Exercícios – Módulo Eletrostática II

Campo Elétrico

Terceiro Ano do Ensino Médio

Autor: Vinicius Henning

Revisor: Lucas Lima

Portal
da Física
OBMEP

1. Exercícios resolvidos sobre campo elétrico

1) Considere uma esfera de dimensão desprezível com carga $q = -20\mu C$ e massa $m = 0{,}6g$. Essa esfera está sob ação do campo gravitacional da Terra e de um campo elétrico **uniforme E,** que aponta ao longo da direção vertical com sentido de cima para baixo. Assuma $g = 10\, m/s^2$.
a) Identifique as forças que atuam na esfera, desenhe o campo elétrico e as forças que atuam sobre o corpo, escolha um sistema de coordenadas e decomponha as forças nesse sistema.
b) Assuma que você pode ajustar o valor do campo elétrico por um controle. Tal controle permite variar o módulo do vetor campo elétrico entre $0\, N/C$ até $500\, N/C$. Dito isso, você conseguiria ajustar o campo para um dado valor tal que a esferinha ficasse em equilíbrio?
c) Inspirado pela discussão na letra (b) acima, o que aconteceria caso a esfera fosse carregada positivamente?

Solução:
a) Como a esfera possui carga e está na presença de um campo elétrico, ela irá sofrer uma força elétrica. Analogamente, ela também sofre uma força gravitacional. A força gravitacional se dá sempre na direção vertical e no sentido de cima para baixo. A força elétrica, todavia, precisa ser analisada com mais cautela.

Nós temos uma carga **negativa** na presença de um campo elétrico. Assim, nós já sabemos de antemão que indepentemente da direção e sentido do campo elétrico, a força apontará no sentido contrário ao do campo. Assim, pela descrição do problema, a força dá-se ao longo da direção vertical e aponta de baixo para cima.
O desenho do campo elétrico, das forças atuando sobre o corpo e a nossa escolha do sistema de coordenadas é então:

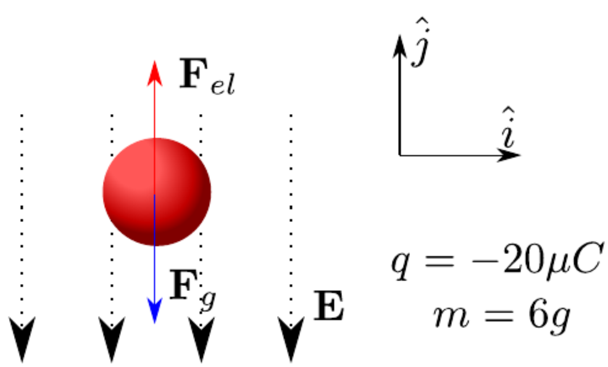

Fig. (1): Ilustração das forças que atuam sobre a carga. A flecha vermelha corresponde à força elétrica e a flecha azul corresponde à força gravitacional.

Pela nossa escolha de sistema de coordenadas, onde o eixo y está ao longo da direção vertical e o sentido positivo de y é de baixo para cima, a força gravitacional aponta no sentido negativo de y, enquanto que a força elétrica aponta no sentido positivo de y. Logo, temos

$$F_g = -mg\hat{\jmath}$$
$$F_{el} = |q| \cdot \vee E \vee \hat{\jmath}.$$

Note como esse passo inicial de desenhar o problema ajuda-nos de uma maneira imensurável! Só olhando para o desenho nós somos capazes de dizer que: alterando o módulo do campo elétrico nós podemos contrabalançar a força peso e manter o corpo em equilíbrio, e, consequentemente, as outras duas questões já estão respondidas!

b) Pelo desenho acima nós vemos que a força peso e a força elétrica apontam na mesma direção e em sentidos opostos. Logo, é possível que possamos ajustar um valor de campo elétrico tal que a força peso seja contrabalançada e a esfera permaneça em repouso. Tal condição pode ser representada por:

$$F_g + F_{el} = 0$$
$$|q| \cdot |E|\,\hat{\jmath} - mg\hat{\jmath} = 0$$
$$|E| = \frac{mg}{|q|}.$$

