

# **Caderno de exercícios – Óptica Geométrica I**

## **Reflexão da luz, espelhos planos e suas propriedades**

**Segundo Ano do Ensino Médio**

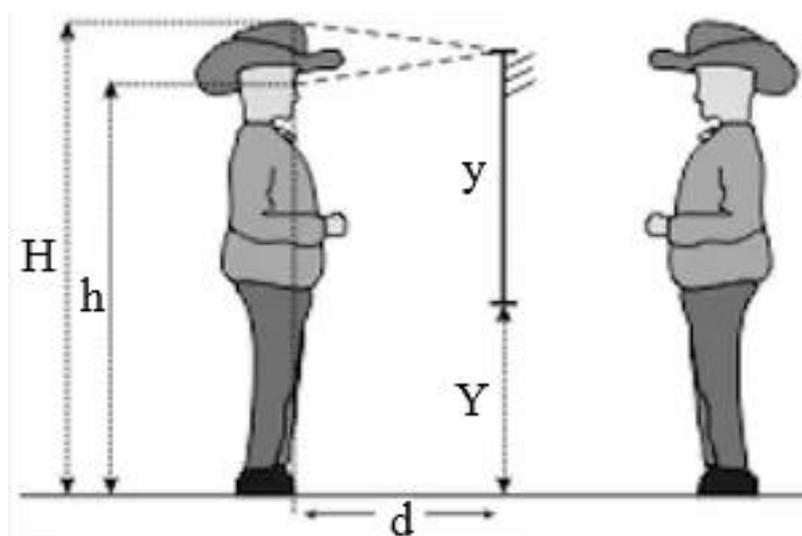
**Autor: Thales Azevedo**

**Revisor: Lucas Lima**



**Portal  
da Física  
OBMEP**

- 1) (Fuvest – SP) Um rapaz com chapéu observa sua imagem em um espelho plano e vertical. O espelho tem o tamanho mínimo necessário,  $y = 1,0$  m, para que o rapaz, a uma distância  $d = 0,5$  m, veja a sua imagem do topo do chapéu à ponta dos pés. A distância de seus olhos ao piso horizontal é  $h = 1,60$  m. A figura da página de resposta [apresentada abaixo] ilustra essa situação e, em linha tracejada, mostra o percurso do raio de luz relativo à formação da imagem do ponto mais alto do chapéu.



- Desenhe, na figura da página de resposta, o percurso do raio de luz relativo à formação da imagem da ponta dos pés do rapaz.
- Determine a altura  $H$  do topo do chapéu ao chão.
- Determine a distância  $Y$  da base do espelho ao chão.
- Quais os novos valores do tamanho mínimo do espelho ( $y'$ ) e da distância da base do espelho ao chão ( $Y'$ ) para que o rapaz veja sua imagem do topo do chapéu à ponta dos pés, quando se afasta para uma distância  $d'$ , igual a 1 m do espelho?

NOTE E ADOTE:

O topo do chapéu, os olhos e a ponta dos pés do rapaz estão em uma mesma linha vertical.

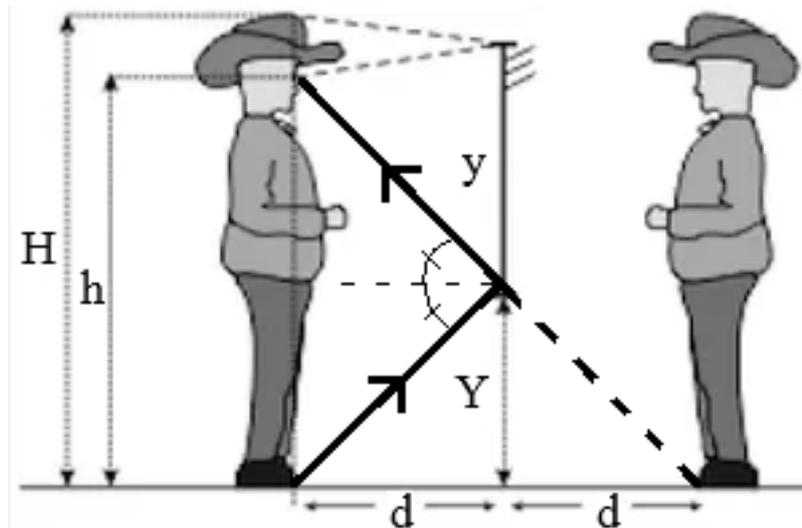
**Solução:** Esta é uma questão discursiva que aborda as leis da reflexão aplicadas a um espelho plano, assuntos que foram discutidos na aula 06. Para resolvê-la, precisamos nos lembrar de que o ângulo de incidência (aquele que o raio incidente faz com a reta normal à superfície refletora) é igual ao ângulo de reflexão (idem, para o raio refletido), ou seja,

$$\theta_i = \theta_r,$$

e de que a distância de um ponto luminoso até o espelho plano é igual à distância da sua imagem até o espelho, ou seja,

$$d_o = d_l.$$

**Item a)** Para desenhar o percurso do raio de luz que parte da ponta do pé do rapaz, é refletido no espelho e, então, é detectado pelos seus olhos. Note que, de acordo com o enunciado da questão, o espelho possui o tamanho mínimo necessário para que, na situação representada na figura fornecida, o rapaz consiga ver sua imagem por inteiro, do topo do chapéu à ponta do pé. Isso implica que o raio de luz em questão deve atingir o espelho na sua extremidade inferior. Observe também que, do ponto de vista do rapaz, é como se o raio de luz viesse da imagem. Portanto, o desenho solicitado fica assim:



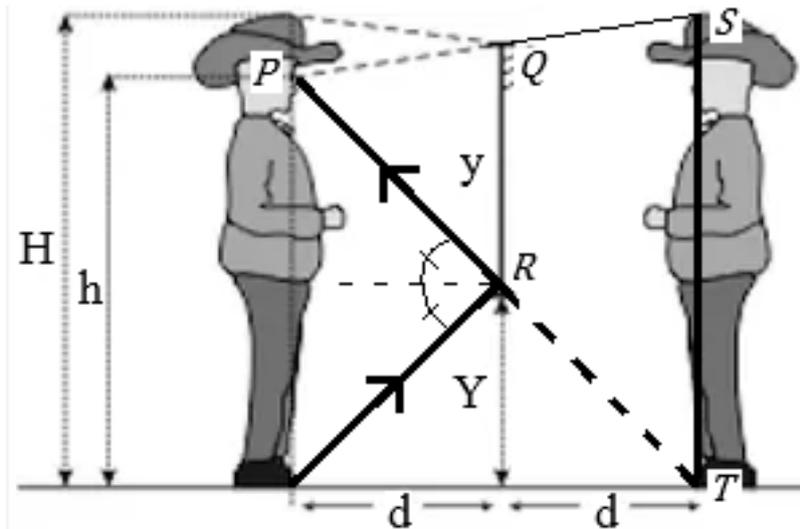
**Item b)** Desenhando, na figura acima, o prolongamento do raio de luz relativo à formação da imagem do topo do chapéu, ficamos com dois triângulos,  $PQR$  e  $PST$ , que são semelhantes (veja a figura na próxima página). Portanto, a razão entre suas bases tem que ser igual à razão entre suas alturas, ou seja,

