

Módulo Divisibilidade

CrITÉrios de Divisibilidade

6º ano E.F.

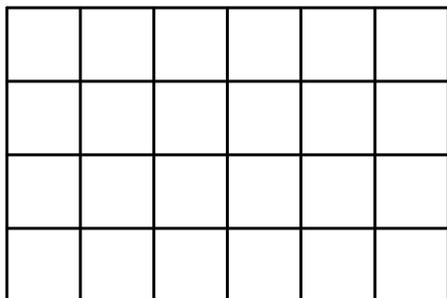
Professores Cleber Assis e Tiago Miranda



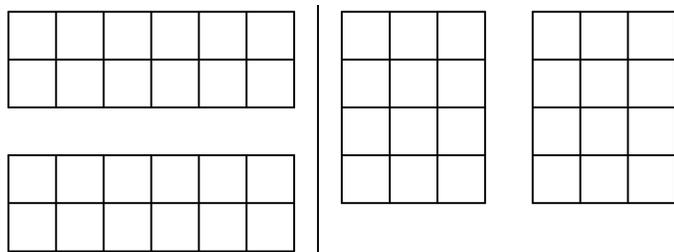
Divisibilidade
Crêterios de Divisibilidade

1 Exercícios Introdutórios

Exercício 1. O tablete de chocolate abaixo é composto por vários quadradinhos.



De quantas maneiras diferentes podemos dividir o tablete, de forma que cada parte tenha a mesma quantidade de quadradinhos? (As divisões abaixo são consideradas iguais, pois são duas partes com 12 quadradinhos em cada).



Exercício 2. Assinale a alternativa verdadeira.

- a) todo número divisível por 2 também   divisível por 4.
- b) todo número divisível por 8 também   divisível por 2.
- c) existe número ímpar que   divisível por 2.
- d) todo número cujo algarismo das unidades   3   divisível por 3.
- e) se a soma dos algarismos de um número   divisível por 7, então esse número   divisível por 7.

Exercício 3. Qual dos números abaixo   divisível por 5?

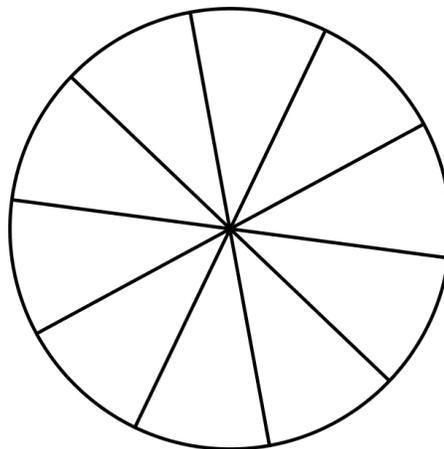
- a) 32.
- b) 33.
- c) 35.
- d) 36.
- e) 38.

Exercício 4. Qual dos números abaixo   divisível por 3

- a) 361.
- b) 364.

- c) 365.
- d) 368.
- e) 369.

Exercício 5. Marcos e seus amigos foram a uma pizzaria. Ao chegar a pizza, conforme a figura, eles perceberam que poderiam dividi-la igualmente sem que sobrasse pedaço.



Qual alternativa indica uma possível quantidade de pessoas que dividiram a pizza?

- a) 3.
- b) 4.
- c) 5.
- d) 6.
- e) 7.

Exercício 6. Determine o maior número de 3 algarismos que   divisível por 3 e por 4.

2 Exercícios de Fixa o

Exercício 7. No quadro abaixo, marque um X nas casas correspondentes aos divisores (que estão na linha superior) de cada número (que estão na coluna da esquerda).

Divisores	2	3	5	6	9
264					
315					
1461					
3258					

Exercício 8. Qual é o menor número de 4 algarismos múltiplo de 9?

Exercício 9. Qual o menor divisor primo do número 8281

Exercício 10. Quantos são os possíveis valores para A e B , para que $444A4B$ seja divisível por 9?

