Exercícios – Módulo Óptica Geométrica IV

Estudo analítico das lentes

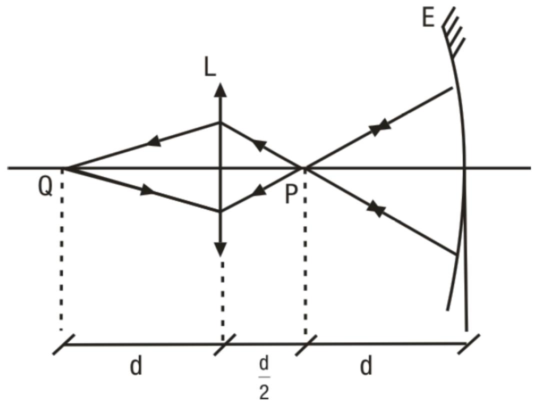
Segundo Ano do Ensino Médio

Autor: Thales Azevedo

Revisor: Lucas Lima

Portal da Física OBMEP

1) (AFA) Um espelho esférico E de distância focal *f* e uma lente convergente L estão dispostos coaxialmente, com seus eixos ópticos coincidentes. Uma fonte pontual de grande potência, capaz de emitir luz exclusivamente para a direita, é colocada em P. Os raios luminosos do ponto acendem um palito de fósforo com a cabeça em Q, conforme mostra a figura.



Considerando-se as medidas do esquema, pode-se afirmar que a distância focal da lente vale:

a) *f*

b) *f* /2

c) *f* /3

d) 2*f* /3

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda o estudo analítico de lentes delgadas e espelhos esféricos. Para resolvê-la, basta lembrar o que foi discutido nos textos correspondentes.

De acordo com a figura presente no enunciado, os raios luminosos emitidos pela fonte em P são refletidos pelo espelho esférico na mesma direção em que incidem no mesmo. Isso permite-nos concluir que o ponto P é na verdade o centro de curvatura do espelho. Sendo assim, a distância d entre o ponto P e o vértice do espelho corresponde ao raio do espelho esférico, ou seja, $d = 2f$.

Após a reflexão dos raios luminosos no espelho, o ponto P funciona como um objeto para a lente convergente. Então, para calcular a distância focal da lente (que chamaremos de F, para evitar confusão com a distância focal do espelho), basta usar a equação de Gauss, com $p = d/2 = f$ e $p' = d = 2f$:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\Rightarrow F = \frac{p \cdot p'}{p + p'}$$

$$F = \frac{f \cdot 2f}{f + 2f}$$

$$F = \frac{2}{3} f,$$

Portanto, a resposta correta encontra-se na alternativa **d)**.

2) (UNIFESP) Uma lente convergente tem uma distância focal *f* = 20,0 cm quando o meio ambiente onde ela é utilizada é o ar. Ao colocarmos um objeto a uma distância *p* = 40,0 cm da lente, uma imagem real e de mesmo tamanho que o objeto é formada a uma distância *p'* = 40,0 cm da lente. Quando essa lente passa a ser utilizada na água, sua distância focal é modificada e passa a ser 65,0 cm. Se mantivermos o mesmo objeto à mesma distância da lente, agora no meio aquoso, é correto afirmar que a imagem será

a) virtual, direita e maior.
b) virtual, invertida e maior.
c) real, direita e maior.
d) real, invertida e menor.
e) real, direita e menor.

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda o estudo analítico de lentes delgadas. Para resolvê-la, basta lembrar o que foi discutido no texto correspondente. Em particular, vimos que podemos relacionar as distâncias do objeto e da imagem à lente com a distância focal da mesma através da equação de Gauss:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{P} + \frac{1}{P'},$$

onde usamos letras maiúsculas para evitar confusão com os dados do enunciado. De fato, no meio aquoso, temos *F* = 65,0 cm, de acordo com o enunciado. Além disso, a questão pergunta sobre as características da imagem formada quando o objeto é colocado a 40,0 cm da lente (no meio aquoso). Pela equação de Gauss, temos

$$\frac{1}{65{,}0cm} = \frac{1}{40{,}0cm} + \frac{1}{P'}$$

$$\frac{1}{65{,}0cm} - \frac{1}{40{,}0cm} = \frac{1}{P'}$$

$$\frac{40{,}0 - 65{,}0}{65{,}0 \cdot 40{,}0cm} = \frac{1}{P'}$$

$$\frac{-25{,}0}{2600cm} = \frac{1}{P'}$$

$$\frac{-1}{104,0cm} = \frac{1}{P'},$$

ou seja, a imagem formada é virtual (devido ao sinal negativo) e encontra-se a 104,0 cm da lente.