$$\frac{QR}{ST} = \frac{d}{2d}$$

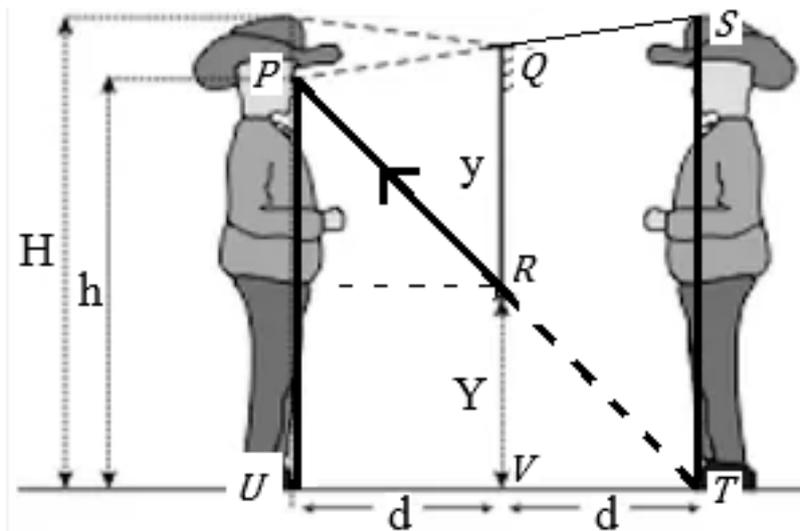
$$\frac{y}{H} = \frac{1}{2}$$

$$H = 2y,$$

onde usamos que  $ST = H$ , uma vez que a imagem é simétrica ao objeto. Como, de acordo com o enunciado,  $y = 1,0m$ , concluímos que  $H = 2,0m$ .



**Item c)** Definindo os pontos  $U$  e  $V$  como na figura abaixo (onde omitimos parte do raio de luz relativo à formação da imagem da ponta do pé, para facilitar a visualização),



temos agora que os triângulos  $RTV$  e  $PTU$  são semelhantes. Logo,

$$\frac{RV}{PU} = \frac{d}{2d}$$

$$\frac{Y}{h} = \frac{1}{2}$$

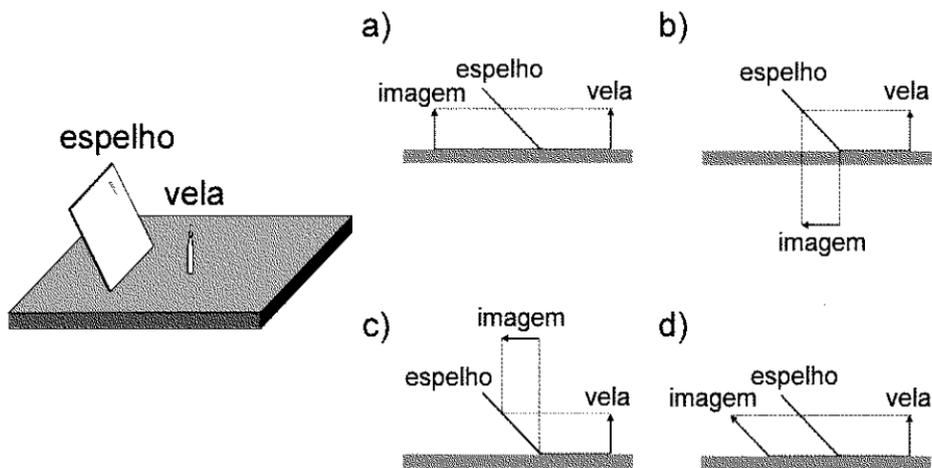
$$Y = \frac{h}{2}$$

Mas, segundo o enunciado,  $h = 1,60m$ , donde  $Y = 0,80m$ .

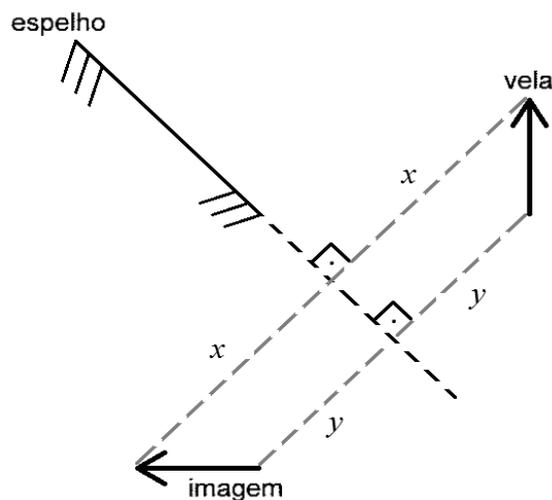
**Item d)** Conforme vimos nas soluções dos itens anteriores, o tamanho mínimo do espelho e a distância da base do espelho ao chão não dependem da distância do rapaz ao espelho

(denotada por  $d$ ), que acaba sendo cancelada nos cálculos envolvendo semelhança de triângulos. Portanto,  $y' = y = 1,0m$  e  $Y' = Y = 0,80m$ .

- 2) (UFMG) Uma vela está sobre uma mesa, na frente de um espelho plano, inclinado, como representado na figura a seguir. Assinale a alternativa cujo diagrama representa corretamente a formação da imagem do objeto, nessa situação.

