

Módulo de Matemática Financeira

Taxa Real e Inflação

1^a série E.M.

Professores Tiago Miranda e Cleber Assis



1 Exercícios Introdutórios

Exercício 1. O conceito de taxa inflação representa a variação do preço de um conjunto de produtos destacando um país ou uma região durante um período, podendo enfatizar produtos específicos. Por exemplo, de um mês para outro, houve variação do preço de um produto de 100 para 120, verificando-se assim uma inflação de 20% no mês. Importante saber que, caso observemos a variação do rendimento com juros (ou desconto) no capital no mesmo tempo, encontraremos a taxa de juros real fazendo

$$(1 + i_n) = (1 + i_r) \cdot (1 + i_j),$$

com i_n a taxa de nominal, i_r a taxa real e i_j a inflação no período. Sendo assim, calcule o que se pede nos problemas abaixo.

- Para um banco emprestar o valor de 10 mil reais, no prazo máximo de um ano, ele espera receber 14 mil. Se a inflação do período foi de 5%. Qual a taxa real de juros do empréstimo?
- Um investimento obteve um juro real de 25% a uma taxa de inflação de 12%. Qual a taxa de juros nominal que ocorreu?

Exercício 2. Uma aplicação financeira no valor de R\$ 10000,00 rendeu, no regime de juros compostos, R\$ 7280,00 de juros em três anos. Sabendo-se que a taxa de inflação no período da aplicação foi de 10% ao ano, qual é o valor aproximado da taxa real anual da operação? Utilize, caso necessário: $1,1^2 = 1,21$, $1,1^3 = 1,331$, $1,2^2 = 1,44$, $1,2^3 = 1,728$.

Exercício 3. O Poder de compra é a capacidade de adquirir bens e serviços com determinada unidade monetária. Por exemplo, se alguém entrasse em um supermercado com x reais no ano de 1995 e conseguisse comprar um quantidade maior de itens do que nos dias de hoje, isso significa que essa base monetária tinha maior poder de compra no ano de 1995 do que tem nos dias de hoje. Considere que os salários de determinado grupo de pessoas crescem 10% ao ano, mas a inflação, para esse grupo, cresce 6% ao ano. Qual o aumento percentual do poder de compra, em dois anos, das pessoas que pertencem ao referido grupo?

2 Exercícios de Fixação

Exercício 4. Sabe-se que a inflação anual foi 6,5%. Para obter 10% acima da inflação, os preços devem ser corrigidos em qual taxa?

Exercício 5. Um banco remunera aplicações financeiras à taxa de 15% ao ano. Sabendo-se que a taxa de inflação anual é de 9%, então qual a taxa real aproximada anual dessa aplicação?

Exercício 6. Um eletrodoméstico está à venda por 1200 reais em três pagamentos: 400 reais de entrada, 400 reais um mês depois e 400 reais dois meses depois. Para pagamento à vista, o comerciante dá um desconto de 20%. Supondo que a inflação tenha se estabilizado em 20% ao mês, e que mantendo o dinheiro no banco o comprador ganha essa correção mensal, verifique qual dos dois planos é mais vantajoso, pagar à vista ou a prazo?

Exercício 7. Uma loja anuncia a venda de um conjunto de som por três parcelas quadrimestrais sequenciais de 3000 reais, 4000 e 5000 mais uma entrada de 500 reais. Qual deve ser o preço à vista se a taxa de juros real for de 2% a.q. e a previsão da inflação for de 8% no primeiro quadrimestre, 7% no segundo e 6% no terceiro?

Exercício 8. Em um país, a taxa de inflação acumulada em um ano foi de 80%. Se de janeiro a novembro (inclusive) a taxa de inflação foi de 72%, qual foi a taxa de inflação de dezembro, aproximadamente?

Exercício 9. Uma financeira pretende ganhar 12% a.a. de juros reais em cada financiamento. Supondo que a inflação anual seja de 2300%, quanto a financeira, a título de taxa de juros nominal anual, deverá cobrar?

