

Exercícios – Módulo Óptica Geométrica II

Espelhos esféricos – Características básicas e principais elementos

Segundo Ano do Ensino Médio

Autor: Thales Azevedo

Revisor: Lucas Lima



**Portal
da Física
OBMEP**

1 Um espelho esférico côncavo possui raio de curvatura igual a 0,4 m. Pode-se concluir, então, que a distância focal desse espelho é igual a:

- a) 40 cm
- b) 20 cm
- c) 25 cm
- d) 80 cm
- e) 100 cm

Solução: Essa é uma questão de múltipla escolha que aborda propriedades básicas de espelhos esféricos, como discutido na aula 2. Para resolvê-la, basta lembrar que, supondo que o espelho em questão satisfaça as condições de nitidez de Gauss, o que geralmente está implícito, a relação entre a distância focal do espelho (distância entre o foco principal e o vértice) e seu raio de curvatura é dada por

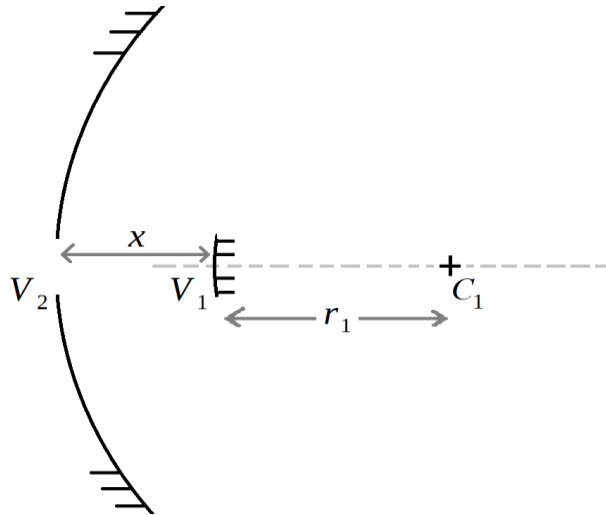
$$f = \frac{r}{2}.$$

De acordo com o enunciado, o espelho em questão possui um raio de curvatura igual a 0,4m. Logo, podemos concluir que a sua distância focal é dada por

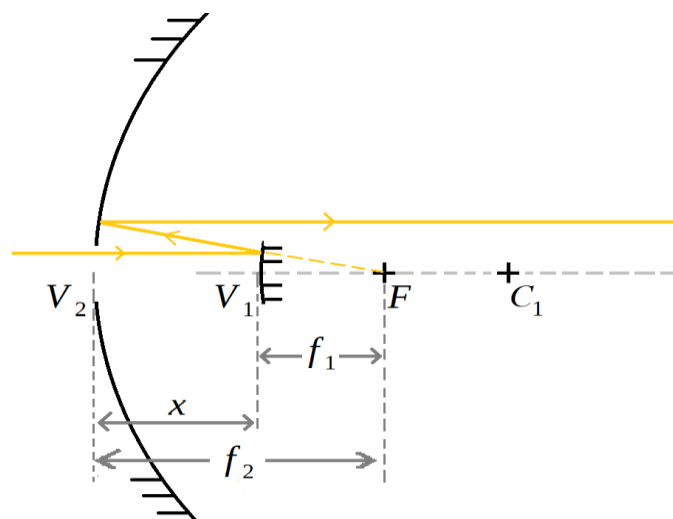
$$f = \frac{0,4m}{2}$$
$$f = 0,2m.$$

Finalmente, como $1m = 100cm$, temos $0,2m = 0,2 \cdot 100cm = 20cm$, e portanto a resposta correta encontra-se na alternativa **b**).

2) A figura a seguir representa um dispositivo ótico composto por um espelho convexo, de raio de curvatura r_1 , e um espelho côncavo, de raio de curvatura $r_2 > r_1$, com uma pequena abertura em torno do seu vértice V_2 , que permite a passagem de luz. Os espelhos são calibrados de modo que seus eixos principais coincidam. Determine qual deve ser a distância x entre os vértices dos espelhos para que os raios que penetram no dispositivo paralelos ao eixo principal, após serem refletidos pelos espelhos, saiam paralelos ao mesmo eixo.