Para saber se a imagem é direita ou invertida, maior ou menor que o objeto, basta aplicar a equação do aumento linear transversal:

$$A = \frac{-P'}{P}$$

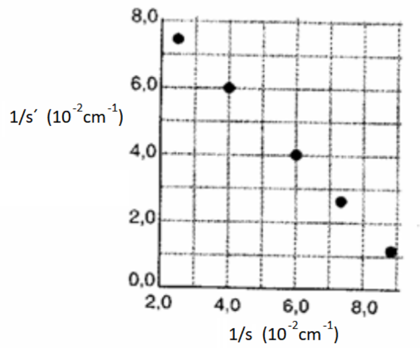
$$A = \frac{104,0cm}{40,0cm}$$

$$A = 2,6.$$

Portanto, como A é positivo e maior do que 1, podemos concluir que a imagem é direita e maior que o objeto, e a resposta correta encontra-se na alternativa **a)**.

Comentário: como a questão perguntava apenas características qualitativas e não quantitativas (por exemplo, se a imagem era maior que o objeto, sem se preocupar com quanto maior ela era), poderíamos ter chegado à resposta fazendo uma figura e usando raios particulares para determinar a imagem formada, sabendo que, no meio aquoso, o objeto encontra-se entre o foco e o centro óptico da lente (porque 40,0 cm < 65,0 cm).

3) **(ITA)** Numa certa experiência, mediu-se a distância *s* entre um objeto e uma lente e a distância *s'* entre a lente e sua imagem real, em vários pontos. O resultado dessas medições é apresentado na figura. Examinando-se cuidadosamente o gráfico, conclui-se que:



a) a distância focal da lente é de 10 cm.
b) a distância focal da lente é de 100 cm.
c) a distância focal da lente é de 8,0 cm.
d) a distância focal da lente é de 2,0 cm.
e) a distância focal da lente é de 0,01 cm.

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda o estudo analítico de lentes delgadas, além de envolver também leitura de gráficos e um certo cuidado com as unidades. Para resolvê-la, podemos começar analisando o gráfico fornecido no enunciado. Note que os pontos no gráfico sugerem uma relação afim (ou seja, do tipo $y = \mathrm{A}x + \mathrm{B}$) entre $1/s'$ e $1/s$. Isto está em acordo com a equação de Gauss (aqui usamos s no lugar de p, que seria a escolha mais tradicional, mas o conteúdo da equação evidentemente não se altera). De fato, temos

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s},$$

que é da forma $y = \mathrm{A}x + \mathrm{B}$ com $y = 1/s'$, $x = 1/s$, $\mathrm{A} = -1$ e $\mathrm{B} = 1/f$.

Para determinar a distância focal f, basta então utilizar um dos pontos fornecidos no gráfico. Por exemplo, podemos utilizar o ponto $(x, y) = (1/s, 1/s') = (4{,}0\times10^{-2}, 6{,}0\times10^{-2})\mathrm{cm}^{-1}$. Substituindo na equação de Gauss, ficamos com

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}$$

$$\frac{1}{f} = 4{,}0 \times 10^{-2} cm^{-1} + 6{,}0 \times 10^{-2} cm^{-1}$$

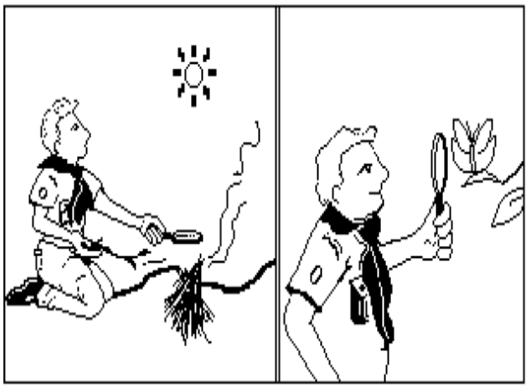
$$\frac{1}{f} = 10{,}0 \times 10^{-2} cm^{-1}$$

$$\frac{1}{f} = 1{,}0 \times 10^{-1} cm^{-1}$$

$$\Rightarrow f = \frac{1}{10^{-1} cm^{-1}},$$

ou seja, $f = 10$ cm, e a resposta correta encontra-se na alternativa **a)**.

