Exercícios – Módulo Óptica Geométrica II

Espelhos esféricos – Estudo analítico de espelhos esféricos

Segundo Ano do Ensino Médio

Autor: Thales Azevedo

Revisor: Lucas Lima

Portal da Física OBMEP

1) (ITA) Um objeto linear de altura h está assentado perpendicularmente no eixo principal de um espelho esférico, a 15 cm de seu vértice. A imagem produzida é direita e tem altura de h/5. Este espelho é

a) côncavo, de raio 15 cm.
b) côncavo, de raio 7,5 cm.
c) convexo, de raio 7,5 cm.
d) convexo, de raio 15 cm.
e) convexo, de raio 10 cm.

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que envolve o estudo analítico de espelhos esféricos, como discutido na aula 6. Para resolvê-la, podemos começar usando a equação do aumento linear transversal:

$$\frac{i}{o} = \frac{-p'}{p}$$

$$\frac{h/5}{h} = \frac{-p'}{15cm}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{-p'}{15cm}$$

$$p' = -3cm,$$

ou seja, a imagem produzida é virtual e encontra-se a 3 cm do vértice do espelho. De posse desse resultado, podemos substituí-lo na equação de Gauss, de modo a obter a distância focal do espelho:

$$f = \frac{pp'}{p + p'}$$

$$f = \frac{(15cm) \cdot (-3cm)}{15cm - 3cm}$$

$$f = \frac{-45}{12} cm$$

$$f = -3{,}75cm.$$

Como a coordenada do foco principal é negativa, concluímos que o espelho é convexo. Além disso, como o raio de curvatura é o dobro da distância focal, temos $r = 7{,}5cm$ e, portanto, a resposta correta encontra-se na alternativa **c)**.

2) (UFRJ) Para evitar acidentes de trânsito, foram instalados espelhos convexos em alguns cruzamentos. A experiência não foi bem sucedida porque, como os espelhos convexos fornecem imagens menores, perde-se completamente a noção de distância. Para perceber esse efeito, suponha que um objeto linear seja colocado a 30 m de um espelho convexo de 12 m de raio, perpendicularmente a seu eixo principal.

a) A que distância do espelho convexo seria vista a imagem desse objeto?

b) Se substituíssemos o espelho convexo por um espelho plano, a que distância desse espelho seria vista a imagem daquele objeto?

Solução: Esta é uma questão discursiva que envolve o estudo analítico de espelhos esféricos, como discutido na aula 6. Para resolvê-la, precisamos apenas aplicar a equação de Gauss, além de lembrar que devemos usar as convenções de sinais decorrentes do referencial de Gauss.

De fato, para resolver o item a), começamos escrevendo

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}.$$

Como o espelho é convexo, o foco principal tem coordenada negativa no referencial de Gauss, de modo que escrevemos $f = -6m$ (lembrando que a distância focal mede metade do raio de curvatura e que, de acordo com o enunciado, tal raio mede 12 m). Assim, substituindo também $p = 30m$, a equação de Gauss fica

$$\frac{1}{-6m} = \frac{1}{30m} + \frac{1}{p'}$$
$$\frac{1}{p'} = \frac{-1}{30m} - \frac{1}{6m}$$
$$\frac{1}{p'} = \frac{-1}{30m} - \frac{5}{30m}$$
$$\frac{1}{p'} = \frac{-6}{30m},$$

ou seja,

$$p' = -5m.$$

Portanto, a imagem seria vista a 5 m do espelho convexo.

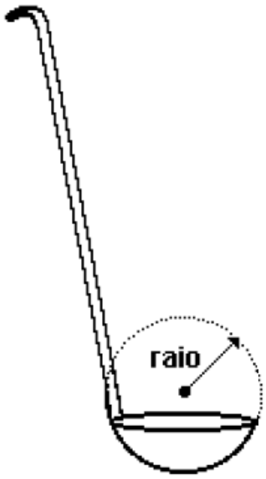
Se o espelho convexo fosse substituído por um espelho plano, como sugerido no item b) da questão, poderíamos nos lembrar de que, no espelho plano, imagem e objeto são simétricos, de modo que a distância da imagem ao espelho seria igual à distância do objeto ao espelho: neste caso, 30 m.

Alternativamente, podemos pensar no espelho plano como um espelho esférico de raio de curvatura infinitamente grande, de modo que podemos substituir o termo $1/f$ por zero na equação de Gauss. Fazendo isso, ficaríamos com

$$0 = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'},$$

cuja solução é $p' = -p = -30m$, ou seja, a imagem é virtual e encontra-se a 30 m do espelho plano, como o esperado.

3) (UNB) Uma aluna visitou o estande de ótica de uma feira de ciências e ficou maravilhada com alguns experimentos envolvendo espelhos esféricos. Em casa, na hora do jantar, ela observou que a imagem de seu rosto aparecia invertida à frente de uma concha que tinha forma de uma calota esférica, ilustrada na figura. Considerando que a imagem formou-se a 4 cm do fundo da concha e a 26 cm do rosto da aluna, calcule, em milímetros, o raio da esfera que delimita a concha, como indicado na figura. Desconsidere a parte fracionária de seu resultado, caso exista.