Exercício 11. Na entrada de um museu existe a seguinte placa.

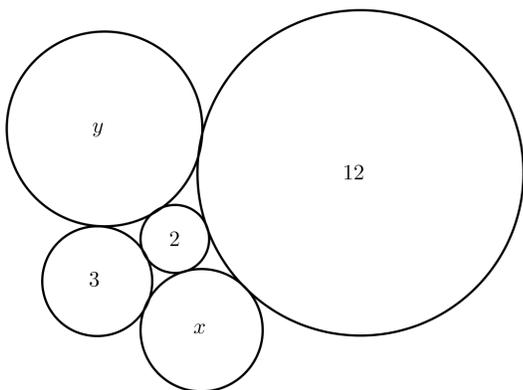
MUSEU NATURAL
Grupo de 3 pessoas: desconto de R\$4,00 por pessoa.
Grupo de 4 pessoas: desconto de R\$5,00 por pessoa.
Grupo de 5 pessoas: desconto de R\$6,00 por pessoa.

Martin vai visitar o museu com seus 31 colegas de sala. Qual o maior desconto que esta turma consegue sendo dividida em grupos?

Exercício 12. Substitua o X por um algarismo no número abaixo, para que este seja divisível por 2, 3 e 5.

45X

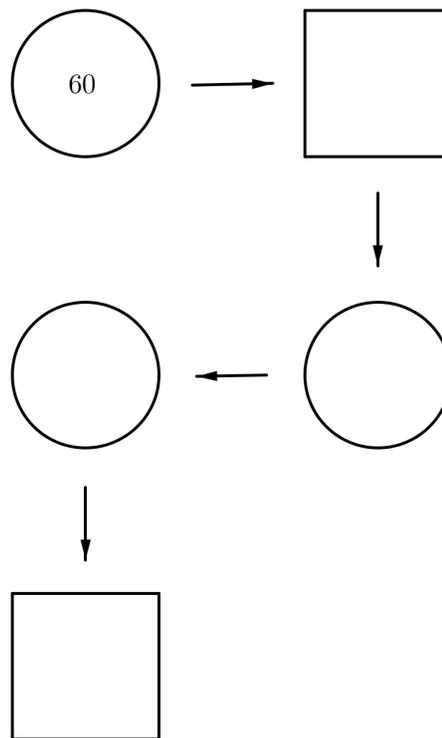
Exercício 13. Nas circunferências abaixo, estão escritos números que são divisores de um único número N . Quanto maior a circunferência, maior o divisor. Determine os valores de x e y , sabendo que 2, 3, x , y e 12 são os únicos divisores de N , menores ou iguais a 12.



Exercício 14. Um jogo consiste em preencher uma sequência de figuras geométricas com números naturais da seguinte maneira:

- I. se a figura for um círculo, a próxima figura deverá ser preenchida com o maior divisor do número que está no círculo, diferente do próprio número;
- II. se a figura for um quadrado, a próxima figura deverá ser preenchida com o maior múltiplo, menor que 100, deste número.

Preencha a figura abaixo seguindo as regras do jogo.



3 Exercícios de Aprofundamento e de Exames

Exercício 15. Um livro possui 100 páginas numeradas de 1 a 100. Camila leu somente as páginas com números múltiplos de 2, 3, 5 e 7. Quantas páginas ficaram sem ser lidas?

Exercício 16. Quantos números de 3 algarismos são pares, múltiplos de 11 e divisíveis por 13 existem?

Exercício 17. Chamamos de ano bissexto os anos que são divisíveis por 4 e, terminando em dois zeros, também devem ser divisíveis por 100. Por exemplo, 2000 e 2016 são bissextos, mas 2017 e 2100, não são. Quantos serão os anos bissextos no terceiro milênio?