Além disso, note $[mg] = N$; assim temos também a unidade correta para campo elétrico, que é $[E] = N/C$. Logo, se substituirmos os valores dados no problema, obtemos a resposta. Todavia, para evitar erros nos nossos cálculos, é sempre conveniente verificarmos se as quantidades estão nas unidades apropriadas antes de colocarmo-las na fórmula.

$$q = -20\mu C = -20.10^{-6}C$$
$$m = 0{,}6g = 0{,}6.10^{-3}kg;$$

$g = 10\,m/s^2$. Assim, se colocarmos os valores acima na fórmula que obtivemos, encontramos o valor de campo elétrico

$$|E| = 300\ N/C$$

Ou seja, como temos a liberdade de ir até $500\,N/C$, nós conseguimos ajustar o campo elétrico para que esse faça a esferinha flutuar!

c) Caso a esfera fosse carregada positivamente, a força elétrica também apontaria para baixo; assim, não seria possível equilibrar o corpo e esse seria acelerado para baixo. A única maneira de equilibrar o corpo em tal sistema seria invertendo o sentido do campo.

2) Considere esfera de tamanho desprezível e carga $q = 1\mu C$ e massa $m = 1g$. Essa esfera está na presença de um campo elétrico uniforme de módulo $|E| = 1.10^5 N/C$, que está ao longo da direção horizontal e o sentido é da esquerda para a direita.

a) Calcule a aceleração da esfera devido ao campo elétrico.

b) Desprezando por ora a atuação do campo gravitacional e considerando que a esfera está inicialmente em repouso no ponto A, calcule o tempo que a partícula leva para chegar num ponto B, tal que o segmento de reta $\overline{AB}$ esteja ao longo da direção horizontal e $\overline{AB} = 0{,}5m$ como ilustrado na figura abaixo.

c) Se considerarmos a interação da gravidade, quanto a esfera se moveria ao longo do eixo vertical para o tempo encontrado acima? Considere $g = 10\, m/s^2$

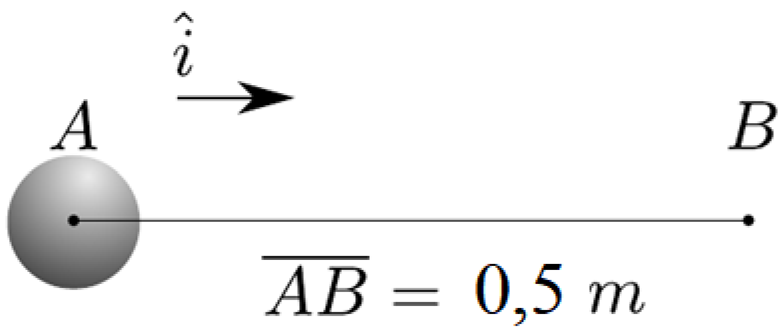

Fig. (2): Situação considerada no enunciado do item b.

Solução:

a) Primeiramente, vamos calcular a aceleração devido ao campo elétrico. Pela segunda lei de Newton, nós sabemos que $F = ma$. Assim, como já sabemos, a força elétrica exercida por um dado campo elétrico sobre uma partícula carregada, temos

$$F_{el} = qE$$
$$a = \frac{qE}{m}$$

Como definimos o sentido positivo do eixo x da esquerda para direita, temos (não esquecendo de converter de grama para quilograma!):

$$a = \frac{(10^{-6}C)\,(10^5 N/C)}{(10^{-3}kg)}\hat{\imath} = \frac{100m}{s^2}\hat{\imath}\,.$$

b) Para obtermos o tempo que a esferinha leva para percorrer de A até B com essa aceleração, nós precisamos usar a equação horária de movimento, que relaciona o espaço, a aceleração e o tempo. Lembrando que a equação horária de movimento é dada por

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2},$$

onde x_0é a posição inicial, v_0 a velocidade inicial, t o tempo e a a aceleração.