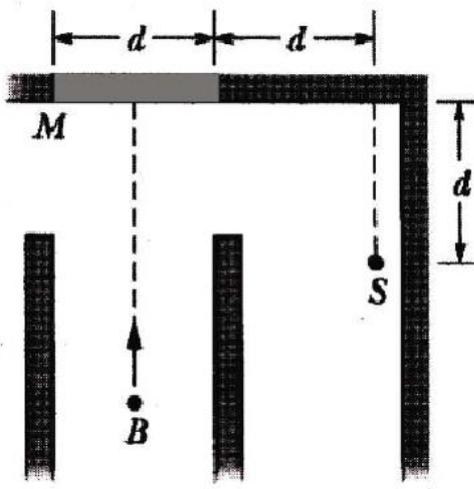


**Solução:** Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda a formação da imagem de um objeto extenso em um espelho plano, como visto na aula 7. Sabemos que o objeto (neste caso, a vela) é formado por um conjunto de pontos, e que a distância de cada um desses pontos até o plano do espelho é igual à distância da sua imagem até o mesmo plano. Nesse caso, basta considerarmos as imagens das extremidades da vela. Além disso, sabemos que a imagem gerada pelo espelho plano é virtual, o que nesse caso implica que ela deve estar localizada atrás do plano do espelho. A figura abaixo ilustra essas ideias.

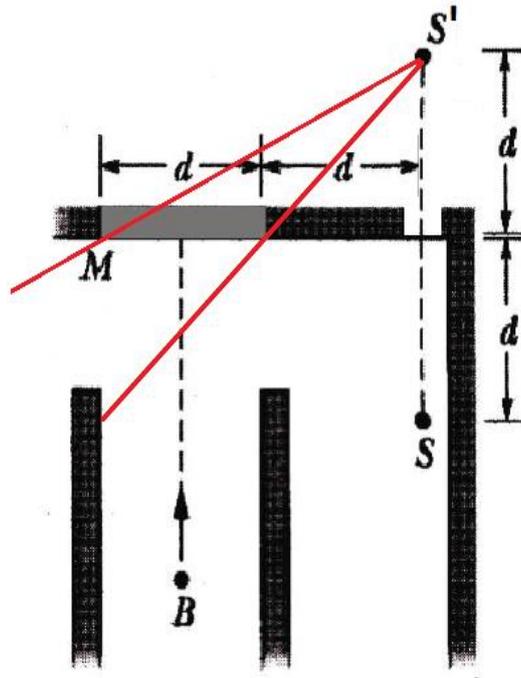


Portanto, a representação correta da imagem é aquela contida na alternativa **b)**. Note que não é necessário que o espelho estenda-se até a região entre o objeto e sua imagem para haver a formação de imagem. O tamanho do espelho só irá influenciar a região onde de fato podemos enxergar a imagem.

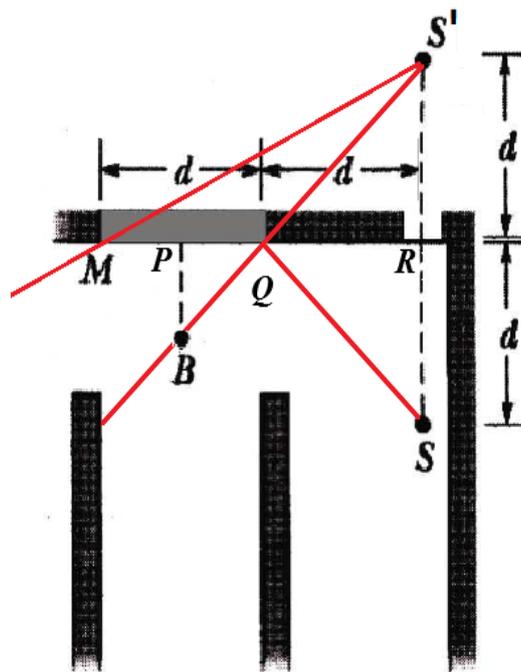
- 3) A figura mostra a vista superior de um corredor, com um espelho  $M$  montado em uma de suas extremidades. Um ladrão  $B$  esgueira-se em direção ao centro do espelho. Se  $d = 1,6$  m, a que distância o ladrão estará do espelho no momento em que for avistado pelo vigia  $S$ ?



**Solução:** Esta é uma questão discursiva que aborda o conceito de campo visual de um espelho plano. Para resolvê-la, precisamos determinar o campo visual do espelho  $M$ , como observado pelo vigia  $S$ . Para tanto, o primeiro passo é considerar o ponto imagem de  $S$ , que chamaremos de  $S'$ . Em seguida, traçamos as retas tangentes ao espelho  $M$  que passam por  $S'$ , como mostra a figura abaixo.



O vigia  $S$  avistará o ladrão  $B$  assim que esse cruzar a linha vermelha inferior, ou seja, assim que o ladrão adentrar o campo visual do espelho plano. A próxima figura ilustra essa situação.



Definindo os pontos  $P$ ,  $Q$  e  $R$  como na figura acima, as leis da reflexão implicam que os triângulos  $RSQ$  e  $BPQ$  são semelhantes. Logo,

$$\frac{PB}{RS} = \frac{PQ}{QR}$$

De acordo com o enunciado, o ladrão move-se em direção ao centro do espelho. Portanto, o ponto que chamamos de  $P$  corresponde ao ponto médio do espelho, o que por sua vez implica que  $PQ = \frac{d}{2}$ . Combinando essa informação com a equação acima, obtemos

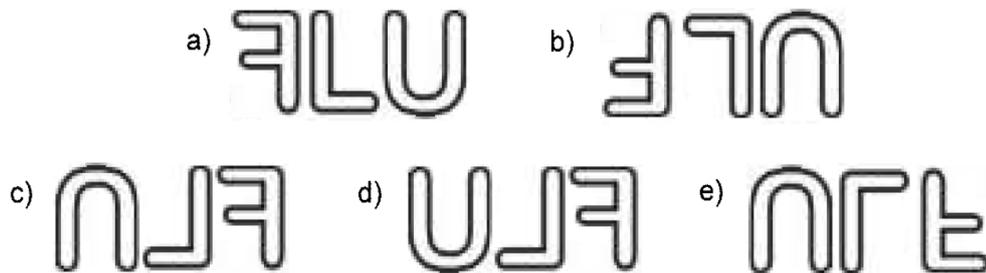
$$PB = \frac{PQ}{QR}RS = \frac{1}{2}d,$$

onde usamos que  $QR = RS = d$ . Mas, segundo o enunciado,  $d = 1,60m$ , donde  $PB = 0,80m$ , ou seja, o ladrão estará a 80 cm do espelho no momento em que for avistado pelo vigia  $S$ .