Solução: Esta é uma questão discursiva que envolve o estudo analítico de espelhos esféricos, como discutido na aula 6. Para resolvê-la, precisamos apenas aplicar a equação de Gauss,

$$f = \frac{pp'}{p+p'},$$

além de lembrar que devemos usar as convenções de sinais decorrentes do referencial de Gauss. De acordo com o enunciado, a imagem formou-se à frente do espelho, a uma distância de 4 cm do vértice do mesmo. Portanto, podemos escrever $p' = 4cm$. Além disso, o enunciado afirma que a distância entre a imagem formada e o rosto da aluna (ou seja, o objeto) mede 26 cm, o que nos permite escrever

$$p - p' = 26cm$$
$$p = 26cm + p'$$
$$p = 26cm + 4cm$$
$$p = 30cm.$$

Logo, substituindo *p* e *p'* na equação de Gauss, obtemos

$$f = \frac{(30cm)\cdot(4cm)}{30cm + 4cm}$$
$$f = \frac{120}{34}cm$$
$$f \approx 3{,}53cm.$$

Finalmente, lembrando que o raio de curvatura mede o dobro da distância focal, ficamos com $r \approx 7{,}06cm$ ou $r \approx 70mm$, como pede o enunciado.

4) (UERJ) Na entrada do circo existe um espelho convexo. Uma menina de 1,0 m de altura vê sua imagem refletida quando se encontra a 1,2 m do vértice do espelho. A relação entre os tamanhos da menina e de sua imagem é igual a 4. Calcule a distância focal do espelho da entrada do circo.

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que envolve o estudo analítico de espelhos esféricos, como discutido na aula 6. Para resolvê-la, podemos começar usando a equação do aumento linear transversal:

$$\frac{i}{o} = \frac{-p\prime}{p}.$$

Lembrando que a imagem produzida pelo espelho convexo é virtual, direita e menor que o objeto, e sabendo que, de acordo com o enunciado, a relação entre os tamanhos do objeto e da imagem é igual a 4, podemos escrever $o = 4i$. Além disso, o enunciado também afirma que a distância entre a menina (objeto) e o vértice do espelho mede 1,2 m, ou seja, $p = 1,2m$. Assim, a equação acima fica

$$\frac{i}{4i} = \frac{-p'}{1,2m}$$

$$-4p' = 1,2m$$

$$p' = -0,3m.$$

De posse desse resultado, podemos substituí-lo na equação de Gauss de modo a obter a distância focal do espelho:

$$f = \frac{pp'}{p + p'}$$

$$f = \frac{(1,2m) \cdot (-0,3m)}{1,2m - 0,3m}$$

$$f = \frac{-0,36}{0,9} m$$

$$f = -0,4m.$$

Logo, a distância focal do espelho em questão é de 0,4 m ou 40 cm.

5) (OBF) Qual deverá ser o raio de curvatura de um espelho côncavo capaz de fornecer uma imagem invertida duas vezes maior que o objeto, quando este se encontra a 15 cm da imagem?

Solução: Esta é uma questão discursiva que envolve o estudo analítico de espelhos esféricos, como discutido na aula 6. Para resolvê-la, precisamos combinar a equação de Gauss com a equação do aumento linear transversal. De fato, de acordo com o enunciado, a situação de interesse envolve uma imagem invertida cujo tamanho é o dobro daquele do objeto. Portanto, podemos escrever $i/o = -2$, e a equação do aumento linear transversal dá

$$\frac{i}{o} = \frac{-p'}{p}$$
$$-2 = \frac{-p'}{p}$$
$$p' = 2p.$$

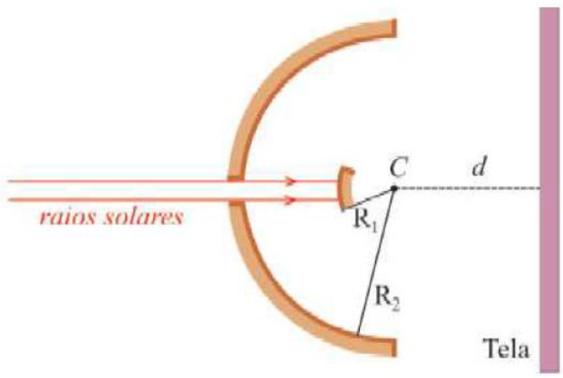
Ainda de acordo com o enunciado, a distância entre a imagem e o objeto é de 15 cm. Como $p' > p$, temos então que $p' - p = 15cm$. Mas $p' = 2p$, donde $p' - p = 2p - p = p$. Logo, concluímos que $p = 15cm$ e, portanto, $p' = 30cm$.

Substituindo esses valores na equação de Gauss, obtemos

$$f = \frac{pp'}{p + p'}$$
$$f = \frac{(15cm) \cdot (30cm)}{15cm + 30cm}$$
$$f = \frac{450}{45} cm,$$

ou seja, $f = 10cm$. Finalmente, como o raio de curvatura mede o dobro da distância focal, concluímos que $r = 20cm$.