4) (UFRJ) Um escoteiro usa uma lupa para acender uma fogueira, concentrando os raios solares num único ponto a 20 cm da lupa. Utilizando a mesma lupa, o escoteiro observa os detalhes da asa de uma borboleta ampliada quatro vezes.



a) Qual é a distância focal da lente? Justifique sua resposta.
b) Calcule a que distância da asa da borboleta o escoteiro está posicionando a lupa.

Solução: Esta é uma questão discursiva que aborda o estudo analítico de lentes esféricas. Para resolver o primeiro item, basta lembrar uma propriedade básica de lentes convergentes. De fato, como o enunciado afirma que os raios solares são concentrados em um único ponto, podemos concluir que a lente da lupa é convergente. Além disso, de acordo com a figura presente no enunciado, o sol está bem acima da lupa no momento em que o escoteiro acende a fogueira, o que indica que os raios solares incidem paralelamente ao eixo focal da lente. Sendo assim, os raios solares são refratados na direção do foco da lente. Como, de acordo com o enunciado, os raios refratados encontram-se em um ponto a 20 cm da lente, concluímos que a distância focal da lente é dada exatamente por ***f* = 20 cm**.

Para resolver o item b), precisamos usar o que aprendemos no texto sobre o estudo analítico de lentes esféricas. De acordo com o enunciado, o escoteiro observa através da mesma lupa uma imagem que possui o quádruplo do tamanho do objeto (a asa da borboleta). Portanto, a equação do aumento linear transversal dá-nos

$$A = \frac{i}{o} = \frac{-p'}{p} = 4,$$

ou seja,

$$p' = -4p.$$

Por outro lado, pela equação de Gauss, temos

$$f = \frac{p'p}{p+p'}.$$

No caso específico desta questão, vimos que $p' = -4p$, de modo que podemos escrever

$$f = \frac{(-4p)p}{p+(-4p)}$$

$$f = \frac{-4p^2}{-3p}$$

$$f = \frac{4}{3}p,$$

ou seja,

$$p = \frac{3}{4}f.$$

Como a lupa é a mesma, temos do item a) que f = +20 cm (com sinal positivo, de acordo com as convenções do referencial de Gauss, uma vez que a lente é convergente), o que nos dá, finalmente,

$$p = \frac{3}{4}20cm$$

$$p = 15cm.$$

Portanto, a distância da asa da borboleta (objeto) à lupa (lente convergente) é de 15 cm.

5) **(UFG)** Em um arranjo experimental, uma lente convergente, disposta frontalmente entre uma lâmpada acesa de bulbo transparente e uma parede, foi deslocada horizontalmente até se obter uma imagem do filamento aumentada em 3 vezes. Sendo 2,0 m a distância da lâmpada à parede, calcule a distância focal da lente.

Solução: Esta é uma questão discursiva que aborda o estudo analítico de lentes esféricas. Para resolvê-la, basta usar o que aprendemos no texto correspondente. De acordo com o enunciado, a imagem da lâmpada é projetada numa parede que dista 2,0 m da lâmpada. Para que uma imagem seja projetada em uma dada superfície, é necessário que os raios luminosos (e não seus prolongamentos) atinjam a superfície em questão. Isso implica que a imagem necessariamente é real. Ainda de acordo com o enunciado, a imagem projetada tem o triplo do tamanho do objeto (a lâmpada). Sendo assim, a equação do aumento linear transversal dá-nos

$$A = \frac{-p'}{p} = -\ 3,$$

ou seja, $p'=3p$. Note que o enunciado não diz explicitamente que a imagem é invertida em relação ao objeto, mas, como tanto o objeto como a imagem são reais, temos $p > 0$ e $p' > 0$, o que implica que $A < 0$. (Uma maneira alternativa de chegar à mesma conclusão é recorrer à construção geométrica da imagem.)