4) (CEDERJ) Na frente da camisa de um torcedor de futebol você vê a sigla

FLU

Se o próprio torcedor olhar sua imagem em um espelho plano, na frente de sua camisa ele verá:



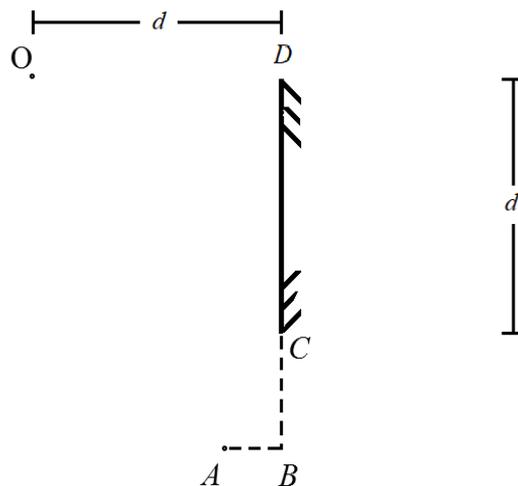
**Solução:** Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda a formação da imagem de um objeto extenso em um espelho plano, discutida na aula 7. Vimos que a imagem gerada pelo espelho plano possui as seguintes características:

- Virtual;
- Direita;
- Normal;
- Enantiomorfa.

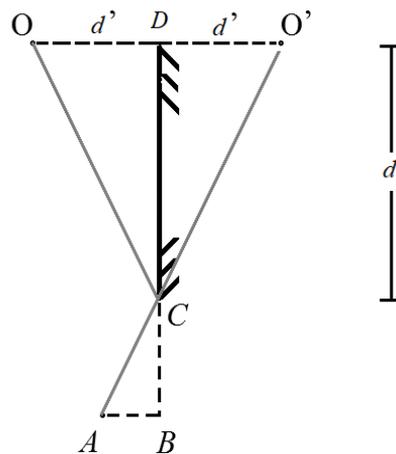
Logo, sabemos que a imagem formada terá o mesmo tamanho do objeto (por ser normal) e não aparecerá “de cabeça para baixo” (por ser direita). Além disso, por ser enantiomorfa, causa a impressão de ter os lados direito e esquerdo trocados em relação ao objeto.

Portanto, a melhor representação da imagem é aquela contida na alternativa **d**).

- 5) Considere a figura abaixo. Nela está representado um observador  $O$ , que se encontra a uma distância  $d$  da extremidade  $D$  de um espelho plano, de modo que o segmento  $OD$  é perpendicular ao plano do espelho, cujo comprimento mede  $d$ . Nessas circunstâncias, o observador não é capaz de ver a imagem do ponto  $A$ , que dista 30 cm do plano do espelho e 50 cm da sua extremidade  $C$ , ou seja, o segmento  $AB$  mede 30 cm e o segmento  $AC$  mede 50 cm. Se  $d = 1,20$  m, o quanto o observador deve se aproximar do espelho, na direção perpendicular ao mesmo, de modo que consiga ver a imagem do ponto  $A$ ?



**Solução:** Esta é uma questão discursiva que aborda o conceito de campo visual de um espelho plano, discutido na aula 9. Para resolvê-la, precisamos determinar a nova posição do observador  $O$ , de modo que sua imagem  $O'$  pertença à reta definida pelos pontos  $A$  e  $C$ , ou seja, o ponto cuja imagem se deseja ver através do espelho e a extremidade inferior desse, respectivamente. À medida que o observador aproxima-se, esse é o primeiro ponto de onde ele consegue observar o ponto  $A$ . A figura abaixo retrata essa situação:



Da figura, vemos que os triângulos  $ABC$  e  $OCD$  são semelhantes. Logo,

$$\frac{OD}{AB} = \frac{CD}{BC}$$

De acordo com o enunciado,  $AB = 30\text{cm}$  e  $CD = d = 120\text{cm}$ , mas  $BC$  não foi diretamente fornecido. No entanto, podemos obter facilmente o comprimento de  $BC$  através do teorema de Pitágoras aplicado ao triângulo  $ABC$ , que é retângulo. Assim,

$$BC = \sqrt{(AC)^2 - (AB)^2}$$

$$BC = \sqrt{(50\text{cm})^2 - (30\text{cm})^2}$$

$$BC = 40\text{cm},$$

onde usamos que  $AC = 50\text{cm}$ . Voltando à equação obtida via semelhança de triângulos, ficamos com

$$OD = \frac{AB \times CD}{BC}$$

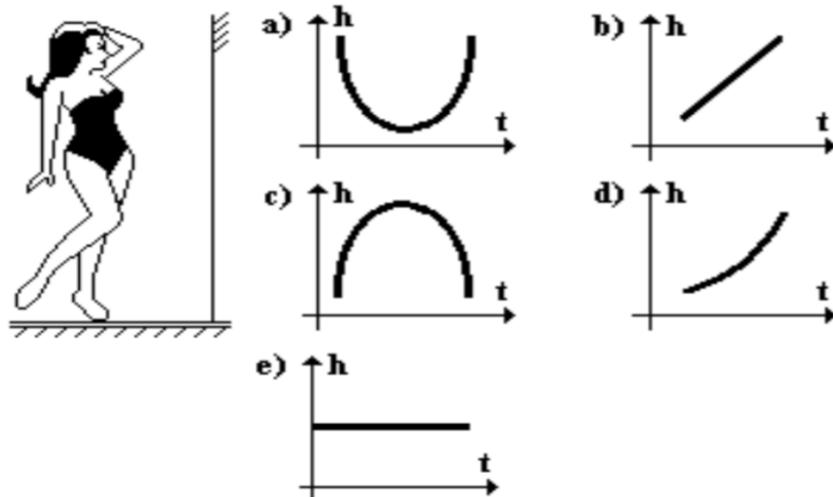
$$d' = \frac{30 \times 120}{40} \text{cm}$$

$$d' = 90\text{cm}.$$

Como, de acordo com o enunciado, a distância inicial era  $d = 120\text{cm}$ , concluímos que o observador  $O$  deve se aproximar do espelho de pelo menos

$$d - d' = 30\text{cm}.$$

**6) (FAAP)** Uma modelo aproxima-se de um espelho plano e depois afasta-se dele, sempre andando muito charmosamente. Qual dos gráficos a seguir representa o tamanho real  $h$  de sua imagem em função do tempo?