Como a esferinha encontra-se em repouso inicialmente, temos $v_0 = 0$ e podemos explicitar o tempo

$$t = \pm\sqrt{\frac{2(x - x_0)}{a}} = +0.1s$$

Por razões lógicas, apesar de a equação possuir duas raízes, não faz sentido um tempo negativo, pois estamos analisando a questão a partir de $t = 0$, então a raiz negativa é descartada. Vemos assim que, com velocidade inicial nula, a esferinha percorre uma distância $d = 50cm$ em um tempo $t = 0{,}1s$.

c) Agora, já que obtivemos o tempo necessário para percorrer os 50 cm devido à aceleração proveniente da força elétrica, vamos calcular o quanto a esferinha percorre ao longo do eixo vertical devido à aceleração da gravidade. Utilizando novamente a equação horária, mas dessa vez ao longo do eixo y, orientado de cima para baixo, e levando em conta a aceleração da gravidade, temos:

$$y = \frac{gt^2}{2} = 5.10^{-2}m = 5cm\ .$$

Assim, no tempo que a esferinha percorre 5 cm ao longo do eixo vertical, essa percorre dez vezes mais ao longo do eixo horizontal devido ao campo elétrico.

Conclusões gerais sobre o problema #2

O problema #2 tem um aspecto muito interessante no quesito *relevância das forças*. Nós escolhemos uma esferinha com muita massa para os parâmetros dos problemas. Geralmente essas esferinhas são muito mais leves. Isso significa que a aceleração devido ao campo elétrico seria ainda maior que a aceleração da gravidade e, consequentemente, a esferinha percorreria uma distância menor ao longo do eixo vertical – devido ao tempo muito mais curto com o qual a esfera realiza o deslocamento horizontal. Por isso, para parte dos problemas nós descartamos a interação gravitacional.

3) Considere uma esferinha de massa $m = 300g$ e carga $q = 20\mu C$ suspensa por um fio ideal (isto é, de massa desprezível e inextensível). Essa esferinha encontra-se no meio de um capacitor, como mostra a Fig. (3) abaixo. Cada placa do capacitor está carregada com uma carga Q>0, e cada uma produz um campo elétrico uniforme de módulo $E_p \vee 10^5\ N/C$. A esferinha encontra-se em repouso.
a) Desenhe as forças atuando na esferinha e o campo no ponto em que a bolinha se encontra. Qual o valor do campo naquele ponto?
b) Calcule o módulo da tração do fio.
c) O que aconteceria caso uma terceira placa de carga positiva Q fosse colocada no ponto C? Descreva qualitativamente o que ocorre.
d) Suponha que você possa controlar a intensidade do campo elétrico. O que aconteceria com a esferinha caso o campo elétrico fosse aumentado? Além disso, supondo $Q \gg q$ e que tanto a esfera quanto a placa agora são metálicas, o que ocorreria caso a esferinha encostasse na placa?

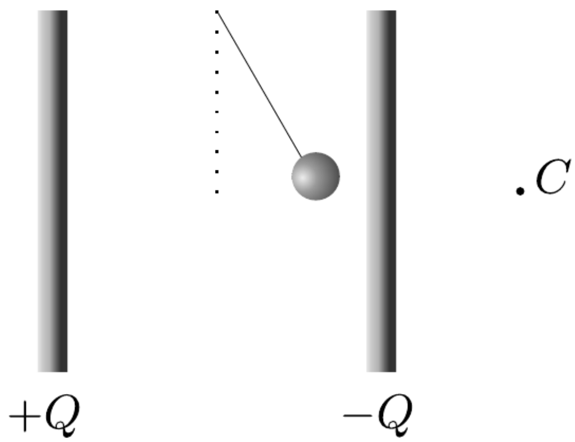

Fig. (3): Ilustração para o problema de uma esfera carregada na presença de um campo uniforme (entre as placas de um capacitor). A esferinha está sob a influência do campo elétrico, gravitacional e também a tração na corda que a está pendurando.

Solução:
a) Primeiramente, precisamos lembrar que: cargas positivas são fontes de campo elétrico, enquanto que cargas negativas são sorvedouros. Assim, entre as placas, o vetor campo elétrico uniforme está na direção horizontal e aponta da esquerda para a direita. Como a carga da esferinha é positiva, a força elétrica aponta no mesmo sentido do campo. Como a esferinha possui massa, nós temos a força peso apontando para baixo. Além disso, devido à presença do fio, também temos uma tração. Dessa maneira, o desenho das forças agindo sobre a esferinha e o campo nesta região do espaço (entre as placas) está ilustrado na Fig. (4).

Como na região entre as duas placas o campo gerado pelas placas com carga $+Q$ e $-Q$ aponta no mesmo sentido, o campo nesta região é $E = 2E_p$, e, portanto $|E| = 2.10^5 N/C$.