Além disso, lembrando que o enunciado nos diz que a distância entre o objeto (lâmpada) e a imagem formada na parede é de 2,0 metros, e que a lente encontra-se entre o objeto e a imagem, concluímos que a soma da distância do objeto à lente (p) com a distância da imagem à lente (p') dá exatamente 2,0 metros, ou seja,

$$p + p' = 2,0m.$$

Mas, como $p'=3p$,

$$p + 3p = 2,0m$$

$$4p = 2,0m$$

$$p = 0,5m,$$

o que por sua vez implica que $p' = 3.\ (0,5\ m) = 1,5\ m$. Finalmente, para calcular a distância focal da lente, como pede a questão, basta usar a equação de Gauss:

$$f = \frac{p'p}{p+p'}$$

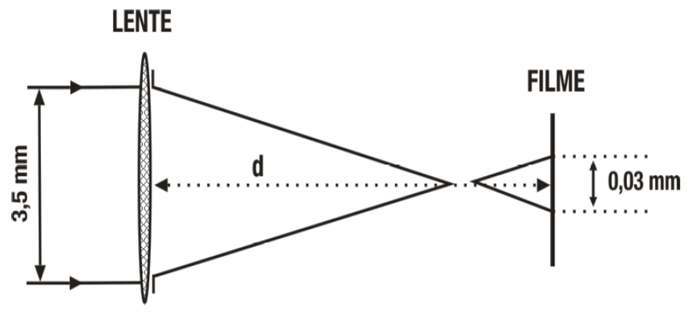
$$f = \frac{(1,5)\cdot(0,5)}{0,5+1,5}m$$

$$f = \frac{0,75}{2,0}m$$

$$f = 0,375m.$$

Logo, a distância focal da lente vale 0,375 m.

6) (UNICAMP) Em uma máquina fotográfica de foco fixo, a imagem de um ponto no infinito é formada antes do filme, conforme ilustra o esquema. No filme, esse ponto está ligeiramente desfocado e sua imagem tem 0,03 mm de diâmetro. Mesmo assim, as cópias ampliadas ainda são nítidas para o olho humano. A abertura para a entrada de luz é de 3,5 mm de diâmetro e a distância focal da lente é de 35 mm.



a) Calcule a distância d do filme à lente.

b) A que distância da lente um objeto precisa estar para que sua imagem fique exatamente focalizada no filme?

Solução: Esta é uma questão discursiva que aborda o estudo analítico de lentes esféricas. Para resolver o primeiro item, basta lembrar uma propriedade básica de lentes convergentes, além de conhecimentos básicos de Geometria plana (semelhança de triângulos). De fato, a figura presente no enunciado mostra que os raios luminosos que incidem paralelamente ao eixo principal da lente convergem para um único ponto. De acordo com o que estudamos, podemos concluir que este ponto é o foco da lente. Sendo assim, a altura do triângulo maior na figura é dada exatamente pela distância focal f = 35 mm. Já a altura do triângulo menor é dada por $d - f$. Como os dois triângulos são semelhantes, temos que a razão entre suas bases é igual à razão entre suas alturas, ou seja,

$$\frac{3{,}5mm}{0{,}03mm} = \frac{f}{d-f}.$$

Multiplicando em cruz e substituindo f = 35 mm, ficamos com

$$(d - 35mm)3,5 = 0,03 \cdot (35mm)$$

$$d - 35mm = 0,3mm$$

$$d = 35,3mm,$$

ou seja, a distância do filme à lente vale 35,3 mm.

Para resolver o item b), precisamos usar o que aprendemos no texto sobre o estudo analítico de lentes esféricas. Para que a imagem de um objeto fique exatamente focalizada no filme, a distância da imagem à lente (p') deve ser igual à distância do filme à lente (d), calculada no item anterior. Portanto, devemos ter

$$p' = d = 35,3mm.$$

Além disso, de acordo com o enunciado, a distância focal da lente vale f = 35 mm. Sendo assim, para obter a distância do objeto à lente (p) nesta situação, basta utilizar a equação de Gauss:

$$f = \frac{p'p}{p+p'}$$

$$35 = \frac{35{,}3p}{p+35{,}3mm}$$

$$35 \cdot (p + 35,3mm) = 35,3p$$

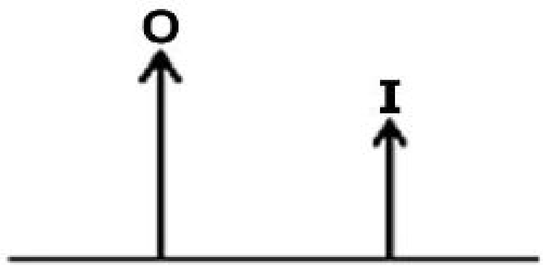
$$35p + 35 \cdot 35,3mm = 35,3p$$

$$1.235,5mm = 0,3p$$

$$p = \frac{1.235,5}{0,3} mm.$$

Logo, o objeto deve estar a aproximadamente 4.118 mm, ou seja, 4,1 m da lente.