Solução: Essa é uma questão discursiva que aborda a reflexão de raios luminosos particulares por espelhos esféricos, discutida na aula 3. Para resolvê-la, precisamos lembrar que todo raio luminoso que passa (ou cujo prolongamento passa) pelo foco principal de um espelho esférico é refletido paralelamente ao eixo principal. Além disso, pelo princípio da reversibilidade dos raios luminosos, raios que incidem paralelamente ao eixo principal são refletidos na direção do foco principal. Desse modo, quando um raio luminoso paralelo ao eixo principal incide no espelho convexo, ele é refletido na direção do (e no sentido oposto ao) foco principal daquele espelho. Se, após tal reflexão, o raio luminoso incide no espelho côncavo e é refletido paralelamente ao eixo principal, podemos concluir que o prolongamento do raio luminoso que incide sobre o espelho côncavo também passa pelo foco principal desse espelho. Portanto, os focos principais dos dois espelho têm a mesma posição! A figura abaixo ilustra essa situação.



A partir da figura, podemos observar que a distância x corresponde à diferença entre a distância focal do espelho côncavo e a distância focal do espelho convexo. De fato,

$$V_2V_1 = V_2F - V_1F$$

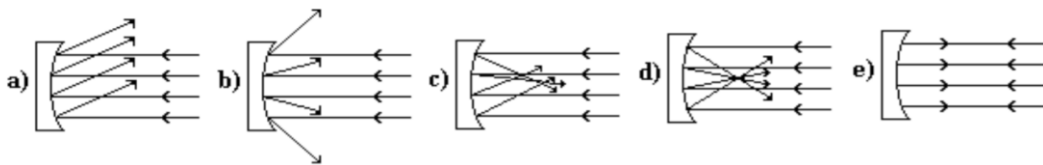
$$x = f_2 - f_1$$

$$x = \frac{r_2}{2} - \frac{r_1}{2},$$

ou seja,

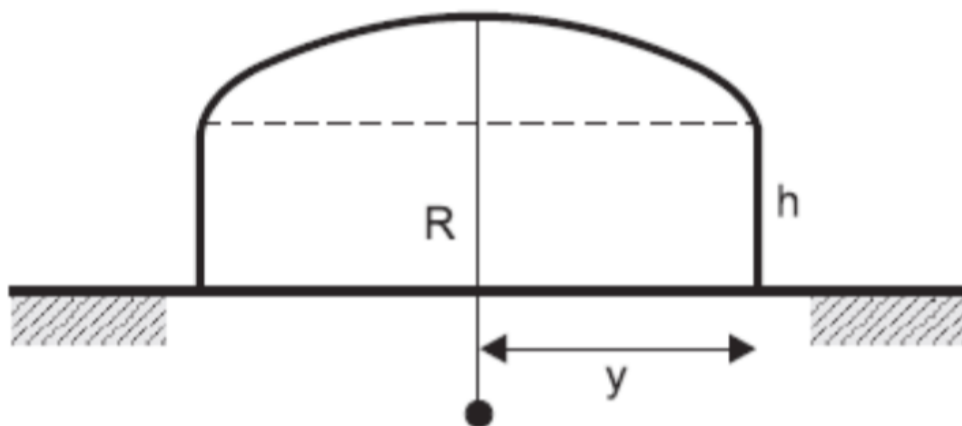
$$x = \frac{1}{2}(r_2 - r_1).$$

3) (Unesp) Isaac Newton foi o criador do telescópio refletor. O mais caro desses instrumentos até hoje fabricado pelo homem, o telescópio espacial Hubble (1,6 bilhão de dólares), colocado em órbita terrestre em 1990, apresentou em seu espelho côncavo, dentre outros, um defeito de fabricação que impede a obtenção de imagens bem definidas das estrelas distantes (*O estado de São Paulo*, 01/08/91, p.14). Qual das figuras a seguir representaria o funcionamento perfeito do espelho do telescópio?