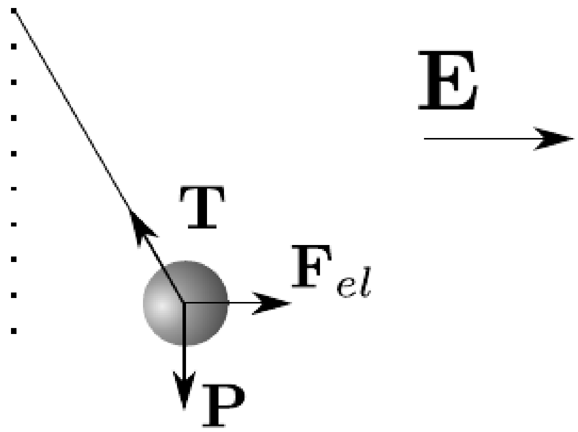

Fig. (4): Representação das forças atuando sobre a esferinha e a direção do campo elétrico.

b) Vamos primeiro escolher um eixo de coordenadas para decompor as forças. Uma escolha de eixos muito natural é o eixo x paralelo a F_{el} e o eixo y ao longo da direção vertical, como mostrado abaixo (nós também mostramos a decomposição da tração T em suas componentes T_x e T_y)

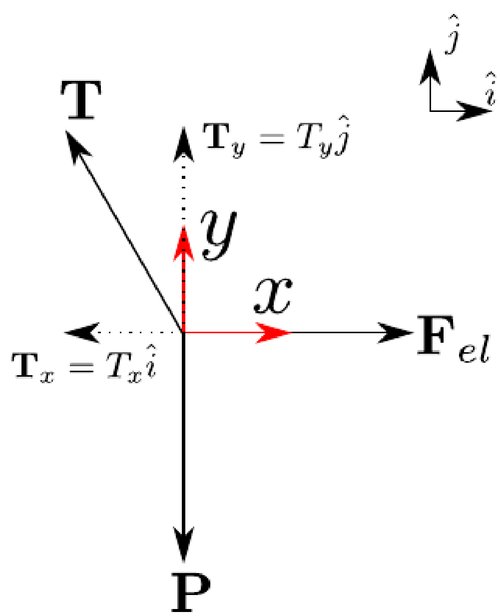

Fig. (5): Decomposição das forças no eixo cartesiano escolhido.

Como a esferinha está em repouso, o somatório das forças atuando sobre a esferinha é zero. Vetorialmente, isso significa que

$$F_{el} + P + T = 0$$

Pela nossa escolha de eixos, temos a seguinte decomposição para o peso e para a força elétrica:

$$P = -mg\,\hat{j}$$

$$F_{el} = 2qE_p\,\hat{\imath}\,,$$

onde E_p é o módulo do vetor campo elétrico gerado por cada placa, isto é $E_p = E_p\,\hat{\imath}$.

A tração possui componentes, *a priori* desconhecidas, $T = T_x\,\hat{\imath} + T_y\,\hat{\jmath}$, como mostrados na Fig. (5). Todavia, como a esferinha está em repouso, nós temos o cancelamento das forças, componente a componente:

$$T_x + 2qE_p = 0$$
$$T_y - mg = 0$$

Assim, como o vetor que representa a tração T e suas componentes formam um triângulo retângulo, é fácil achar o seu módulo!

$$|T| = \sqrt{{T_x}^2 + {T_y}^2}$$
$$= \sqrt{(2qE_p)^2 + (mg)^2}$$
$$= \sqrt{(2.20.10^{-6}.10^5)^2 + (0{,}3.10)^2}$$
$$= 5\ N\,.$$

Note que nós tivemos que utilizar que $1\mu C = 10^{-6}C$ e que $300g = 0{,}3kg$.

Uma outra maneira muito interessante, e mais simples, de resolver esse problema é a seguinte: nós sabemos que a soma das forças elétrica e peso atuando sobre a esferinha possui mesmo módulo e direção que a tração, mas sentido oposto (afinal, o corpo está em repouso). Nós representamos essa soma pela força $F' = F_{el} + P$ na Fig.(6) abaixo.