7) (UFRGS) Na figura abaixo, **O** representa um objeto real e **I** sua imagem virtual formada por uma lente esférica.



Assinale a alternativa que preenche as lacunas do enunciado abaixo, na ordem em que aparecem.

Com base nessa figura, é correto afirmar que a lente é ________ e está posicionada __________.

a) convergente – à direita de I

b) convergente – entre O e I

c) divergente – à direita de I

d) divergente – entre O e I

e) divergente – à esquerda de O

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda a formação de imagens em lentes esféricas. Para resolvê-la, podemos pensar na construção geométrica das imagens através dos raios particulares ou, de forma equivalente, usar o que aprendemos no texto sobre o estudo analítico de lentes esféricas. Nesta solução, daremos preferência ao estudo analítico, para ilustrar a sua aplicação.

De acordo com o enunciado, a imagem é virtual. Isso implica que o objeto e a sua imagem devem estar do mesmo lado da lente. Tal informação já é suficiente para que descartemos as alternativas b) e d).

Além disso, a figura presente no enunciado mostra claramente que a imagem formada é menor que o objeto em questão. A equação do aumento linear transversal implica, então, que

$$A = \frac{i}{o} = \frac{-p'}{p} < 1,$$

ou seja, $-p' < p$. Como a imagem é virtual, temos $p' < 0$, o que também poderia ser concluído a partir do fato de a imagem ser direita e, portanto, $A > 0$. Desse modo, para tornar a discussão mais clara, podemos chamar a distância da imagem à lente de d, sendo $d = -p'$. (Lembre-se de que p' é uma coordenada, não a distância em si. Distâncias são sempre positivas.) Temos, assim, $d < p$, ou seja, a distância da imagem à lente é menor que a distância do objeto à lente. Isto só é possível se a lente estiver à direita da imagem na figura presente no enunciado. Com isso, descartamos também a alternativa e).

Para encontrar, enfim, a alternativa correta, precisamos determinar se a lente em questão é convergente (alternativa a)) ou divergente (alternativa c)). Para tanto, basta recorrermos à equação de Gauss:

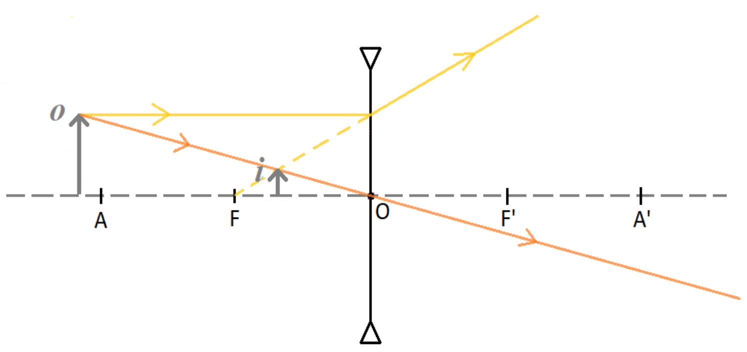
$$f = \frac{p'p}{p+p'}.$$

Usando nossa definição $d = -p'$, podemos reescrever a equação acima como

$$f = \frac{-dp}{p-d}.$$

Agora, o numerador da expressão acima é negativo, uma vez que tanto d como p são positivos, enquanto o denominador é positivo, já que $d < p$ implica $p - d > 0$. Portanto, f é a razão de um número negativo por um número positivo, o que garante que $f < 0$. Assim, concluímos que a lente em questão é *divergente*, e a resposta correta encontra-se na alternativa **c)**.

Comentário: apenas como ilustração, apresentamos uma figura que representa essa situação quando a lente é incluída.