6) (UFRJ) Um dispositivo para a observação da imagem do Sol é constituído por dois espelhos esféricos concêntricos e uma tela, como ilustra a figura a seguir.



O espelho convexo tem raio de curvatura R_1 igual a 12 cm, e o espelho côncavo tem raio de curvatura R_2 igual a 30 cm.

Calcule o valor da distância (d) entre a tela e o centro de curvatura *C*, comum aos dois espelhos, quando a imagem do Sol forma-se com nitidez sobre a tela.

Solução: Esta é uma questão discursiva que envolve o estudo analítico de espelhos esféricos, como discutido na aula 6, além do conhecimento dos raios particulares, abordados na aula 3. Para resolvê-la, o primeiro passo é perceber que os raios solares, vindos do "infinito" (ou seja, de uma distância muito grande), incidem no espelho convexo paralelamente ao seu eixo principal, sendo portanto refletidos na direção do foco principal daquele espelho (de fato, podemos recuperar esse resultado através do estudo analítico do espelho).

Sendo assim, o foco principal do espelho convexo funciona como um objeto puntiforme para o espelho côncavo, de modo que podemos escrever $p = R_2 - R_1/2 = 30cm - 6cm = 24cm$ (note que o sinal é positivo porque o ponto está à frente do espelho côncavo, não importando o fato de ele estar atrás do espelho convexo).

Recorrendo agora à equação de Gauss para o espelho côncavo, ficamos com

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$
$$\frac{1}{15cm} = \frac{1}{24cm} + \frac{1}{p'}$$
$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{15cm} - \frac{1}{24cm}$$
$$\frac{1}{p'} = \frac{24cm - 15cm}{(15cm)\cdot(24cm)}$$
$$\frac{1}{p'} = \frac{9}{360cm}$$
$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{40cm},$$

ou seja, $p' = 40cm$. Tal resultado implica que, para que a imagem do Sol se forme nitidamente sobre a tela, essa deve estar localizada a 40 cm do vértice do espelho côncavo, o que é equivalente a dizer que $d = 40cm - R_2 = 10$ cm.

7) (Marinha do Brasil) Um espelho esférico é usado para projetar uma imagem cinco vezes maior que o objeto, numa tela localizada a 5 m dele [do objeto]. O raio de curvatura e o tipo de espelho são, respectivamente:

a) 1,25 m e côncavo
b) 1,04 m e convexo
c) 6,25 m e convexo
d) 2,08 m e côncavo
e) 1,04 m e côncavo

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que envolve o estudo analítico de espelhos esféricos, como discutido no texto correspondente. Para resolvê-la, é preciso primeiro analisar cuidadosamente o enunciado. De fato, de acordo com o enunciado, o espelho esférico é usado para projetar uma imagem numa tela. Isso implica que a imagem deve ser real, pois imagens virtuais não podem ser projetadas (lembre-se de que essas não são formadas pelos raios luminosos em si, mas por seus prolongamentos). Portanto, denotando por p' a posição da imagem em relação ao espelho esférico, devemos ter $p' > 0$, de acordo com as convenções do referencial de Gauss. Além disso, como espelhos convexos produzem apenas imagens virtuais (de objetos reais), podemos concluir também que o espelho em questão é côncavo. Esse fato será confirmado quando calcularmos a distância focal, que será positiva.

Ainda de acordo com o enunciado, a imagem formada possui 5 vezes o tamanho do objeto. Note, porém, que o enunciado não informa a orientação da imagem, ou seja, se ela é direita ou invertida em relação ao objeto. Pela equação do aumento linear transversal, temos

$$A = \frac{-p\prime}{p} < 0,$$

uma vez que tanto *p'* como *p* são positivos. Sendo assim, concluímos que a imagem é de fato invertida, e $A = -5$. Substituindo tal valor na equação acima, obtemos

$$-5 = \frac{-p'}{p}$$
$$\Rightarrow p' = 5p.$$

Além disso, o enunciado também nos diz que imagem é projetada numa tela localizada a 5 m do objeto. Como $p' > p$, podemos escrever

$$p' - p = 5m.$$

Mas $p' = 5p$, então a equação acima fica

$$5p - p = 5m$$
$$4p = 5m$$
$$\Rightarrow p = 1{,}25m.$$

Finalmente, podemos substituir esses resultados na equação da Gauss para calcular a distância focal do espelho:

$$f = \frac{pp'}{p + p'}$$
$$f = \frac{p(5p)}{p + (5p)}$$
$$f = \frac{5p^2}{6p}$$
$$f = \frac{5}{6}p$$
$$f = \frac{5}{6} \times 1{,}25m$$
$$f \approx 1{,}04m.$$

Como previsto, encontramos $f > 0$, indicando que o espelho é côncavo. Além disso, como o raio de curvatura é o dobro da distância focal, temos $r \approx 2{,}08m$ e, portanto, a resposta correta encontra-se na alternativa **d)**.