Exercício 10. A renda nacional de um país cresceu 110% em um ano, em termos nominais. Nesse mesmo período, a taxa de inflação foi de 100%. Qual foi o crescimento da renda real?

Exercício 11. Uma instituição bancária está cobrando em suas operações financeiras uma taxa mensal aparente prefixada de 5,04%. Seu setor de análise econômica previu que a taxa de inflação deverá elevar-se para o mês seguinte, em comparação ao mês corrente, em 1%. Quanto deverá ser o valor da nova taxa mensal aparente prefixada, sabendo que a taxa real cobrada pela instituição financeira é de 4% ao mês?

3 Exercícios de Aprofundamento e de Exames

Exercício 12. Um país teve, em um ano, inflação de 100%. No ano seguinte, sua inflação também foi de 100%. Qual foi a inflação acumulada no período de 2 anos?

Exercício 13. Sabendo-se que, durante determinado ano, a taxa de inflação foi de 3% e a taxa nominal de juros de 12%. Sendo assim, qual a taxa real aproximada de juros do referido ano?

Exercício 14. Com uma nova invenção, o custo da produção de um produto foi reduzido em 50%. Após uma isenção de impostos, o custo da produção desse mesmo produto foi reduzido em 40% e, em seguida, com a diminuição das tarifas de energia, o custo ainda foi reduzido em 10%. Qual foi a redução percentual do custo da produção desse produto?

Exercício 15. Um comerciante fixa o preço de um artigo em reais e centavos de real, de tal maneira que, quando ele acrescenta 4% de imposto, o resultado é um número inteiro em reais. Qual o menor valor que esse artigo pode ter?

Respostas e Soluções.

1. De início, devemos obter a taxa nominal e depois aplicaremos a fórmula do enunciado.

a) A taxa nominal foi de 20%, sendo assim

$$\begin{aligned}(1 + i_n) &= (1 + i_r) \cdot (1 + i_j) \\ (1 + 0,4) &= (1 + i_r) \cdot (1 + 0,05) \\ (1 + i_r) &= \frac{1,40}{1,05} \\ (1 + i_r) &= 1,333 \dots \\ i_r &\cong 33,33\%.\end{aligned}$$

b) Ao substituirmos os valores dados na fórmula, ficaremos com

$$\begin{aligned}(1 + i_n) &= (1 + i_r) \cdot (1 + i_j) \\ (1 + i_n) &= (1 + 1,12) \cdot (1,25) \\ (1 + i_n) &= 1,40 \\ i_n &= 0,40 \\ i_n &= 40\%\end{aligned}$$

2. (Adaptado do concurso do Banrisul)

Da análise do enunciado podemos concluir que o montante M após 3 anos ficou em

$$M = 17280,00.$$

Sendo assim, a taxa da aplicação foi de

$$\begin{aligned}17280 &= 10000 \cdot (1 + i)^3 \\ 1,728 &= (1 + i)^3 \\ 1 + i &= \sqrt[3]{1,728} \\ i &= 1,2 - 1 = 0,2.\end{aligned}$$

Agora, a taxa real r foi de

$$\begin{aligned}(1 + 0,2) &= (1 + r) \cdot (1 + 0,1) \\ 1 + r &= \frac{1,2}{1,1} \\ 1 + r &= 1,09 \\ r &= 0,09 \\ &= 9,09\%.\end{aligned}$$

3. (Extraído do TutorBrasil)

Sendo x o valor do salário inicial e g o valor dos gastos mensais do grupo em questão. O poder de compra

inicial da família é $P_0 = \frac{x}{g}$ e após dois anos ficará

$$\begin{aligned}P_2 &= \frac{x \cdot (1 + 0,1)^2}{g \cdot (1 + 0,06)^2} \\ P_2 &= \frac{x \cdot (1,1)^2}{g \cdot (1,06)^2} \\ P_2 &= \frac{(1,1)^2}{(1,06)^2} \cdot P_0 \\ P_2 &= \frac{1,21}{1,1236} \cdot P_0 \\ P_2 &\cong 1,077 \cdot P_0.\end{aligned}$$

O que representa um aumento aproximado de 7,7% no poder de compra do referido grupo.