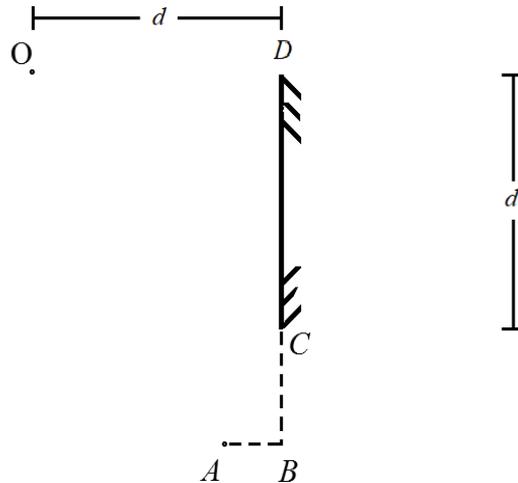


**Solução:** Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda a formação da imagem de um objeto extenso em um espelho plano, discutida no texto correspondente. Vimos que a imagem gerada pelo espelho plano possui as seguintes características:

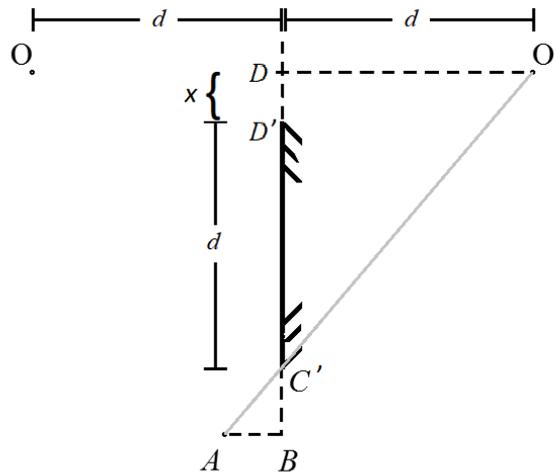
- Virtual;
- Direita;
- Normal;
- Enantiomorfa.

Logo, sabemos que a imagem formada terá sempre o mesmo tamanho do objeto (por ser normal), independentemente da distância do objeto ao espelho. Como, no caso em questão, a modelo não muda de tamanho, então sua imagem também não muda de tamanho, ou seja, o tamanho  $h$  é constante em relação ao tempo. O gráfico que representa uma função constante é aquele contido na alternativa **e**).

7) Considere a figura abaixo. Nela está representado um observador  $O$ , que se encontra a uma distância  $d$  da extremidade  $D$  de um espelho plano, de modo que o segmento  $OD$  é perpendicular ao plano do espelho, cujo comprimento mede  $d$ . Nessas circunstâncias, o observador não é capaz de ver a imagem do ponto  $A$ , que dista 30 cm do plano do espelho e 50 cm da sua extremidade  $C$ , ou seja, o segmento  $AB$  mede 30 cm e o segmento  $AC$  mede 50 cm. Se  $d = 1,20$  m, de quanto devemos deslocar o espelho, na direção do seu comprimento, de modo que o observador consiga ver a imagem do ponto  $A$ ?



**Solução:** Esta é uma questão discursiva que aborda o conceito de campo visual de um espelho plano. Para resolvê-la, precisamos determinar a nova posição da extremidade inferior do espelho,  $C'$ , de modo que esse ponto pertença à reta definida pelos pontos  $A$  e  $O'$ , ou seja, o ponto cuja imagem deseja-se ver através do espelho e a imagem do observador, respectivamente. A figura abaixo retrata essa situação, com o espelho deslocado de uma distância  $x$  em relação à posição inicial:



Da figura, vemos que os triângulos  $ABC'$  e  $O'C'D$  são semelhantes. Logo,

$$\frac{DO'}{AB} = \frac{DC'}{BC'}$$

De acordo com o enunciado,  $AB = 30\text{cm}$  e  $AC = 50\text{cm}$ . Além disso, temos das figuras que  $DC' = x + d = x + 120\text{cm}$  e  $DO' = d = 120\text{cm}$ . Embora  $BC$  não tenha sido diretamente fornecido, podemos obtê-lo através do teorema de Pitágoras aplicado ao triângulo  $ABC$ , que é retângulo. Assim,

$$BC = \sqrt{(AC)^2 - (AB)^2}$$

$$BC = 40\text{cm},$$

$$BC' = 40\text{cm} - x,$$

onde usamos que  $BC' = BC - x$ . Voltando à equação obtida via semelhança de triângulos, ficamos com

$$DO' \times BC' = AB \times DC'$$

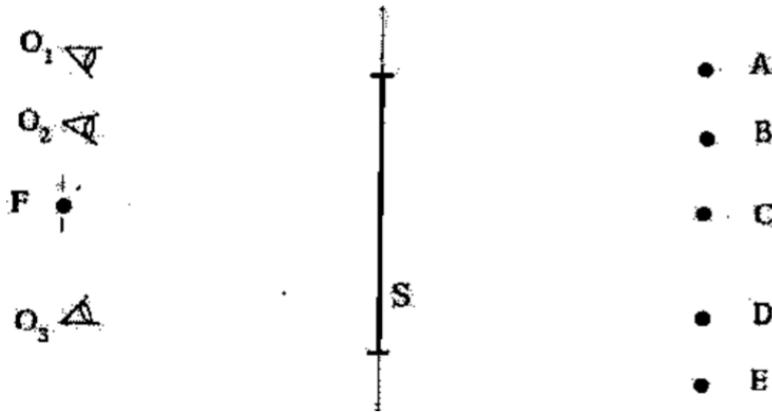
$$\frac{DO'}{AB} \times BC' = DC'$$

$$4(40\text{cm} - x) = x + 120\text{cm}.$$

$$5x = 40\text{cm}$$

Portanto, concluímos que o espelho deve ser deslocado de pelo menos 8 cm.

- 8) (UFRS) A figura abaixo representa um espelho plano S, colocado perpendicularmente ao plano da página. Também estão representados os observadores  $O_1$ ,  $O_2$  e  $O_3$ , que olham no espelho a imagem da fonte de luz F.



As posições em que cada um desses observadores vê a imagem da fonte F são, respectivamente,

- a) A, B e D.
- b) B, B e D.
- c) C, C e C.
- d) D, D e B.
- e) E, D e A.

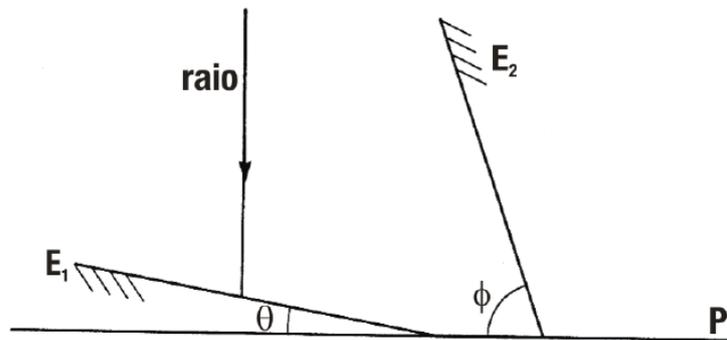
**Solução:** Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda a formação da imagem de um objeto puntiforme em um espelho plano, discutida no texto correspondente. Vimos que a imagem gerada pelo espelho plano é simétrica em relação ao objeto. Em particular, a distância da imagem ao espelho é igual à distância do objeto ao espelho. Sendo assim,

nesse caso, podemos afirmar que a imagem da fonte de luz  $F$  estará localizada no ponto  $C$  da figura presente no enunciado. Portanto, todos os três observadores verão a imagem no ponto  $C$ , independentemente de suas posições.