8) (SEECT-PB) Dois espelhos, um plano e um côncavo, estão com suas faces refletoras dispostas frontalmente, de modo que o espelho plano esteja posicionado exatamente no foco do espelho côncavo, perpendicularmente ao seu eixo principal. Um objeto real extenso é colocado na metade da distância entre os espelhos, que é 40 cm. Determine a distância entre as imagens formadas pelos espelhos, considerando a incidência direta dos raios de luz que saem do objeto, e assinale a alternativa correta.

a) 80 cm
b) 100 cm
c) 60 cm
d) 40 cm

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que envolve o estudo analítico de espelhos esféricos, como discutido no texto correspondente, além de conhecimentos básicos sobre espelhos planos. Para resolvê-la, podemos começar aplicando a equação de Gauss, para determinar a posição da imagem formada pela incidência direta dos raios de luz que saem do objeto e são refletidos no espelho côncavo. Temos

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}.$$

De acordo com o enunciado, o espelho plano está posicionado exatamente no foco do espelho côncavo, e a distância entre os espelhos é de 40 cm. Logo, concluímos que a distância focal do espelho côncavo é $f = 40cm$. Além disso, o enunciado afirma que o objeto (real) é colocado na metade da distância entre os espelhos, ou seja, $p = 20m$.

Substituindo esses valores na equação de Gauss ficamos com

$$\frac{1}{40cm} = \frac{1}{20cm} + \frac{1}{p'}$$
$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{40cm} - \frac{1}{20cm}$$
$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{40cm} - \frac{2}{40cm}$$
$$\frac{1}{p'} = \frac{-1}{40cm'}$$

ou seja,

$$p' = -40cm.$$

Portanto, a imagem (virtual) seria vista 40 cm atrás do espelho côncavo.

Agora, no caso do espelho plano, imagem e objeto são simétricos, de modo que a distância da imagem ao espelho é igual à distância do objeto ao espelho: neste caso, 20 cm. Ou seja, também temos uma imagem formada 20 cm atrás do espelho plano. A distância entre esta imagem e aquela formada atrás do espelho côncavo é, portanto, igual à soma das distâncias de cada imagem ao espelho correspondente, mais a distância entre os espelhos. Sendo assim, temos

$$d = 40cm + 40cm + 20cm = 100cm,$$

e a resposta correta encontra-se na alternativa **b)**.

Comentário: note que as imagens obtidas acima serviriam como novos objetos para os espelhos presentes no problema, que por sua vez gerariam novas imagens, e assim por diante. É justamente para evitar confusão com essas imagens formadas por múltiplas reflexões da luz nos espelhos que o enunciado traz a frase "considerando a incidência direta dos raios de luz que saem do objeto".

9) (UCS) Um espelho esférico conjuga a um objeto real, a 40 cm de seu vértice, uma imagem direita e duas vezes menor. Pode-se afirmar que o espelho é:

a) côncavo de 40 cm de distância focal
b) convexo de 40 cm de módulo de distância focal
c) côncavo de 40 cm de raio de curvatura
d) convexo de 40 cm de raio de curvatura
e) convexo de 40 cm como distância entre o objeto e a imagem

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que envolve o estudo analítico de espelhos esféricos. Para resolvê-la, basta lembrar o que foi discutido no texto correspondente. Em particular, pela equação do aumento linear transversal, temos

$$A = \frac{-p'}{p}.$$

De acordo com o enunciado, p = 40 cm e A = ½ (porque a imagem é direita e duas vezes menor que o objeto; se a imagem fosse invertida, teríamos A = −½). Substituindo esses valores na equação acima, obtemos

$$\frac{1}{2} = \frac{-p'}{40cm}$$
$$\Rightarrow p' = -20cm,$$

ou seja, a imagem é virtual e está localizada 20 cm atrás do espelho. Note que esta informação já nos permite descartar a alternativa e), uma vez que a partir dela concluímos que a distância entre objeto e imagem é de 60 cm. Para encontrar a distância focal do espelho e, então, resolver a questão, basta aplicar a equação de Gauss:

$$f = \frac{pp'}{p + p'}$$
$$f = \frac{40 \cdot (-20)}{40 + (-20)} cm$$
$$f = \frac{-800}{20} cm$$
$$f = -40cm.$$

Como $f < 0$, temos que o espelho é convexo. Portanto, a resposta correta encontra-se na alternativa **b)**.

10) (ITA) Um jovem estudante, para fazer a barba mais eficientemente, resolve comprar um espelho esférico que aumente duas vezes a imagem do seu rosto quando ele se coloca a 50 cm dele. Que tipo de espelho ele deve usar e qual o raio de curvatura?

a) Convexo com r = 67 cm
b) Côncavo com r = 33 cm
c) Convexo com r = 50 cm
d) Côncavo com r = 2,0 m
e) Um espelho diferente dos mencionados