4. (Adaptado do concurso da SABESP – 2012) A taxa a ser aplicada será de

$$\begin{aligned}(1 + i) &= (1 + 0,065) \cdot (1 + 0,10) \\ 1 + i &= (1,065) \cdot (1,10) \\ i &= 1,1715 - 1 \\ i &= 0,1715 - 1 = 17,15\%\end{aligned}$$

5. (Adaptado do concurso do Banrisul)

Do enunciado temos que

$$\begin{aligned}(1 + 0,15) &= (1 + r) \cdot (1 + 0,09) \\ 1 + r &= \frac{1,15}{1,09} \\ 1 + r &\cong 1,055 \\ r &\cong 0,055 = 5,5\%.\end{aligned}$$

6. (Adaptado do vestibular da UNICAMP)

O preço a vista fica

$$P_a = 80\% \cdot 1200 = 960 \text{ reais.}$$

O preço a prazo pode ser calculado como

$$\begin{aligned}P_p &= 400 + \frac{400}{1,2} + \frac{400}{1,2^2} \\ P_p &= \frac{400 \cdot (1,2^2) + 400 \cdot 1,2 + 400}{1,2^2} \\ P_p &= \frac{576 + 480 + 400}{1,2^2} \\ P_p &= \frac{1456}{1,2^2} \\ P_p &= 1011,11.\end{aligned}$$

Como $P_a < P_p$, então o pagamento a visto é melhor do que o pagamento a prazo.

7. (Adaptado do TutorBrasil)

Fazendo a variação de todas as parcelas, P_0 , P_1 , P_2 e P_3 , pela inflação prevista, até a data inicial, ficaremos com

$$\begin{aligned}P_0 &= 500, \\P_1 &= \frac{3000}{1,08} = 2777,78, \\P_2 &= \frac{4000}{1,08 \cdot 1,07} \cong 3461,40, \\P_3 &= \frac{5000}{1,08 \cdot 1,07 \cdot 1,06} \cong 4081,85.\end{aligned}$$

Agora, o preço à vista P pode ser aproximado como

$$\begin{aligned}P &= 500 + \frac{2777,78}{1,02} + \frac{3461,40}{1,02^2} + \frac{4081,85}{1,02^3} \\P &\cong 500 + 2723,31 + 3326,99 + 3846,42 = 10396,72.\end{aligned}$$

8. (Adaptado do TutorBrasil)

Podemos fazer o cálculo da taxa i de dezembro como

$$\begin{aligned}(1 + 0,8) &= (1 + 0,72)(1 + i) \\(1,8) &= (1,72)(1 + i) \\(1 + i) &= \frac{1,8}{1,72} \\1 + i &\cong 1,0465 \\i &\cong 0,0465 = 4,65\%.\end{aligned}$$

9. (Adaptado do exame de acesso da Marinha)

Do enunciado temos que a taxa real $i_r = 12\%$ a.a., a inflação $i_j = 2300\%$ a.a, e assim podemos calcular a taxa anual nominal i_n fazendo

$$\begin{aligned}(1 + i_n) &= (1 + 12\%) \cdot (1 + 2300\%) \\(1 + i_n) &= (1 + 0,12) \cdot (1 + 23) \\(1 + i_n) &= (1,12) \cdot (24) \\i_n &= 26,88 - 1 \\i_n &= 2588\% \text{ a.a.}\end{aligned}$$