De fato, a posição de cada observador afeta apenas o seu campo visual, o que determina se será ou não capaz de ver a imagem do objeto através do espelho. Mas, se dois ou mais observadores veem a imagem através do espelho, então eles a veem na mesma posição.

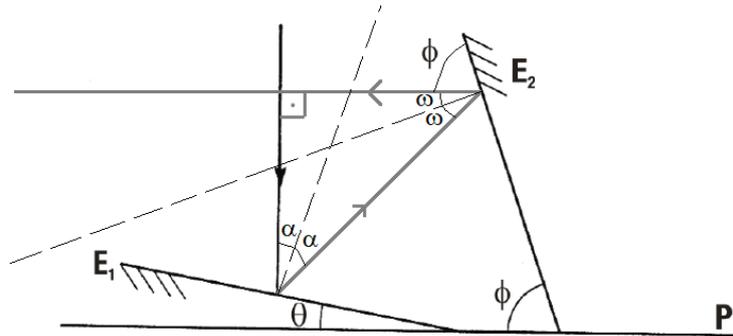
Portanto, a resposta correta encontra-se na alternativa **c)**.

**9) (UFC)** A figura mostra um espelho  $E_1$ , inclinado num ângulo  $\theta = 15^\circ$  em relação ao plano horizontal  $P$ , e um raio de luz que incide sobre ele numa direção perpendicular ao plano  $P$ . Um segundo espelho,  $E_2$ , deve ser colocado de modo tal que o raio  $r$  proveniente de  $E_1$ , ao ser refletido em  $E_2$ , tenha direção paralela ao plano  $P$ . Para que isso ocorra, o ângulo  $\phi$ , entre o espelho  $E_2$  e o plano horizontal  $P$ , deve ser de:



- a)  $75^\circ$
- b)  $60^\circ$
- c)  $45^\circ$
- d)  $30^\circ$
- e)  $15^\circ$

**Solução:** Esta é uma questão de múltipla escolha aborda a reflexão da luz em espelhos planos. Para resolvê-la, precisamos primeiro completar a figura dada, representando a trajetória do raio luminoso após ser refletido pelos espelhos. Como, de acordo com o enunciado, o raio incidente emerge do sistema em uma direção paralela ao plano  $P$ , temos a seguinte situação:



Note que, na figura acima, estão representadas as retas normais que passam pelos pontos de incidência nos dois espelhos. Além disso, representamos os ângulos de incidência e reflexão, já levando em conta que, de acordo com as leis da reflexão, para um dado espelho, o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão.

Vejamos como podemos relacionar esses ângulos com os dados do problema. Para começar, note que o raio incidente é perpendicular ao plano P, e a normal do espelho E<sub>1</sub>, que define o ângulo  $\alpha$ , é perpendicular ao próprio espelho, que define o ângulo  $\theta$ , o que resulta em

$$\alpha = \theta.$$

Além disso, o ângulo entre o espelho E<sub>2</sub> e a sua normal vale, por definição,  $90^\circ$ . Portanto, analisando a figura, temos

$$\begin{aligned}\omega + \phi &= 90^\circ \\ \omega &= 90^\circ - \phi.\end{aligned}$$

Finalmente, sabemos que a soma dos ângulos internos de um triângulo vale  $180^\circ$ , o que nos permite concluir que

$$2\alpha + 2\omega + 90^\circ = 180^\circ.$$

Assim, substituindo as relações anteriores nesta equação, obtemos

$$2\alpha + 2\omega + 90^\circ = 180^\circ$$

$$2\theta + 180^\circ - 2\phi = 90^\circ$$

$$2\theta + 90^\circ = 2\phi$$

$$\theta + 45^\circ = \phi.$$

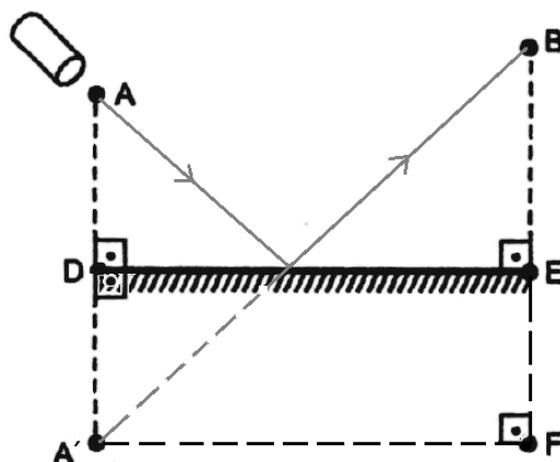
Como, de acordo com o enunciado,  $\theta = 15^\circ$ , concluímos que  $\phi = 60^\circ$ , e a resposta correta encontra-se na alternativa **b**).

- 10) (ITA) Um raio de luz de uma lanterna acesa em A ilumina o ponto B, ao ser refletido por um espelho horizontal sobre a semirreta DE da figura, estando todos

os pontos num mesmo plano vertical. Determine a distância entre a imagem virtual da lanterna A e o ponto B. Considere  $AD = 2$  m,  $BE = 3$  m e  $DE = 5$  m.



**Solução:** Esta é uma questão discursiva que aborda a reflexão da luz em espelhos planos. Para resolvê-la, note que, do ponto de vista de B, é como se a luz que o atinge viesse diretamente do ponto A' onde se encontra a imagem virtual da lanterna, como ilustra a figura abaixo.



Na figura acima, incluímos também o ponto auxiliar F, de modo que o segmento de reta A'F seja paralelo ao segmento DE e do mesmo tamanho deste.