Exercício 18. Uma escola tem 100 alunos e 100 armários numerados de 1 a 100. Inicialmente, todos os armários estão fechados. O primeiro aluno passa e abre todos os armários; o segundo passa e fecha todos os pares; o terceiro passa e muda a posição de todos os múltiplos de 3, ou seja, os que estão abertos ele fecha e os que estão fechados ele abre; o quarto aluno muda a posição de todos os armários que são múltiplos de 4; e assim por diante até o centésimo aluno, que muda a posição dos armários múltiplos de 100. Depois da passagem de todos os alunos, quantos armários ficam fechados?

Exercício 19. O menor número natural que devemos subtrair de 12.272, de modo que o resultado seja divisível por 9 e por 11 ao mesmo tempo:

- a) é menor do que 20.
- b) está entre 20 e 40.
- c) está entre 40 e 60.

d) está entre 60 e 80.

e) é maior do que 80.

Exercício 20. Cinco amigas ganham um pacote de balas e começam a dividir: uma para Alice, uma para Bia, uma para Carla, uma para Dani e uma para Esmeralda; novamente uma para Alice, uma para Bia, uma para Carla, uma para Dani e uma para Esmeralda; e assim por diante até que termine as 1.786 balas que haviam no pacote. Qual das cinco meninas recebeu a última bala?

a) Alice.

b) Bia.

c) Carla.

d) Dani.

e) Esmeralda.

Respostas e Soluções.

1. São 24 quadradinhos. Como os divisores de 24, diferentes de 1 (pois o chocolate deve ser dividido), são 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24, ou seja, o tablete de chocolate poderá ser dividido de 7 maneiras diferentes.

2. B.

3. Um número é divisível por 5 quando o algarismo das unidades é 0 ou 5. Resposta C.

4. Um número é divisível por 3 quando a soma dos seus algarismos é divisível por 3, por exemplo $3 + 6 + 9 = 18$, que é divisível por 3, portanto 369 também é divisível por 3. Resposta E.

5. Como são 10 pedaços, é possível dividir igualmente a pizza, sem que sobre pedaços, em 2, 5 ou 10 pessoas. Resposta C.

6. Como 3 e 4 são primos entre si, um número é divisível por 3 e 4 se for divisível por 12. Dividindo 999 por 12, encontramos resto 3, então o maior número de 3 algarismos divisível por 3 e 4 é $999 - 3 = 996$.

7.

Divisores	2	3	5	6	9
264	X	X		X	
315		X	X		X
1461		X			
3258	X	X		X	X

8. Na divisão de 1000, menor número de quatro algarismos, por 9, obtemos resto 1. Assim, o menor número de quatro algarismos é $1000 - (9 - 1) = 1008$.

9. Como 8281 não é par, não é divisível por 2; como a soma dos algarismos não é divisível por 3, não é divisível por 3; como não termina em 0 ou 5, não é divisível por 5; na divisão por 7 deixa resto 0, ou seja, o menor divisor primo é 7.

10. Um número é divisível por 9 se a soma de seus algarismos é divisível por 9. Então, $4 + 4 + 4 + A + 4 + B$ deve ser divisível por 9, ou seja, deve ser igual a 18 ou 27 e $A + B$ deve ser igual a 2 ou 11. No primeiro caso são 3 possibilidades para (A, B) , $(0, 2)$, $(1, 1)$, $(2, 0)$. No segundo caso, $(2, 9)$, $(3, 8)$, \dots , $(9, 2)$, ou seja, 8 possibilidades. Portanto, são $3 + 8 = 11$ possibilidades de pares (A, B) para o problema.

