multiplicar todos os termos desta por 5.

$$\begin{aligned} n - \frac{8-n}{5} &= 7 - \frac{8-n}{5} \\ 5n + \frac{5(8-n)}{5} &= 5 \cdot 7 - \frac{5(8-n)}{5} \\ 5n + (8-n) &= 35 - (8-n) \\ 5n + 8 - n &= 35 - 8 + n \\ 5n - n - n &= 35 - 8 - 8 \\ 3n &= 19 \\ n &= \frac{19}{3} \end{aligned}$$

$S = \left\{ \dfrac{19}{3} \right\}$.

c) Inicialmente, vamos realizar a multiplicação utilizando a propriedade distributiva. Após isso, obteremos frações, sendo algumas com denominadores diferentes, deveremos então multiplicar todos os termos da equação pelo *mmc* destes denominadores.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(\frac{2x}{3} + \frac{1}{4}) &= \frac{1}{3}(\frac{1}{2} - x) \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{2x}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{3}x \\ \frac{x}{3} + \frac{1}{8} &= \frac{1}{6} - \frac{x}{3} \\ \frac{8x}{24} + \frac{3}{24} &= \frac{4}{24} - \frac{8x}{24} \\ 8x + 3 &= 4 - 8x \\ 8x + 8x &= 4 - 3 \\ 16x &= 1 \\ x &= \frac{1}{16}. \end{aligned}$$

$S = \left\{ \dfrac{1}{16} \right\}$.

d) Inicialmente, vamos realizar a multiplicação utilizando a propriedade distributiva. Após isso, obteremos frações, sendo algumas com denominadores diferentes, deveremos então multiplicar todos os termos da equação pelo *mmc* destes denominadores ou por qualquer múltiplo deles.

$$\begin{aligned}
3+\frac{1}{2}\left(\frac{x}{4}+8\right) &= \frac{1}{4}(2x-5)\\
3+\frac{x}{8}+4 &= \frac{x}{2}-\frac{5}{4}\\
24+\frac{8x}{8}+32 &= \frac{8x}{2}-\frac{40}{4}\\
24+x+32 &= 4x-10\\
x-4x &= -10-24-32\\
-3x &= -66\\
x &= 22.
\end{aligned}$$

$S=\{22\}$.

8. (Extraído da Vídeo Aula) Chamando esse número de x, seu antecessor será $(x-1)$. Temos então

$$\begin{aligned}
2(x-1)-3 &= 25\\
2x-2-3 &= 25\\
2x &= 25+5\\
2x &= 30\\
x &= 15.
\end{aligned}$$

Portanto, o número procurado é 15.

9. (Extraído da Vídeo Aula) Chamando a quantidade de moedas de 50 centavos de x, a quantidade de moedas de 25 centavos será $(x+5)$, pois excede em 5 unidades a quantidade de moedas de 50. Como o total de moedas é 31, temos

$$\begin{aligned}
x+(x+5) &= 31\\
2x &= 31-5\\
x &= \frac{26}{2}\\
x &= 13.
\end{aligned}$$

Portanto, a quantidade de moedas de 50 é 13 e a quantidade de moedas de 25 é 18. Assim, Ricardo tem no bolso $50\cdot 13+25\cdot 18=650+450=R\$11,00$.

10. (Extraído da Vídeo Aula) Chamando a quantidade de mesas com 2 pessoas de x, a quantidade de mesas com 4 pessoas será $(12-x)$, já que são 12 mesas ao todo. Como são 28 fregueses ao todo, temos

$$\begin{aligned}
2x+4(12-x) &= 28\\
2x+48-4x &= 28\\
-2x &= 28-48\\
-2x &= -20\\
x &= \frac{-20}{-2}\\
x &= 10.
\end{aligned}$$

Assim, são 10 mesas com 2 pessoas.

11. Como são dois números pares consecutivos, vamos chamar o primeiro de x e o segundo de $(x+2)$. Como sabemos sua soma, temos

$$\begin{aligned}
x+(x+2) &= 64\\
2x &= 64-2\\
2x &= 62\\
x &= 31.
\end{aligned}$$

Assim, esses número são 31 e 33.

12. Chamando a quantidade que Mário possui de x, então Cláudio possui $(2x+90)$. Se juntos eles possuem $R\$240,00$, temos

$$\begin{aligned}
x+(2x+90) &= 240\\
3x &= 240-90\\
3x &= 150\\
x &= 50.
\end{aligned}$$

Se Mário possui $R\$50,00$, então Cláudio possui $R\$190,00$.

13. (Extraído da Vídeo Aula) Se o comprimento da segunda etapa for x, então o comprimento da primeira etapa será $(x+120)$ e o comprimento da terceira etapa será $(4x)$. Como o comprimento total é 360km, temos

$$\begin{aligned}
(x+120)+x+(4x) &= 360\\
6x &= 360-120\\
6x &= 240\\
x &= \frac{240}{6}\\
x &= 40.
\end{aligned}$$

Assim, o comprimento da primeira etapa é 40km, o da segunda é 160km e o da terceira é 160km.