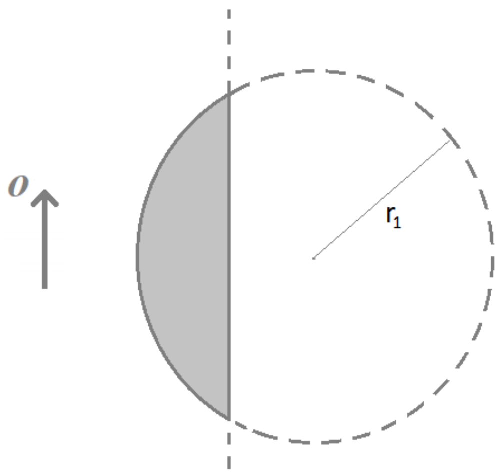


8) Uma lente plano-convexa feita de acrílico foi fabricada de modo que sua superfície convexa possui raio de curvatura igual a 50 cm. Considerando o índice de refração do acrílico igual a $^3/_2$, calcule a distância focal dessa lente quando imersa no ar ($n_{Ar} = 1$).

Solução: Esta é uma questão discursiva que aborda a equação de Halley, ou equação dos fabricantes de lentes. Para resolvê-la, basta utilizar a equação que deduzimos no texto correspondente:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_B}{n_A} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

De acordo com o enunciado, a lente em questão é do tipo plano-convexa. A figura abaixo traz um exemplo desse tipo de lente.



Na equação de Halley, r_1 corresponde ao raio da superfície mais próxima do objeto, enquanto r_2 corresponde ao raio da superfície mais distante. Além disso, no caso de uma superfície plana, podemos pensá-la como uma superfície esférica cujo raio tende ao infinito. Sendo assim, no caso descrito no enunciado, temos r_1 = 50 cm e $r_2 \to \infty$, de modo que $1/r_2 \to 0$. Substituindo esses valores na fórmula de Halley, e usando $n_A = 1$ e $n_B = {}^3/_2$, encontramos finalmente

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{\frac{3}{2}}{1} - 1\right)\left(\frac{1}{50cm} - 0\right)$$

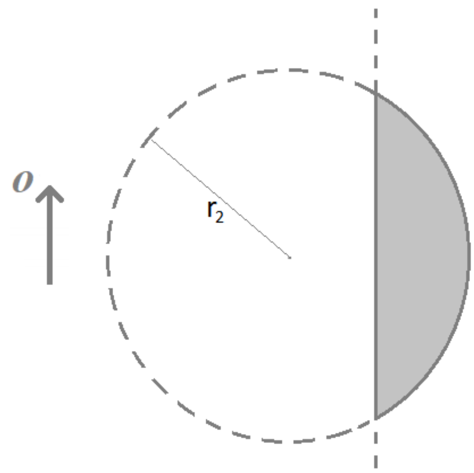
$$\frac{1}{f} = \left(\frac{3}{2} - 1\right)\frac{1}{50cm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{50cm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{100cm},$$

ou seja, a distância focal da lente é de 100 cm ou 1 m.

Comentário: note que, se tivéssemos imaginado a lente posicionada como na figura abaixo, o resultado seria o mesmo, como o esperado.



Isso porque, neste caso, o centro de curvatura da superfície 2 (mais distante do objeto) possui coordenada negativa no referencial de Gauss, por estar do mesmo lado que o objeto. Portanto, nesse caso, teríamos $r_1 \to \infty$ e $r_2 = -50$ cm, de modo que, assim como no caso anterior,

$$\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} = 0 - \frac{1}{-50cm} = \frac{1}{50cm}.$$

9) Considere uma lente delgada que, quando imersa no ar, é convergente. Já quando imersa em glicerina, a lente possui a mesma distância focal (em módulo) do caso anterior, mas agora é divergente. Sabendo que os índices de refração do ar e da glicerina valem, respectivamente, $n_{Ar}=1$ e $n_{Glicerina} = {}^3/_2$, encontre o valor do índice de refração do material de que é feita essa lente.

Solução: Esta é uma questão discursiva que aborda a equação de Halley, ou equação dos fabricantes de lentes. Para resolvê-la, basta utilizar a equação que deduzimos no texto correspondente:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_B}{n_A} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

O enunciado não especifica os raios de curvatura da lente em questão, mas sabemos que, quando imersa no ar, ela é convergente. Portanto, a equação de Halley para tal lente fica

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_{lente}}{1} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$\frac{1}{f} = \left(n_{lente} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

Como, nesta situação, a lente é convergente, concluímos que $f > 0$. Isso é esperado porque, quando uma lente de borda fina é imersa em um meio menos refringente que o material de que ela é feita, ela se comporta como uma lente convergente. Essa informação está contida na equação de Halley.

