Exercícios – Módulo Eletrostática II

Campo Elétrico

Terceiro Ano do Ensino Médio

Autor: Vinicius Henning

Revisor: Lucas Lima

Portal da Física OBMEP

1. **Exercícios resolvidos sobre campo elétrico**

1) Considere duas cargas $q_1 = q_2 = 0{,}5\mu C = 0{,}5.10^{-6}C$ que estão separadas por uma distância $d = 30cm$. Considere um ponto P tal que a posição das cargas e o ponto P formem um triângulo equilátero, como ilustrado na Fig. (1).
a) Desenhe e calcule o campo elétrico gerado pelas duas cargas no ponto P.
b) Desenhe as linhas de campo para o problema acima. Existe algum ponto de campo nulo?
c) Descreva **qualitativamente** o campo elétrico sobre o ponto onde o campo era nulo, caso tenhamos agora $q_2 > q_1$.

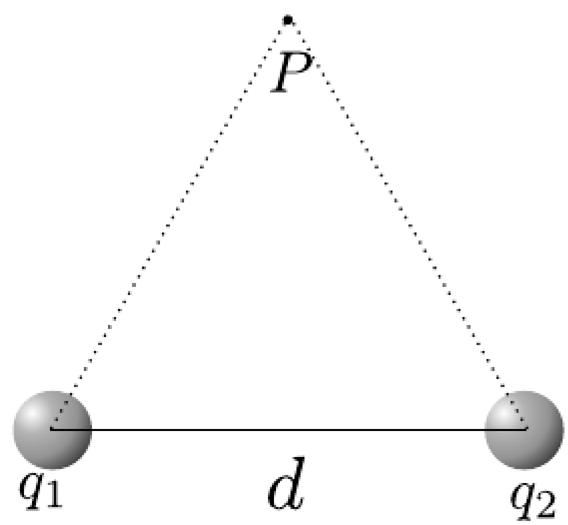

Fig. (1): Ilustração das esferas carregadas e o ponto P, formando um triângulo equilátero.

Solução:
a) Sabemos que o campo elétrico no ponto P vai ser dado pela soma dos campos elétricos gerados pela carga q_1 e pela carga q_2 neste ponto. Nós sabemos que o campo elétrico da carga pontual dá-se ao longo da reta suporte que une a carga e o ponto de interesse. Além disso, como a carga positiva é **fonte** de campo elétrico, as linhas de campo apontam da carga para o ponto. Assim, nós temos a seguinte situação (Fig. (2.a)).

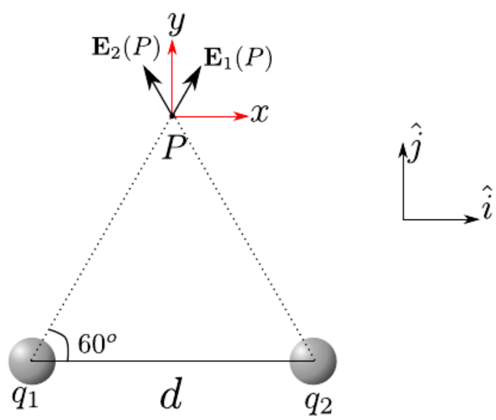

Fig. (2.a)

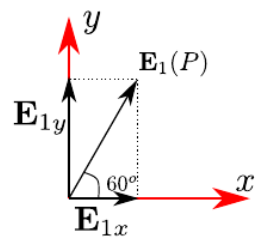

Fig. (2.b)

Fig. (2): À esquerda, Fig.(2.a), estão representados os campos gerados pelas esferas carregadas. À direita, Fig.(2.b), representamos as componentes do campo elétrico gerado pela carga q_1.

Primeiramente, vamos utilizar o sistema de coordenadas escolhido e vamos calcular o campo elétrico gerado pela carga q_1, Fig. (2.b). O vetor campo elétrico no ponto P é gerado pela soma vetorial das suas componentes

$$\begin{aligned} E_1(P) &= E_{1x} + E_{1y} \\ &= E_{1x}\hat{\imath} + E_{1y}\hat{\jmath} \end{aligned}$$