A questão pede que calculemos a distância entre a imagem virtual da lanterna A e o ponto B, ou seja, o comprimento do segmento de reta A'B. Ora, tal distância é simplesmente a hipotenusa do triângulo A'FB, de modo que basta usar o teorema de Pitágoras:

$$(A'B)^2 = (A'F)^2 + (BF)^2.$$

O enunciado não nos fornece diretamente A'F e BF, porém vejamos. Por serem congruentes, temos  $A'F = DE = 5$  m. Além disso, podemos escrever  $BF = BE + EF = 3$  m + EF. Mas EF tem o mesmo tamanho que A'D, que por sua vez mede o mesmo que AD (já que a distância do objeto ao espelho plano é igual à distância da sua imagem ao

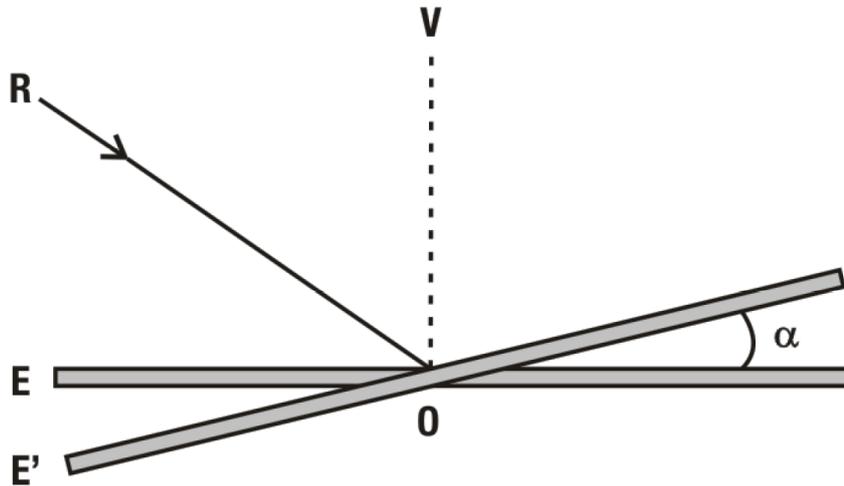
mesmo espelho). Portanto, concluímos que  $EF = AD = 2\text{ m}$ , o que implica  $BF = 3\text{ m} + 2\text{ m} = 5\text{ m}$ . Substituindo esses resultados na equação acima, obtemos

$$(A'B)^2 = (5\text{ m})^2 + (5\text{ m})^2$$

$$\Rightarrow (A'B) = 5\sqrt{2}\text{ m},$$

que é a distância pedida.

**11) (UFRS)** A figura abaixo representa um raio luminoso R incidindo obliquamente sobre um espelho plano que se encontra na posição horizontal E. No ponto de incidência O, foi traçada a vertical V. Gira-se, então, o espelho de um ângulo  $\alpha$  (em torno de um eixo que passa pelo ponto O) para a posição E', conforme indica a figura.



Não sendo alterada a direção do raio luminoso incidente R com respeito à vertical V, pode-se afirmar que a direção do raio refletido

- também não será alterada, com respeito à vertical V.
- será girada de um ângulo  $\alpha$ , aproximando-se da vertical V.
- será girada de um ângulo  $2\alpha$ , aproximando-se da vertical V.
- será girada de um ângulo  $\alpha$ , afastando-se da vertical V.
- será girada de um ângulo  $2\alpha$ , afastando-se da vertical V.

**Solução:** Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda a rotação de um espelho plano. Para resolvê-la, basta lembrar que, quando um espelho plano gira de um dado ângulo em torno de um eixo determinado, a direção do raio refletido gira do dobro daquele ângulo em torno do mesmo eixo, e no mesmo sentido de rotação.

Portanto, nesse caso, como o espelho gira de um ângulo  $\alpha$  no sentido anti-horário, a direção do raio refletido será girada de um ângulo  $2\alpha$ , também no sentido anti-horário,

aproximando-se da vertical V. Concluímos, então, que a resposta correta encontra-se na alternativa c).

- 12) Em uma variação do exercício anterior, é dado que o ângulo que o raio luminoso incidente R faz com a vertical V é  $\theta$ . Pede-se, então, para determinar qual deve ser o ângulo  $\alpha$  de que giramos o espelho, no sentido anti-horário, de modo que o raio refletido tenha exatamente a direção da vertical V.

**Solução:** Esta é uma questão discursiva que aborda as leis da reflexão da luz e a rotação de um espelho plano. Para resolvê-la, precisamos primeiro lembrar que o ângulo que o raio refletido faz com a normal, que nesse caso coincide inicialmente com a vertical V, é igual ao ângulo entre o raio incidente e a normal. Portanto, na situação inicial, o raio refletido faz um ângulo  $\theta$  com a vertical V, uma vez que, de acordo com o enunciado, aquele é o ângulo de incidência.

Além disso, sabemos que, quando um espelho plano gira de um dado ângulo em torno de um eixo determinado, a direção do raio refletido gira do dobro daquele ângulo em torno do mesmo eixo, e no mesmo sentido de rotação. Assim, no caso deste exercício, ao girar o espelho de um ângulo  $\alpha$  no sentido anti-horário, a direção do raio refletido será girada de um ângulo  $2\alpha$  no mesmo sentido.

Mas, para que o raio refletido tenha a direção de V, é necessário que ele gire de um ângulo  $\theta$  no sentido anti-horário, de modo a compensar o ângulo inicial. Portanto, devemos ter

$$2\alpha = \theta$$
$$\alpha = \frac{\theta}{2},$$

ou seja, devemos girar o espelho de um ângulo  $\theta/2$ .

- 13) (UFRJ) Uma criança segura uma bandeira do Brasil como ilustrado na figura 1. A criança está diante de dois espelhos planos verticais A e B, que fazem entre si um ângulo de  $60^\circ$ . A figura 2 indica seis posições, 1, 2, 3, 4, 5 e 6, relativas aos espelhos. A criança encontra-se na posição 1 e pode ver suas imagens nas posições 2, 3, 4, 5 e 6.



figura 1

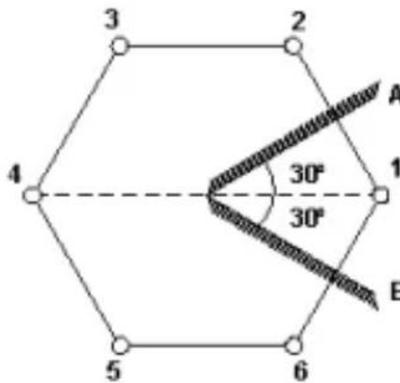


figura 2

Em quais das cinco imagens a criança pode ver os dizeres ORDEM E PROGRESSO [sem letras ao contrário]? Justifique a sua resposta.

**Solução:** Esta é uma questão discursiva que aborda a associação de espelhos planos. Para resolvê-la, precisamos lembrar que as imagens formadas por um número par de reflexões em espelhos planos não são enantiomorfas, uma vez que trocar o lado esquerdo pelo direito duas vezes é equivalente a não trocar nenhuma vez. Assim, para responder a pergunta do enunciado, precisamos determinar quais das imagens mostradas na figura 2 são formadas por um número par de reflexões.