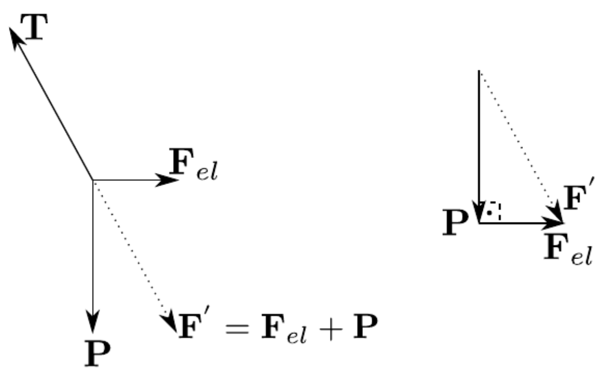

Fig. (6): Representação utilizada para discutir o problema de uma maneira mais simples. Como o sistema está em equilíbrio, o somatório de forças tem que ser zero. Assim, por relações trigonométricas podemos facilmente achar o módulo da tração.

Assim, nós vemos facilmente que podemos achar o módulo do vetor F':

$$|F'| = \sqrt{|F_{el}|^2 + |P|^2}$$
$$= \sqrt{(2qE_p)^2 + (mg)^2} = 5N$$

que é exatamente o que havíamos encontrado anteriormente!

c) A melhor maneira de entendermos o que acontece ao introduzirmos uma placa no ponto C é desenharmos as linhas de campo devido às três placas.

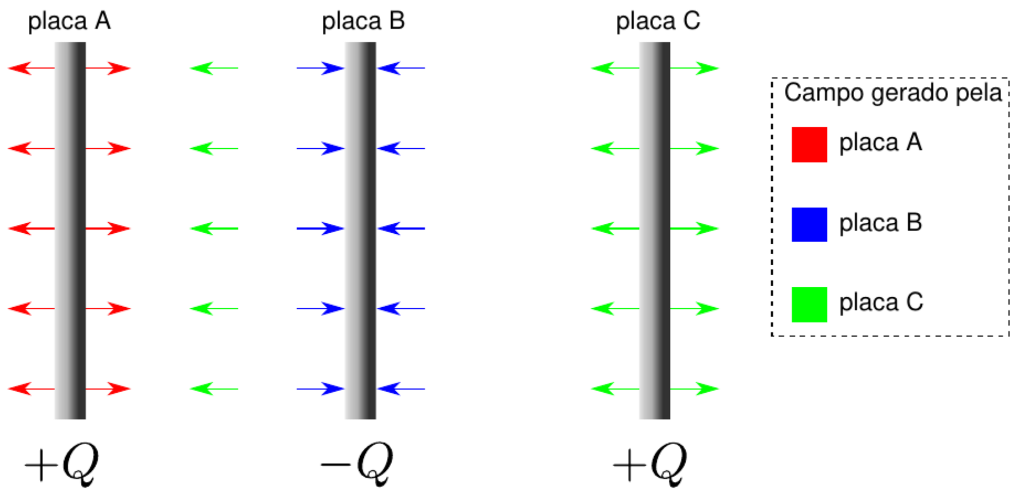

Fig. (7): Representação do vetor campo elétrico quando introduzimos uma terceira placa no ponto C. Na região entre as placas A e B representados os três vetores, com suas cores correspondentes.

Como os campos são uniformes em todo espaço, a intensidade do campo na região entre as placas A e B diminui. Com isso, agora temos $E = E_p$ em vez de $E = 2E_p$.
Com a diminuição do campo elétrico atuando sobre a esferinha, a força elétrica é menor e, consequentemente, a tração também é menor! Assim, a esferinha tende a se afastar da placa B.

d) Como vimos na questão acima, uma diminuição do campo elétrico faz com que a esferinha afaste-se da placa B (aproximando-se do centro entre as duas placas). Assim, se aumentarmos a intensidade do campo elétrico entre as placas, a esferinha aproximar-se-á da placa B. Caso a esferinha encoste na placa, ocorrerá um fluxo de elétrons da placa carregada negativamente para a esferinha positivamente carregada. No caso em que a placa tem muitos elétrons livres ($Q \gg q$), a placa B, essencialmente, neutraliza a esferinha positivamente carregada (com elétrons faltantes). Assim, com a esferinha essencialmente neutra, desprende-se da placa, e o campo elétrico não gera força sobre a bolinha (visto que ela não tem cargas livres) e a tração é contrabalanceada pela força peso.