Pela relação do triângulo retângulo representado na Fig. (2.b) é fácil vermos que

$$E_{1x} = |E_1(P)|\ \cos 60° = \frac{kq_1}{d^2}\frac{1}{2} = \frac{(9.10^9)(0{,}5.10^{-6})}{(3.10^{-1})^2}\frac{1}{2} N/C = 25\ kN/C$$

$$E_{1y} = |E_1(P)|\ \sin 60° = \frac{kq_1}{d^2}\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{(9.10^9)(0{,}5.10^{-6})}{(3.10^{-1})^2}\frac{\sqrt{3}}{2} N/C = 25.\sqrt{3}\ kN/C$$

Como os campos gerados por q_1 e q_2 no ponto P são iguais em módulo, e ambas as cargas são positivas, a única diferença entre $E_1(P)$ e $E_2(P)$ é que a componente x de $E_2(P)$ é negativa (olhe novamente a Fig. (2.a)). Assim, inferimos que:

$$E_{2x} = -25\, kN/C$$
$$E_{2y} = 25.\sqrt{3}\, kN/C$$

Assim, inferimos que o campo total dá-se ao longo do eixo y

$$E_{Total}(P) = E_1(P) + E_2(P) = 50.\sqrt{3}\, kN/C\, \hat{\jmath}$$

b) Para tal, vamos considerar três pontos ao longo da mesma linha horizontal para vermos o campo em diferentes pontos. Nesses três pontos, P_1, P_2 e P_3, nós desenhamos os campos gerados pela esfera de carga q_1 (em azul) e o campo gerado pela carga q_2 (em vermelho). O campo resultante em cada ponto é desenhado em preto (Fig. (3.a)). Como o campo é tangente às linhas de campo em cada ponto, nós podemos extrapolar o raciocínio utilizado para diferentes pontos no espaço e obtemos as linhas de campo mostradas na Fig. (3.b).

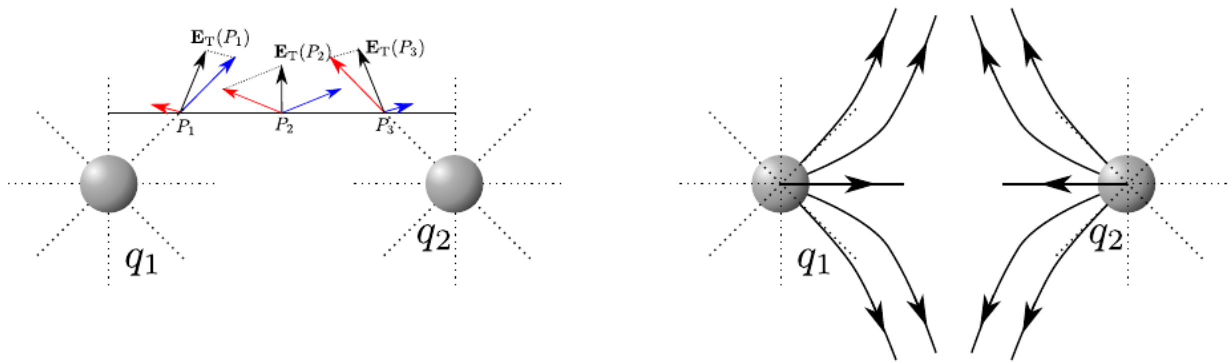

Fig. (3.a) Fig. (3.b)

Fig. (3): À esquerda, Fig.(3.a), estão representados os campos elétricos em três pontos diferentes. À direita, Fig.(3.b), representamos as linhas de campo elétrico.

Pelo desenho da Fig. (3.b), é fácil observar que as linhas de campo mostram campos em sentidos opostos apenas sobre a reta que une as duas cargas. Assim, ocorre um cancelamento nessa região. Como as cargas possuem mesmo módulo, o ponto de campo zero é no ponto médio entre as duas cargas.

c) Caso a carga q_2 fosse maior que a carga q_1, o campo no ponto médio não seria mais nulo, visto que o campo gerado pela carga q_2 seria mais intenso naquele ponto que o da carga q_1. Assim, no ponto médio teríamos um campo elétrico resultante apontando da direita para a esquerda. Logo, o ponto onde o campo resultante é nulo encontra-se entre a carga q_1 e o ponto médio entre as cargas q_1 e q_2, isto é, encontra-se um pouco mais próximo da carga q_1.

2) Considere quatro cargas dispostas nos vértices de um quadrado $ABCD$ de lado l. As cargas sobre os vértices Ae B são cargas positivas de valor $q_A = q_B = q$, e as cargas sobre os vértices Ce D são negativas de valor $q_C = q_D = -q$, como mostrado na Fig. (4) abaixo.