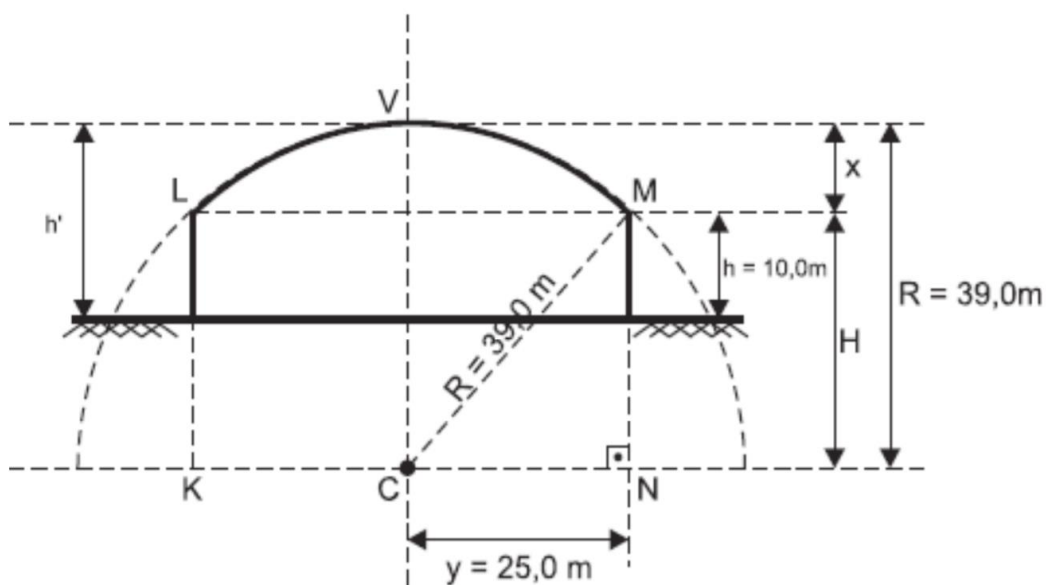


Solução: Essa é uma questão de múltipla escolha que aborda a reflexão de raios luminosos particulares por espelhos esféricos, discutida na aula 3. Para resolvê-la, precisamos lembrar que, quando um feixe de luz incide paralelamente ao eixo principal de um espelho esférico côncavo, o feixe incidente é refletido, e seus raios convergem para o mesmo ponto F sobre o eixo principal, ou seja, para o foco principal do espelho. Tal situação está mais bem representada na alternativa **d**).

4) (ITA) Um ginásio de esportes foi projetado na forma de uma cúpula com raio de curvatura $R = 39,0$ m, apoiada sobre uma parede lateral cilíndrica de raio $y = 25,0$ m e altura $h = 10,0$ m, como mostrado na figura. A cúpula comporta-se como um espelho esférico de distância focal $f = R/2$, refletindo ondas sonoras, sendo seu topo o vértice do espelho. Determine a posição do foco relativa ao piso do ginásio.



Solução: Essa é uma questão discursiva que aborda propriedades básicas de espelhos esféricos, como discutido na aula 2, além de requerer um bom domínio de geometria plana. Para resolvê-la, começamos produzindo uma figura que contém as informações fornecidas no enunciado e aquelas que desejamos obter.



Na figura acima, definimos h' como a altura do ginásio (distância do piso ao vértice da cúpula), x como a diferença $h' - h$, e H como a diferença $R - x$. Note que nosso interesse é calcular h' , pois essa informação nos permitirá determinar a posição do foco relativa ao piso do ginásio. Antes disso, porém, precisamos obter o valor de x , uma vez que $h' = h + x$. Mas x é dado por $R - H$, então

$$h' = h + x$$

$$h' = h + R - H.$$

Para obter a medida de H, observe o triângulo CMN na figura. Pelo teorema de Pitágoras, temos

$$\begin{aligned}H^2 &= R^2 - y^2 \\H^2 &= (39,0m)^2 - (25,0m)^2 \\H^2 &= 1521m^2 - 625m^2 \\H^2 &= 896m^2;\end{aligned}$$

logo,

$$H \approx 29,9m.$$

Portanto, da equação para h' , concluímos que

$$\begin{aligned}h' &= 10,0m + 39,0m - 29,9m \\h' &= 19,1m.\end{aligned}$$

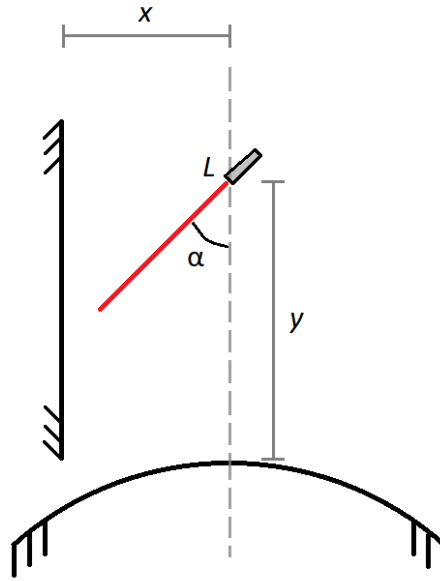
Agora, usando a relação entre a distância focal do espelho (distância entre o foco principal e o vértice) e seu raio de curvatura, fornecida no enunciado, temos