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que envolve o estudo analítico de espelhos esféricos, como discutido no texto correspondente. Para resolvê-la, podemos começar aplicando a equação do aumento linear transversal, temos

$$A = \frac{-p'}{p}.$$

De acordo com o enunciado, p = 50 cm e A = 2 (porque a imagem deve ser duas vezes maior que o objeto e, pelo contexto, não deve ser invertida; se a imagem fosse invertida, teríamos $A = -2$). Substituindo esses valores na equação acima, obtemos

$$2 = \frac{-p'}{50cm}$$
$$\Rightarrow p' = -100cm,$$

ou seja, a imagem é virtual e está localizada 100 cm atrás do espelho. Para encontrar a distância focal do espelho e, então, resolver a questão, basta aplicar a equação de Gauss:

$$f = \frac{pp'}{p + p'}$$
$$f = \frac{50 \cdot (-100)}{50 + (-100)} cm$$
$$f = \frac{-5000}{-50} cm$$
$$f = 100cm.$$

Como $f > 0$, temos que o espelho é côncavo. Além disso, como o raio de curvatura do espelho vale o dobro de sua distância focal, temos r = 200 cm. Portanto, a resposta correta encontra-se na alternativa **d)**.

11) Um objeto é colocado perpendicularmente sobre o eixo óptico de um espelho côncavo, a 40 cm do seu vértice. Em seguida, a distância entre o objeto e o espelho é dobrada, e percebe-se que a imagem reduz-se a um terço do tamanho inicial, sem mudar sua orientação. Com base nessas informações, qual o raio de curvatura do espelho?

Solução: Esta é uma questão discursiva que envolve o estudo analítico de espelhos esféricos, conforme discutido no texto correspondente. Para resolvê-la, podemos começar aplicando a equação do aumento linear transversal duas vezes, uma para cada situação descrita no enunciado. Chamando de o, i_1 e i_2 os tamanhos do objeto, da imagem na situação inicial e da imagem na situação final, respectivamente, temos que os fatores de ampliação serão dados por:

$$A_1 = \frac{i_1}{o} \text{ e } A_2 = \frac{i_2}{o}.$$

Logo, dividindo A_2 por A_1, ficamos com

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{i_2}{i_1} = \frac{1}{3},$$

onde usamos que $i_2 = i_1/3$, de acordo com o enunciado. Agora, sabemos que o aumento linear transversal também pode ser calculado como

$$A = \frac{-p'}{p}.$$

Sendo assim, temos

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{p_2'}{p_2} \cdot \frac{p_1}{p_1'} = \frac{p_2'}{2p_1} \cdot \frac{p_1}{p_1'} = \frac{p_2'}{2p_1'},$$

onde usamos $p_2 = 2p_1$, também de acordo com o enunciado. Combinando os dois resultados obtidos para a razão A_2/A_1, obtemos

$$\frac{p_2'}{2p_1'} = \frac{1}{3}$$
$$\Rightarrow p_2' = \frac{2}{3}p_1'.$$

O objetivo da questão é determinar o raio de curvatura do espelho, que por sua vez é igual ao dobro da distância focal. Para relacionar a distância da imagem ao espelho em cada uma das duas situações (p_1' e p_2') com sua distância focal, basta utilizar duas vezes a equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_1'} \Rightarrow p_1' = \frac{p_1 f}{p_1 - f} = \frac{40f}{40cm - f}cm$$
e
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_2'} \Rightarrow p_2' = \frac{p_2 f}{p_2 - f} = \frac{80f}{80cm - f}cm,$$

onde usamos $p_1 = 40$ cm e $p_2 = 2p_1$. Substituindo esses resultados na equação que relaciona p_1' e p_2', obtemos, finalmente

$$p_2' = \frac{2}{3}p_1'$$
$$\frac{80f}{80cm - f}cm = \frac{2}{3}\frac{40f}{40cm - f}cm$$
$$\Rightarrow 3(40cm - f) = 80cm - f$$
$$\Rightarrow 120cm - 3f = 80cm - f$$
$$\Rightarrow 2f = 40cm,$$

ou seja, o raio de curvatura do espelho vale 40 cm.

12) (MACKENZIE) Um pequeno objeto encontra-se sobre o eixo principal de um espelho esférico côncavo, no ponto médio do segmento definido pelo foco principal e o centro de curvatura. Considerando as condições de Gauss para o espelho, a respectiva imagem conjugada será:

a) real, direita e 2 vezes maior que o objeto.
b) real, invertida e 2 vezes maior que o objeto.
c) virtual, direita e 2 vezes maior que o objeto.
d) real, direita e 3 vezes maior que o objeto.
e) real, invertida e 3 vezes maior que o objeto.

Solução: Essa é uma questão de múltipla escolha que envolve o estudo analítico de espelhos esféricos, como discutido no texto correspondente. Para resolvê-la, podemos começar aplicando a equação de Gauss, para determinar a posição da imagem formada pelo espelho côncavo. Temos

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}.$$

De acordo com o enunciado, o objeto está localizado no ponto médio do segmento definido pelo foco principal e o centro de curvatura. Sendo assim,

$$p = \frac{1}{2}(f + 2f) = \frac{3}{2}f.$$

Substituindo esse valor na equação de Gauss ficamos com

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{3f} + \frac{1}{p'}$$
$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{f} - \frac{2}{3f}$$
$$\frac{1}{p'} = \frac{3}{3f} - \frac{2}{3f}$$
$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{3f},$$

ou seja,

$$p' = 3f.$$

Como o espelho é côncavo, sabemos que $f > 0$. Logo, p' também é positivo e, portanto, concluímos que a imagem é real.