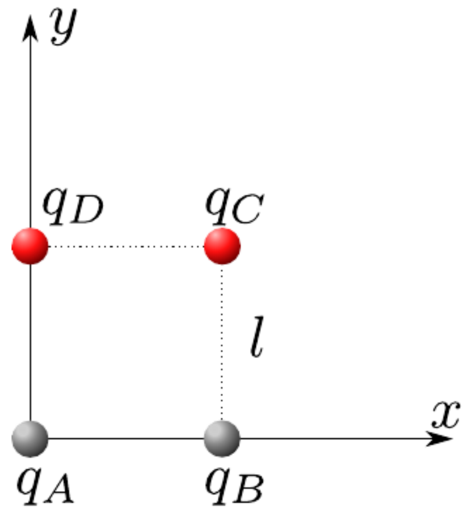

Fig. (4): Representamos quatro cargas posicionadas sobre os vértices de um quadrado. Note que as cargas representadas em vermelho são negativas e em cinza são positivas.

a) Desenhe os campos gerados pelas cargas q_A e q_B no centro do quadrado. Faça, geometricamente, a soma dos vetores e calcule o campo elétrico resultante.
b) Desenhe os campos gerados pelas cargas q_C e q_D no centro do quadrado. Qual o campo resultante gerado por essas cargas no centro do quadrado? Tente responder essa questão sem fazer contas.

Solução:
a) Como nós sabemos, o campo elétrico das cargas puntiformes dão-se ao longo da linha radial que une a carga ao ponto de interesse. Como q_A e q_B são positivas, essas são fontes de campo elétrico. Logo, as linhas de campo **saem** dessas cargas. A representação dos campos elétricos gerados por tais linhas está abaixo. O vetor resultante da soma de E_A e E_B é dado por E_{Res} e é desenhado em vermelho, na Fig. (5) abaixo. A soma vetorial é obitda pela regra do paralelogramo:

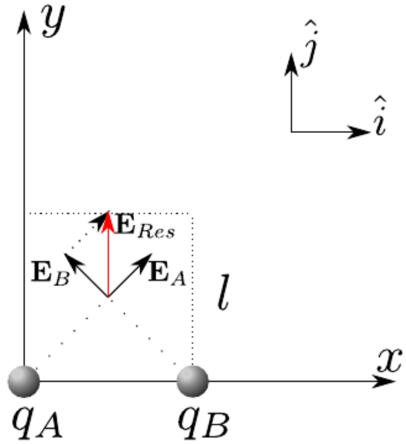

Fig. (5): Em vermelho representamos o campo gerado apenas pelas cargas q_A e q_B.

O ponto onde queremos calcular o campo (o centro do quadrado) é um ponto de simetria do problema. Assim, antes de começarmos os cálculos, é conveniente analisarmos as simplificações que podem ocorrer. Pela escolha de eixos adotada, é fácil perceber que ocorrerá um cancelamento das componentes x, devido ao fato de o eixo x ser paralelo à reta que une as duas cargas, e pelo fato de as cargas terem o mesmo módulo. Assim, concluímos que o campo dar-se-á somente ao longo do eixo y.
Vamos agora analisar o campo gerado pela carga q_A no ponto de interesse, representado na figura abaixo

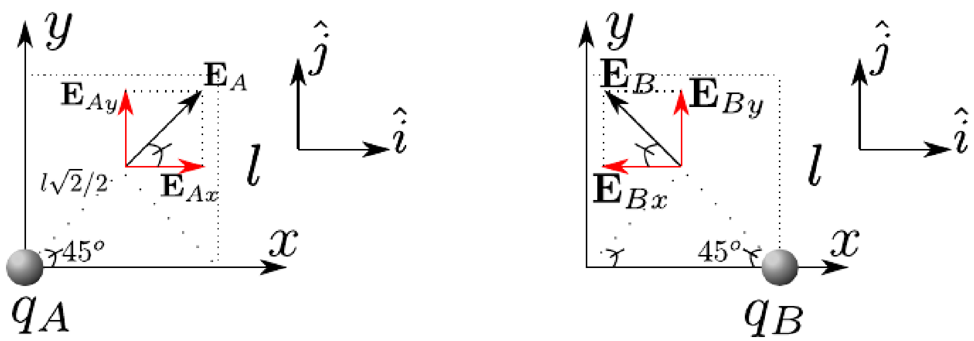

Fig. (6.A) Fig. (6.B)

Fig. (6): À esquerda, Fig.(6.a), está representado o campo elétrico gerado pela carga q_A. À direita, Fig.(6.b), representamos o campo elétrico gerado pela carga q_B.