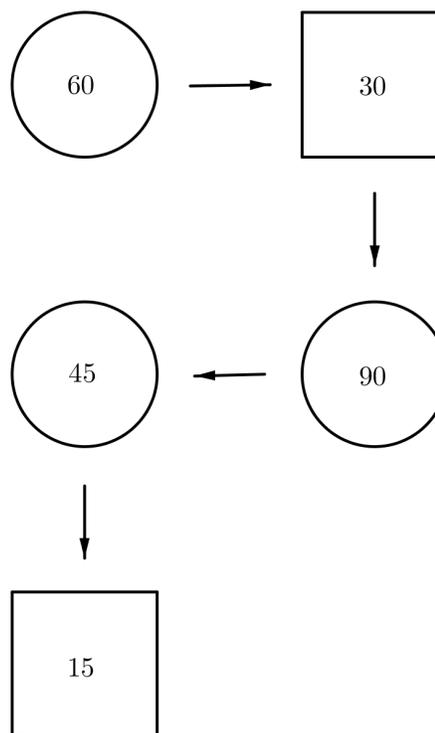
11. Pela promoção, vemos que o maior desconto por pessoa é para grupos de 5 pessoas, depois para grupos de 4 pessoas e, por último, para grupos de 3 pessoas. A quantidade máxima de grupos com 5 pessoas que conseguimos formar é 6, sendo o desconto igual a $30 \cdot 6 = 180$ reais. Mas se fizermos apenas 5 grupos de 5, mais um grupo de 4 e um grupo de 3,

conseguiremos um desconto de $25 \cdot 6 + 4 \cdot 5 + 3 \cdot 4 = 150 + 20 + 12 = 182$ reais, que é o maior desconto possível, pois qualquer rearranjo de grupos, levaríamos a uma quantidade menor de grupos de 5 pessoas, o que ia gerar um desconto menor.

12. Para que o número seja divisível por 2 e 5, ele deve ser divisível por 10, ou seja, terminar em zero. Como $4 + 5 + 0 = 9$, que é divisível por 3, o valor de X é zero.

13. Se 12 é divisor de N , então os divisores de 12 também são divisores de N . Como os divisores de 12 são 1, 2, 3, 4, 6 e 12, temos $x = 4$ e $y = 6$, já que não existe circunferência menor que a circunferência que possui o número 2 para colocarmos o 1.

14.



15. Camila não leu a página 1, pois não é múltiplo de nenhum dos números citados. Além disso, as páginas com todos os primos maiores que 7 ficaram sem ser lidas, que são 21. O menor número composto que não é divisível por 2, 3, 5 ou 7 é $11 \cdot 11 = 121$. Assim, Camila deixou de ler apenas $1 + 21 = 22$ páginas.

16. Para que seja múltiplo de 11 e de 13, um número deve ser múltiplo de $11 \cdot 13 = 143$, pois 11 e 13 são primos entre si. Então, os múltiplos de 143 de 3 algarismos são 143, 286, 429, 572, 715 e 858, porém apenas 3 são pares.

17. O terceiro milênio começou em 2001 e terminará em 2999. Neste intervalo, o primeiro múltiplo de 4 é 2004, que é $4 \cdot 501$, e o último é 2996, que é $4 \cdot 749$, ou seja, são $749 - 501 + 1 = 249$ múltiplos de 4. Mas destes, os que terminam em dois zeros e não são múltiplos de 400 não são bissextos, que são 2100, 2200, 2300, 2500, 2600, 2700 e 2900. Portanto, no terceiro milênio teremos $249 - 7 = 242$ anos bissextos.

18. Os armários que ficam abertos são aqueles com números que possuem uma quantidade ímpar de divisores e isso só acontece com os números que são quadrados perfeitos. De 1 a 100, temos 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 e 100, que são quadrados perfeitos, ou seja, são 10 quadrados perfeitos. Portanto, o número de armários que ficam fechados é $100 - 10 = 90$.

19. (Extraído do Colégio Militar do Rio de Janeiro - 2015) Como 9 e 11 são primos entre si, se um número é divisível por ambos, então deve ser divisível por $9 \cdot 11 = 99$ também. Dividindo 12.272 por 99, obtemos resto 95, isto significa que o menor número natural que devemos subtrair de 12.272, para que este seja divisível por 9 e 11, é 95. Resposta E.

20. Alice recebeu as balas de número 1, 6, 11, 16, 21, e assim por diante, ou seja, ela recebeu todas as balas com números que na divisão por 5 deixam resto 1. Como 1.786 dividido por 5 deixa resto 1, a última bala coube a Alice. Resposta A.