Para responder a questão, precisamos saber também sobre a orientação e o tamanho da imagem. Para tanto, recorremos à equação do aumento linear transversal:

$$A = \frac{-p'}{p}$$

$$A = \frac{-3f}{3f/2}$$
$$A = -3f \cdot \frac{2}{3f}$$
$$A = -2,$$

ou seja, a imagem é invertida em relação ao objeto e tem o dobro do tamanho dele. Portanto, a resposta correta encontra-se na alternativa **b)**.

13) (ITA) Seja E um espelho côncavo cujo raio de curvatura é 60,0 cm. Qual tipo de imagem obteremos se colocarmos um objeto real de 7,50 cm de altura, verticalmente, a 20,0 cm do vértice de E?

a) virtual e reduzida a 1/3 do tamanho do objeto.
b) real e colocada a 60,0 cm da frente do espelho.
c) virtual e três vezes mais alta que o objeto.
d) real, invertida e de tamanho igual ao do objeto.
e) nenhuma das anteriores.

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que envolve o estudo analítico de espelhos esféricos. Para resolvê-la, basta lembrar o que foi discutido no texto correspondente. Note que as alternativas falam sobre o tamanho da imagem. Comecemos, então, pela equação do aumento linear transversal:

$$A = \frac{-p\prime}{p}.$$

De acordo com o enunciado, p = 20 cm. Para obter $p´$, ou seja, a posição da imagem em relação ao espelho, recorremos à equação de Gauss:

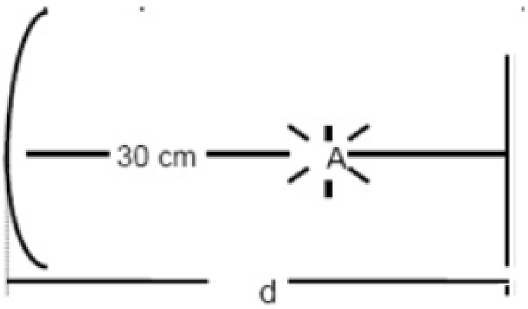
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$
$$\frac{1}{30cm} = \frac{1}{20cm} + \frac{1}{p'}$$
$$\frac{1}{p'} = \frac{1}{30cm} - \frac{1}{20cm}$$
$$\frac{1}{p'} = \frac{2}{60cm} - \frac{3}{60cm}$$
$$\frac{1}{p\prime} = \frac{-1}{60cm},$$

ou seja, a imagem é virtual e está localizada 60 cm atrás do espelho. Note que usamos f = 30 cm, uma vez que, de acordo com o enunciado, o raio de curvatura vale 60 cm, e sabemos que a distância focal vale metade do raio de curvatura (e f > 0 porque o espelho é côncavo). Substituindo $p´$ = – 60 cm na equação do aumento linear transversal, obtemos

$$A = \frac{-(-60cm)}{20cm} = 3.$$

Portanto, a imagem é três vezes mais alta que o objeto e a resposta correta encontra-se na alternativa **c)**.

14) (ITA) Um espelho plano está colocado em frente de um espelho côncavo, perpendicularmente ao eixo principal. Uma fonte luminosa A, centrada no eixo principal entre os dois espelhos, emite raios que se refletem sucessivamente sobre os dois espelhos e formam sobre a própria fonte A, uma imagem real da mesma. O raio de curvatura do espelho é 40 cm e a distância do centro da fonte A até o centro do espelho esférico é de 30 cm. A distância d do espelho plano até o centro do espelho côncavo é, então:



a) 20 cm
b) 30 cm
c) 40 cm
d) 45 cm
e) 50 cm

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que envolve o estudo analítico de espelhos esféricos, como discutido no texto correspondente, além de conhecimentos básicos sobre o espelho plano. Para resolvê-la, podemos começar analisando a imagem da fonte luminosa A através do espelho plano. Esta imagem faz o papel de objeto para o espelho côncavo.

Como o objeto e sua imagem são simétricos em relação ao espelho plano, e a distância entre a fonte A e o espelho plano vale d – 30 cm, de acordo com a figura presente no enunciado, concluímos que a distância entre o espelho plano e a imagem da fonte A conjugada por esse espelho também vale d – 30 cm.