Primeiramente, a distância entre a carga e o centro é $d = l\sqrt{2}/2$. Definindo o centro do quadrado como sendo o ponto P, nós temos que campo e suas componentes em P são dados por:

$$E_A(P) = E_{Ax}(P) + E_{Ay}(P)$$

$$E_{Ax} = |E_A(P)|\, cos\,(45)\,\hat{\imath} = \frac{kq\sqrt{2}}{l^2}\hat{\imath}$$

$$E_{Ay} = |E_A(P)|\, sin\,(45)\,\hat{\jmath} = \frac{kq\sqrt{2}}{l^2}\hat{\jmath}$$

O campo $E_B(P)$, possui uma decomposição semelhante à do campo E_A(P), todavia, sua componente x é negativa, como mostra a Fig. (6.B) acima. Assim,

$$E_B(P) = E_{Bx}(P) + E_{By}(P)$$

$$E_{Bx} = |E_B(P)|\, cos\,(45)(-\,\hat{\imath}) = -\frac{kq\sqrt{2}}{l^2}\hat{\imath}$$

$$E_{By} = |E_B(P)|\, sin\,(45)\,\hat{\jmath} = \frac{kq\sqrt{2}}{l^2}\hat{\jmath}$$

Assim, de acordo com a discussão acima, nós vemos que de fato as componentes ao longo do eixo x anulam-se, e a resultante dá-se ao longo do eixo y. Assim, somando os dois campos, o campo elétrico resultante **devido às cargas q_A e q_B é**

$$E_{AB}(P) = E_A + E_B = \frac{2kq\sqrt{2}}{l^2}\hat{\jmath}$$

b) Semelhante ao que fizemos na letra (a), o campo dá-se ao longo da linha que une o centro do quadrado e as cargas. Todavia, dessa vez as cargas são negativas; assim, o campo associado a cada carga aponta do ponto para a carga (pois cargas negativas são sorvedouros de campo elétrico!). A soma é dada pela soma vetorial dos dois campos. Pelo fato de as cargas negativas estarem nos vértices do quadrado e terem o mesmo módulo que as cargas positivas que calculamos anteriormente, o campo gerado por elas terá o mesmo módulo que calculado na letra (a). Pela disposição das cargas, vemos que, nesse caso, não só o módulo, mas o sentido e direção também são os mesmos. Assim, o campo resultante gerado pelas cargas q_C e q_D no ponto P é dado por

$$E_{CD}(P) = E_C(P) + E_D(P) = \frac{2kq\sqrt{2}}{l^2}\hat{\jmath},$$

como ilustrado na figura Fig.(7) abaixo:

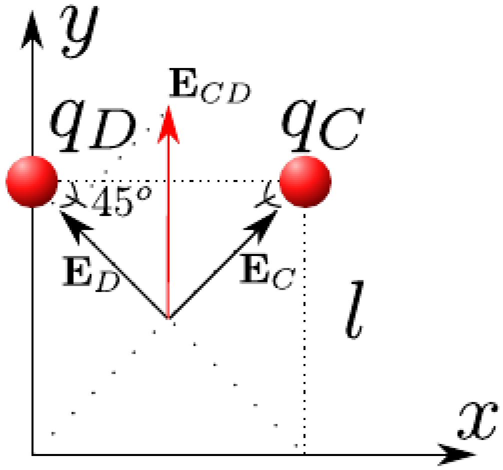

Fig. (7): Campo gerado apenas pelas cargas negativas.

Nota: Você é capaz de inferir o que aconteceria caso q_C e q_D também fossem positivas? Apenas olhando o desenho, nós sabemos que os vetores teriam o mesmo módulo e direção, mas sentidos contrários. Assim, o vetor resultante apontaria no sentido de y negativo. Logo, o centro do quadrado seria um ponto de campo nulo no problema, visto que q_A e q_B seriam responsáveis por gerar um campo resultante orientado no sentido positivo de y, enquanto que q_C e q_D seriam responsáveis por gerar um campo resultante orientado no sentido negativo. Como o ponto P é um ponto equidistante para todas as quatro cargas, o campo anula-se.