$$f = \frac{R}{2} = \frac{39,0m}{2} = 19,5m.$$

Ou seja, a distância entre o vértice e o foco (f) é maior que a distância entre o vértice e o piso (h'). Assim, concluímos finalmente, que o foco está localizado sobre o eixo principal CV, a uma distância de $19,5m - 19,1m = 0,4m$ abaixo do piso do ginásio, que era o que queríamos determinar.

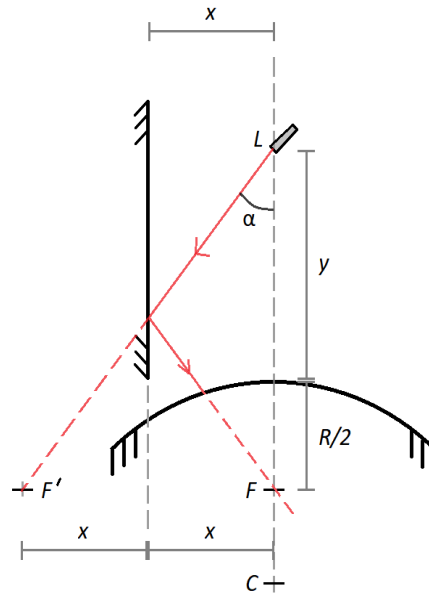
Comentário: nessa situação, o piso do ginásio funciona como um espelho plano para as ondas sonoras, que convergem, então, para um ponto $0,4m$ *acima* do piso, após a reflexão.

5) Para determinar o raio de curvatura de um dado espelho convexo, pode-se proceder da seguinte maneira. Primeiro, um espelho plano é posicionado paralelamente ao eixo principal do espelho convexo. Depois, uma fonte de luz *laser* é colocada sobre aquele eixo, mas inclinada em relação ao mesmo, como ilustra a figura abaixo.



Variando-se a inclinação da fonte de luz *laser*, verifica-se que existe um valor (não nulo) do ângulo α para o qual o raio luminoso, após sofrer reflexão nos dois espelhos, emerge paralelamente ao eixo principal do espelho convexo. Sabendo que, para um determinado espelho convexo, essa situação verifica-se quando $x=50$ cm, $y=100$ cm e $\alpha=30^\circ$, determine o raio de curvatura daquele espelho.

Solução: Essa é uma questão discursiva que envolve conceitos básicos de espelhos planos e esféricos, discutidos nos textos correspondentes. Para resolvê-la, é preciso lembrar que raios luminosos que incidem na direção do foco de um espelho convexo são refletidos paralelamente ao eixo principal daquele espelho. Isto implica que o raio luminoso emitido pela fonte de luz *laser*, após ser refletido pelo espelho plano, deve incidir sobre o espelho esférico na direção do seu foco. Por outro lado, sabemos que o ângulo de incidência é sempre igual ao ângulo de reflexão, o que se aplica em particular à reflexão que ocorre no espelho plano. Juntando essas informações, podemos completar a figura do enunciado da seguinte maneira (note que usamos que a distância focal é metade do raio de curvatura R):



A partir do triângulo retângulo LFF' na figura, onde F' representa a imagem do foco através do espelho plano, obtemos a relação

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{2x}{y + R/2} \\ \tan 30^\circ &= \frac{2 \cdot 50\text{cm}}{100\text{cm} + R/2} \\ \frac{\sqrt{3}}{3} \left(100\text{cm} + \frac{R}{2} \right) &= 100\text{cm} \\ \frac{R}{2} &= 100\sqrt{3}\text{cm} - 100\text{cm} \\ R &= (\sqrt{3} - 1)200\text{cm} \\ R &\approx 146\text{cm}, \end{aligned}$$

ou seja, o raio de curvatura do espelho convexo vale aproximadamente 146 cm.