Sendo assim, a distância entre aquela imagem e o espelho côncavo, para o qual ela faz o papel de objeto, é dada por

$$p = d + (d - 30cm)$$
$$p = 2d - 30cm.$$

Agora, sabemos que a posição do objeto e de sua imagem em relação ao espelho côncavo estão relacionadas através da equação de Gauss. Além disso, de acordo com o enunciado, após serem refletidos em ambos os espelhos, os raios luminosos emitidos pela fonte A formam uma imagem real exatamente na posição de A, ou seja, a 30 cm do espelho côncavo. Portanto, temos

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$
$$\frac{1}{20cm} = \frac{1}{2d - 30cm} + \frac{1}{30cm}$$
$$\frac{1}{20cm} - \frac{1}{30cm} = \frac{1}{2d - 30cm}$$
$$\frac{3}{60cm} - \frac{2}{60cm} = \frac{1}{2d - 30cm}$$
$$\frac{1}{60cm} = \frac{1}{2d - 30cm}$$
$$2d - 30cm = 60cm$$
$$2d = 90cm$$
$$d = 45cm,$$

onde usamos $f = 20$ cm, uma vez que, de acordo com o enunciado, o raio de curvatura do espelho côncavo vale 40 cm, e sabemos que a distância focal vale metade do raio de curvatura (e $f > 0$ porque o espelho é côncavo). Portanto, a resposta correta encontra-se na alternativa **d)**.

Comentário: poderíamos obter a mesma resposta considerando primeiro a imagem de A através do espelho côncavo, e depois usando tal imagem como objeto para o espelho plano. Nesse caso, no entanto, é preciso notar que, em relação ao espelho plano, o objeto seria virtual, uma vez que sua posição é atrás do espelho.

15) (UFPE) Um espelho côncavo tem 24 cm de raio de curvatura. Olhando para ele de uma distância de 6,0 cm, qual o tamanho da imagem observada de uma cicatriz de 0,5 cm existente no seu rosto?

Solução: Esta é uma questão discursiva que aborda o estudo analítico de espelhos esféricos. Para resolvê-la, basta lembrar o que foi discutido no texto correspondente. De fato, vimos que as posições de um objeto e de sua imagem relativas a um dado espelho esférico são relacionadas pela equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}.$$

Além disso, o fator de ampliação linear é dado por

$$A = \frac{-p'}{p} = \frac{i}{o}.$$

Para obter o tamanho da imagem observada, como pedido no enunciado, precisamos primeiro calcular a distância da imagem ao espelho. Lembrando que a distância focal de um espelho esférico vale metade do seu raio de curvatura, ou seja, $f = r/2$, a equação de Gauss fica:

$$\frac{2}{r} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$
$$\frac{2}{24cm} = \frac{1}{6cm} + \frac{1}{p'}$$
$$\frac{1}{12cm} - \frac{2}{12cm} = \frac{1}{p'}$$
$$\frac{-1}{12cm} = \frac{1}{p'}$$
$$\Rightarrow p' = -12cm,$$

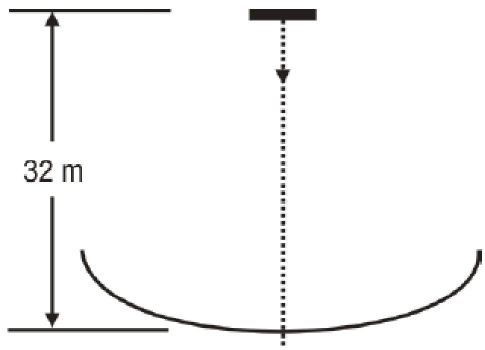
ou seja, a imagem formada é virtual e está a 12 cm atrás do espelho, de acordo com as convenções do referencial de Gauss. Com essa informação, podemos calcular o tamanho da imagem observada, uma vez que, de acordo com o enunciado, o objeto (cicatriz) mede 0,5 cm. Sendo assim, a equação do aumento linear transversal dá-nos

$$\frac{-p'}{p} = \frac{i}{o}$$
$$\frac{12cm}{6cm} = \frac{i}{0{,}5cm}$$
$$2 = \frac{i}{0{,}5cm}$$
$$\Rightarrow i = 1{,}0cm.$$

Portanto, a imagem observada mede **1,0 cm**. Note que, como i > 0, a imagem é direita (ou seja, não é invertida em relação ao objeto).

16) (IME) Uma pequena barra metálica é solta no instante t = 0 s do topo de um prédio de 32 m de altura. A aceleração da gravidade local é 10 m/s². A barra cai na direção de um espelho côncavo colocado no solo, conforme indicado na figura ao lado [abaixo]. Em certo instante, a imagem da barra fica invertida, 30 cm acima da barra e quatro vezes maior que ela. O instante em que isso ocorre é, aproximadamente,

a) 2,1 s
b) 2,2 s
c) 2,3 s



d) 2,4 s
e) 2,5 s

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda o estudo analítico de espelhos esféricos, além de conhecimentos básicos de cinemática (movimento retilíneo uniformemente variado). Para resolvê-la, precisamos primeiro determinar a que distância do vértice do espelho a barra encontra-se no instante em que sua imagem fica invertida, 30 cm acima da barra e quatro vezes maior que ela. Para tanto, recorremos à equação do aumento linear transversal:

$$A = \frac{-p\prime}{p}.$$

Naquele instante, temos $A = -4$ (imagem invertida e 4 vezes maior) e $p\acute{} = p + 30$ cm (imagem 30 cm acima da barra). Portanto, a equação acima fica

$$-4 = \frac{-(p+30cm)}{p}$$
$$4p = p + 30cm$$
$$3p = 30cm$$
$$p = 10cm,$$

ou seja, no instante procurado, a barra encontra-se 10 cm do vértice do espelho. Como, inicialmente, a barra estava a 32 m de altura, seu deslocamento entre $t = 0$ e o instante procurado foi de 32 m − p = 32 m − 0,1 m = 31,9 m.