10. Do enunciado temos que a taxa nominal $i_n = 110\%$ a.a., a inflação $i_j = 100\%$ a.a, e assim podemos calcular a taxa anual real i_r fazendo

$$\begin{aligned}(1 + 110\%) &= (1 + i_r) \cdot (1 + 100\%) \\(1 + 1,1) &= (1 + i_r) \cdot (1 + 1) \\(1 + i_r) &= \frac{2,1}{2} \\i_r &= 1,05 - 1 \\i_r &= 5\% \text{ a.a.}\end{aligned}$$

11. (Extraído do TutorBrasil)

Do enunciado temos que a taxa real i_r é igual a 4% a.m., a taxa aparente (nominal) no primeiro mês $i_{n1} = 5,04\%$ a.m, e inflação i_{j1} fica ?

$$\begin{aligned}(1 + i_{n1}) &= (1 + i_r) \cdot (1 + i_{j1}) \\(1 + 0,0504) &= (1 + 0,04) \cdot (1 + i_j) \\1 + i_j &= \frac{1,0504}{1,04} \\i_j &= 1,01 - 1 \\i_r &= 1\% \text{ a.m.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(1 + i_{n2}) &= (1 + i_r) \cdot (1 + i_{j2}) \\(1 + i_{n2}) &= (1 + 0,04) \cdot (1 + 0,02) \\1 + i_{n2} &= 1,04 \cdot 1,02 \\i_{n2} &= 1,0608 - 1 \\i_{n2} &= 6,08\% \text{ a.m.}\end{aligned}$$

12. (Adaptado do concurso da SABESP – 2012) A taxa a ser aplicada será de

$$\begin{aligned}(1 + i) &= (1 + 1) \cdot (1 + 1) \\1 + i &= 2^2 \\i &= 4 - 1 \\i &= 3 = 300\%\end{aligned}$$

13. (Adaptado do exame de acesso da Marinha – 2013)

Do enunciado temos que a taxa nominal $i_n = 12\%$ a.a., a inflação $i_j = 3\%$ a.a, e assim podemos calcular a taxa anual real i_r fazendo

$$\begin{aligned}(1 + 12\%) &= (1 + i_r) \cdot (1 + 3\%) \\(1 + 0,12) &= (1 + i_r) \cdot (1 + 0,03) \\(1 + i_r) &= \frac{1,12}{1,03} i_r \cong 1,0874 - 1 \\i_n &\cong 8,74\% \text{ a.a.}\end{aligned}$$

14. (Extraído do exame de acesso do PROFMAT) Com as reduções de 50% , 40% e 10% , tem-se respectivamente os fatores de variação de

$$(1 - 0,5) = 0,5, (1 - 0,4) = 0,6 \text{ e } (1 - 0,1) = 0,9.$$

O fator acumulado foi

$$0,5 \cdot 0,6 \cdot 0,9 = 0,27.$$

Por fim, fica-se com $0,27$, logo reduziu-se $0,73$.

15. (Extraído da Olimpíada de Matemática do Estado do Rio de Janeiro)

Seja x reais e y centavos ($0 \leq y \leq 99$) o preço do artigo, sem imposto. Com o imposto ele passa a ser $P = 1,04 \left(x + \frac{y}{100} \right)$, com $P \in \mathbb{Z}$.

$$\begin{aligned} P &= 1,04 \left(x + \frac{y}{100} \right) \\ &= \frac{104x}{100} + \frac{104y}{10000} \\ &= \frac{26x}{25} + \frac{13y}{1250} \\ &= \frac{1300x + 13y}{1250} \\ &= \frac{13(100x + y)}{1250} \end{aligned}$$

Como P é inteiro positivo, e 13 não divide 1250, então 1250 deve dividir $100x + y$ e como queremos o menor valor possível, basta $100x + y = 1250$ e isso é possível apenas com $x = 12$ e $y = 50$, dada a condição de $0 \leq y \leq 99$. O valor procurado é R\$ 12,50.