Podemos ver, diretamente, que o ponto 2 corresponde à imagem de 1 através do espelho A e, portanto, é enantiomorfa. De maneira similar, o ponto 6 corresponde à imagem de 1 através do espelho B e também é enantiomorfa. Resta analisar os pontos 3, 4 e 5.

O ponto 3 corresponde à imagem do ponto 6 através do espelho A, o que implica que a imagem 3 é formada por dupla reflexão e, portanto, não é enantiomorfa. Analogamente, concluímos que a imagem 5 não é enantiomorfa (corresponde à imagem do ponto 2 através do espelho B).

Finalmente, o ponto 4 pode ser visto tanto como a imagem do ponto 3 formada pelo espelho B, quanto como a imagem do ponto 5 formada pelo espelho A (desenhar o prolongamento dos espelhos ajuda a ver isso). Portanto, a imagem 4 é formada por reflexão tripla, e é enantiomorfa como 2 e 6.

Logo, a criança pode ver os dizeres ORDEM E PROGRESSO, exatamente assim, nas imagens 3 e 5 somente.

**Comentário:** note que são formadas exatamente 5 imagens, de acordo com a fórmula vista no material teórico, ou seja,  $N = 360^\circ/\alpha - 1$ , com  $\alpha = 60^\circ$  neste caso.

**14) (UERJ)** Em outro trecho retilíneo da estrada, o carro ultrapassa um caminhão. Ambos seguem com velocidade constante, respectivamente 60 km/h e 45 km/h. O motorista, ao olhar pelo espelho retrovisor plano do carro, vê a imagem virtual do caminhão.

Determine a velocidade dessa imagem em relação à estrada.

**Solução:** Esta é uma questão discursiva que aborda a translação de um espelho plano e as consequências daquela sobre a imagem formada.. Além disso, a questão também está relacionada com o conceito de velocidade relativa, conforme visto no primeiro ano do Ensino Médio.

Sabemos que, quando um objeto aproxima-se/afasta-se de um espelho plano, sua imagem também se aproxima/se afasta o mesmo tanto, de modo que a distância entre o objeto e o espelho plano sempre é igual à distância entre sua imagem e o espelho. Desse fato, concluímos que as componentes das velocidades do objeto e da sua imagem em relação ao espelho plano, na direção perpendicular ao espelho, têm o mesmo módulo, porém sinais contrários. Podem os escrever isso como:

$$v_{i/E} = -v_{o/E}.$$

No caso desta questão, queremos determinar a velocidade da imagem em relação ao solo, que denotaremos por  $v_{i/S}$ . Como conhecemos a velocidade do espelho em relação ao solo, ou seja, a velocidade do carro dada no enunciado,  $v_{E/S} = 60 \text{ km/h}$ , podemos calcular a velocidade da imagem em relação ao solo compondo a velocidade da imagem em relação ao espelho ( $v_{i/E}$ ) com a velocidade do carro (espelho) em relação ao solo. Definindo, por exemplo, o sentido do movimento do carro em relação ao solo como sendo positivo, temos

$$\begin{aligned}v_{i/S} &= v_{i/E} + v_{E/S} \\v_{i/S} &= -v_{o/E} + 60 \text{ km/h},\end{aligned}$$

onde usamos o resultado da equação anterior e os dados do enunciado. O objeto neste caso é o caminhão, cuja velocidade em relação ao solo foi fornecida no enunciado e é dada por  $v_{o/S} = 45 \text{ km/h}$ . Logo, para chegar ao resultado desejado, falta apenas calcular a velocidade do caminhão (objeto) em relação ao carro (espelho). Essa é dada por

$$\begin{aligned}v_{o/E} &= v_{o/S} - v_{E/S} \\v_{o/E} &= (45 - 60) \text{ km/h} \\v_{o/E} &= -15 \text{ km/h}.\end{aligned}$$

Portanto, concluímos finalmente que  $v_{i/S} = (15 + 60) \text{ km/h} = 75 \text{ km/h}$ .

**15) (IFCE)** Um garoto parado na rua vê sua imagem refletida por um espelho plano preso verticalmente na traseira de um ônibus que se afasta com velocidade escalar constante de 36 km/h.

Em relação ao garoto e ao ônibus, as velocidades da imagem são, respectivamente,

- a) 20 m/s e 10 m/s.
- b) Zero e 10 m/s.
- c) 20 m/s e zero.
- d) 10 m/s e 20 m/s
- e) 20 m/s e 20 m/s.

**Solução:** Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda o conceito de translação de um espelho plano, discutido na aula 10. Para resolvê-la, precisamos lembrar que a velocidade da imagem em relação ao objeto correspondente é sempre o dobro da velocidade do espelho plano em relação ao mesmo objeto. Matematicamente, podemos escrever

$$v_{i/o} = 2v_{E/o}.$$

No caso deste problema, o objeto é o garoto parado na rua, enquanto o espelho plano, preso ao ônibus, tem a mesma velocidade desse. De acordo com o enunciado, então,  $v_{E/o} = 36 \text{ km/h}$ . Assim, a equação acima nos dá

$$\begin{aligned}v_{i/o} &= 2 \cdot 36 \text{ km/h} \\v_{i/o} &= 72 \text{ km/h}.\end{aligned}$$

Portanto, esta é a velocidade da imagem em relação ao garoto.

A questão pede também a velocidade da imagem em relação ao ônibus, o que é equivalente à velocidade da imagem em relação ao espelho. Podemos obtê-la facilmente subtraindo a velocidade do espelho em relação ao garoto da velocidade da imagem em relação ao garoto, ou seja,

$$\begin{aligned}v_{i/E} &= v_{i/o} - v_{E/o} \\v_{i/E} &= (72 - 36) \text{ km/h} \\v_{i/E} &= 36 \text{ km/h}.\end{aligned}$$

Ao compararmos nossos resultados com as alternativas, observamos que a unidade de velocidade utilizada é de metros por segundo. Logo, precisamos calcular quantos metros por segundo correspondem a 1 km/h. Como  $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$  e  $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 60 \cdot 60 \text{ s} = 3600 \text{ s}$ , temos que

$$1 \text{ km/h} = \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{1}{3,6} \text{ m/s}.$$

Assim, concluímos finalmente que  $v_{i/o} = \frac{72}{3,6} \text{ m/s} = 20 \text{ m/s}$  e  $v_{i/E} = \frac{36}{3,6} \text{ m/s} = 10 \text{ m/s}$ , e a resposta correta é a alternativa **a)**.