Para chegarmos finalmente ao instante procurado, precisamos nos lembrar da equação horária do movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV):

$$\Delta s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2.$$

De fato, uma vez que a barra está em queda livre, ela tem aceleração constante, dada pela aceleração da gravidade local, ou seja, $a = g = 10\,m/s^2$, de acordo com o enunciado, e portanto executa um MRUV. Também de acordo com o enunciado, a barra é "solta" em t = 0, o que implica que a velocidade inicial era nula, ou seja, v_0 = 0. Substituindo na equação acima as informações de que dispomos, obtemos, com t dado em segundos,

$$31{,}9 = \frac{10}{2}t^2$$
$$t^2 = \frac{31{,}9}{5}$$
$$t \approx \sqrt{6{,}4}$$
$$t \approx 2{,}53.$$

Logo, o instante procurado é dado aproximadamente por t = 2,5s, e a resposta correta encontra-se na alternativa **e)**.

17) (Fatec) Um espelho esférico côncavo tem distância focal 3,0 m. Um objeto de dimensões desprezíveis encontra-se sobre o eixo principal do espelho, a 6,0 m deste. O objeto desliza sobre o eixo principal, aproximando-se do espelho com velocidade constante de 1,0 m/s. Após 2,0 segundos, sua imagem

a) terá se aproximado 6,0 m do espelho.
b) terá se afastado 6,0 m do espelho.
c) terá se aproximado 3,0 m do espelho.
d) terá se afastado 3,0 m do espelho.
e) terá se aproximado 12,0 m do espelho.

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda o estudo analítico de espelhos esféricos, além de conhecimentos básicos de cinemática (movimento retilíneo uniforme). Para resolvê-la, precisamos primeiro determinar a posição inicial da imagem em relação ao vértice do espelho. De acordo com o enunciado, a distância focal do espelho vale 3,0 m, enquanto o objeto está inicialmente a 6,0 m do vértice do espelho. Assim, como 6,0 m é o dobro da distância focal, podemos concluir que o objeto está exatamente sobre o centro de curvatura do espelho. Por sua vez, isso implica que a imagem do objeto também se encontra inicialmente sobre o centro de curvatura, a 6,0 m do vértice do espelho. (Note que poderíamos ter obtido esse resultado a partir da equação de Gauss, mas não é necessário.)

Para determinar o deslocamento da imagem após 2,0 segundos, precisamos antes calcular a posição do objeto naquele instante. De acordo com o enunciado, o objeto aproxima-se do espelho com velocidade constante de 1,0 metro por segundo. Logo, após 2,0 segundos, o objeto terá se deslocado de 2,0 metros em direção ao vértice do espelho. Assim, após 2,0 segundos, a nova distância entre o objeto e o espelho vale 6,0 m − 2,0 m = 4,0 m. Para obter a nova posição da imagem, recorremos à equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$
$$\frac{1}{3{,}0m} = \frac{1}{4{,}0m} + \frac{1}{p'}$$
$$\frac{1}{3{,}0m} - \frac{1}{4{,}0m} = \frac{1}{p'}$$
$$\frac{4}{12{,}0m} - \frac{3}{12{,}0m} = \frac{1}{p'}$$
$$\frac{1}{12{,}0m} = \frac{1}{p'},$$

ou seja, após 2,0 segundos, a imagem encontra-se a 12,0 m do espelho. Como inicialmente a imagem estava a 6,0 m do espelho, concluímos que a imagem afastou-se 6,0 m do espelho, e portanto a resposta correta encontra-se na alternativa **b)**.

18) (UFAM) Um objeto real é colocado sobre o eixo principal de um espelho esférico côncavo, cuja distância focal mede 10 cm. Sabendo-se que a distância do objeto ao espelho é muito grande, quando comparada com a distância focal, podemos afirmar que a natureza da imagem e o valor aproximado de sua distância ao espelho são, respectivamente:

a) Real; 10 cm.
b) Imaginária; 10 cm.
c) Real; 20 cm.
d) Real; 5 cm.
e) Imaginária; 5 cm.

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda o estudo analítico de espelhos esféricos. Para resolvê-la, basta utilizarmos a equação de Gauss, deduzida no texto correspondente:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}.$$

Como, de acordo com o enunciado, a distância do objeto ao espelho é muito grande, quando comparada com a distância focal, podemos desprezar o termo $1/p$ na equação acima, ficando com

$$\frac{1}{f} \approx \frac{1}{p'},$$

ou seja, a distância da imagem ao espelho é aproximadamente igual à distância focal do espelho. Como f = 10 cm, então $p' \approx 10$ cm, o que implica que a imagem é real ($p' > 0$). Logo, a resposta correta encontra-se na alternativa **a)**.