14. Chamando a quantidade de árvores plantadas por

Luísa de x, temos

$$\begin{aligned} x + \frac{3x}{8} &= 88 \\ \frac{8x}{8} + \frac{3x}{8} &= 88 \\ \frac{11x}{8} &= 88 \\ \frac{x}{8} &= 8 \\ x &= 64. \end{aligned}$$

Portanto, Luísa plantou 64 árvores.

15. Como são quatro números naturais consecutivos, vamos chamá-los de x, $(x+1)$, $(x+2)$ e $(x+3)$. Temos então

$$\begin{aligned} x + (x+1) + (x+2) + (x+3) &= 62 \\ 4x + 6 &= 62 \\ 4x &= 56 \\ x &= 14. \end{aligned}$$

Portanto, os números são 14, 15, 16 e 17.

16. Chamando a quantidade de galinhas de g, a quantidade de rinocerontes será $(25 - g)$, já que o total de animais é 25. Como o total de patas é 66, temos

$$\begin{aligned} 2g + 4(25-g) &= 66 \\ 2g + 100 - 4g &= 66 \\ -2g &= 66 - 100 \\ -2g &= -34 \\ g &= \frac{-34}{-2} \\ g &= 17. \end{aligned}$$

Assim, temos que a quantidade de rinocerontes é $25 - 17 = 8$.

17. Chamando o número de homens de h, o número de mulheres será $\frac{3h}{5}$. Como a quantidade de homens e mulheres seria igual se tivéssemos mais 20 mulheres, temos então

$$\begin{aligned} h &= \frac{3h}{5} + 20 \\ 5h &= 3h + 100 \\ 5h - 3h &= 100 \\ 2h &= 100 \\ h &= 50. \end{aligned}$$

Concluímos que o total de homens é 50 e o total de mulheres é $\frac{3 \cdot 50}{5} = 30$.

18. Se o algarismos das centenas é c, então o algarismo das dezenas é $4c$ e o algarismo das unidades é $(4c+1)$. Temos então

$$\begin{aligned} c + 4c + (4c+1) &= 19 \\ 9c + 1 &= 19 \\ 9c &= 18 \\ c &= 2. \end{aligned}$$

Assim, temos que o algarismo das centenas é 2, o algarismo das dezenas é 8 e o algarismo das unidades é 9. Portanto, o número é 289.

19. (Extraído da Vídeo Aula) Observe que, se somarmos 90, 93, 96 e 99, obteremos um resultado que corresponde a três vezes o primeiro número, mais três vezes o segundo, mais três vezes o terceiro, mais três vezes o último, ou seja, três vezes a soma P dos quatro números. Temos então $3P = 90 + 93 + 96 + 99 = 378$ e daí segue que $P = 126$. Como a soma dos três primeiros é 90, significa que o quarto número é $126 - 90 = 36$. De forma análoga, encontramos que o terceiro é 33, que o segundo é 30 e que o primeiro é 27.
Outra maneira de resolver esse problema é trabalhar com equações com mais de uma incógnita. Chamando os quatro números, em ordem crescente, de a, b, c e d, temos as seguintes equações: $\begin{cases} a+b+c = 90 \\ a+b+d = 93 \\ a+c+d = 96 \\ b+c+d = 99. \end{cases}$
Basta agora somar todas as equações que obtemos $3a + 3b + 3c + 3d = 378$, que é o mesmo que $a + b + c + d = 126$. Agora é só continuar como na primeira solução para encontrar os quatro números.

20. Chamando a quantidade de flores de x, temos:

$$\begin{aligned} x &= \frac{x}{3} + \frac{x}{5} + \frac{x}{6} + \frac{x}{4} + 6 \\ 60x &= \frac{60x}{3} + \frac{60x}{5} + \frac{60x}{6} + \frac{60x}{4} + 360 \\ 60x &= 20x + 12x + 10x + 15x + 360 \\ 60x - 57x &= 360 \\ 3x &= 360 \\ x &= \frac{360}{3} \\ x &= 120. \end{aligned}$$

Portanto, a quantidade de flores é 120.

21. (Extraído do Banco de Problemas da OBMEP)

a) No final do primeiro dia, ela terá $10 - 1 = 9$ pedaços. No final do dia seguinte, ela terá $9 - 1 + 10 - 1 = 17$ pedaços. Do ponto de vista prático, é como se ela tivesse acrescentado $10 - 1 - 1 = 8$ pedaços novos, pois um pedaço sempre é perdido para a divisão em 10 e outro sempre é comido. No final do terceiro dia ela acrescenta mais oito novos pedaços e passa a ter 25.

b) Como a soma sempre aumenta de 8 em 8, após n dias, a partir do dia inicial, ela terá $9 + 8n$ pedaços. Se for possível obter exatamente 2014 pedaços, devemos ter:

$$\begin{aligned} 9 + 8n &= 2014 \\ n &= \frac{2005}{8}. \end{aligned}$$

Como $\frac{2005}{8}$ não é inteiro, tal dia nunca acontecerá.

Elaborado por Cleber Assis e Tiago Miranda
Produzido por Arquimedes Curso de Ensino
contato@cursoarquimedes.com