Agora, de acordo com o enunciado, quando essa mesma lente é imersa em glicerina ($n_{\text{Glicerina}} = {}^3/_2$), ela se comporta como uma lente divergente cuja distância focal (em módulo) também é f. Porém, sendo a lente divergente, devemos escrever $-f$ na equação de Halley, de acordo com as convenções do referencial de Gauss. Logo, na situação em que essa lente é imersa em glicerina, a equação de Halley fica

$$\frac{1}{-f} = \left(\frac{n_{lente}}{n_{Glicerina}} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$\frac{1}{f} = \left(1 - \frac{n_{lente}}{n_{Glicerina}}\right)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

Note que, sendo a mesma lente, os valores de r_1 e r_2 também são os mesmos. Logo, podemos igualar as equações obtidas a partir das duas situações para encontrar o valor de n_{lente}:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f}$$

$$\left(n_{lente} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \left(1 - \frac{n_{lente}}{n_{Glicerina}}\right)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$n_{lente} - 1 = 1 - \frac{n_{lente}}{n_{Glicerina}}$$

$$n_{lente} + \frac{n_{lente}}{n_{Glicerina}} = 2$$

$$\left(1 + \frac{1}{n_{Glicerina}}\right)n_{lente} = 2$$

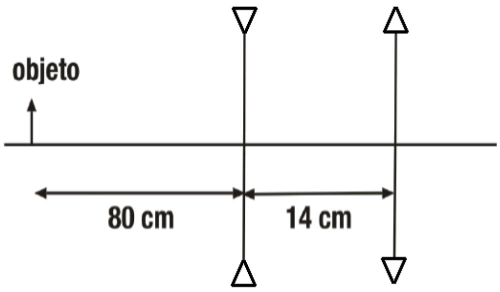
$$\left(1 + \frac{2}{3}\right)n_{lente} = 2$$

$$\frac{5}{3} n_{lente} = 2$$

$$n_{lente} = \frac{6}{5},$$

ou seja, o índice de refração do material de que a lente é feita vale 1,2.

10) (ITA) A figura mostra um sistema óptico constituído de uma lente divergente, com distância focal $f_1 = -20$ cm, distante 14 cm de uma lente convergente com distância focal $f_2 = 20$ cm. Se um objeto linear é posicionado a 80 cm à esquerda da lente divergente, pode-se afirmar que a imagem definitiva formada pelo sistema



a) é real e o fator de ampliação linear do sistema é –0,4.
b) é virtual, menor e direta em relação ao objeto.
c) é real, maior e invertida em relação ao objeto.
d) é real e o fator de ampliação linear do sistema é –0,2.
e) é virtual, maior e invertida em relação ao objeto.

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda o estudo analítico de lentes delgadas. Para resolvê-la, basta lembrar o que foi discutido no texto correspondente. De fato, vimos que as posições de um objeto e de sua imagem relativas a uma dada lente são relacionadas pela equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}.$$

Além disso, o fator de ampliação linear é dado por

$$A = \frac{-p'}{p}.$$

Para obter a imagem final do objeto formada pela associação de lentes mostrada na figura presente no enunciado, precisamos analisar separadamente as imagens formadas por cada uma das lentes. Assim, ignorando por enquanto a lente convergente, podemos usar a equação de Gauss para encontrar a posição da imagem do objeto formada pela lente divergente:

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_1'}$$

$$\frac{1}{-20cm} = \frac{1}{80cm} + \frac{1}{p_1'}$$

$$\frac{-4}{80cm} - \frac{1}{80cm} = \frac{1}{p_1'}$$

$$\frac{-5}{80cm} = \frac{1}{p_1'}$$

$$\Rightarrow p_1' =- 16cm,$$

ou seja, a imagem formada pela lente divergente está a 16 cm à esquerda daquela lente, de acordo com as convenções do referencial de Gauss. Com tal informação, podemos calcular o fator de ampliação linear devido à lente divergente:

$$A_1 = \frac{-p_1'}{p_1} = \frac{16cm}{80cm} = 0,2.$$

Agora, a imagem formada pela lente divergente funciona como objeto para a lente convergente. Como aquela imagem está a 16 cm à esquerda da lente divergente e, de acordo com o enunciado, a lente divergente está a 14 cm da lente convergente, então a imagem formada pela lente divergente está a 16 cm + 14 cm = 30 cm da lente convergente, ou seja, p_2 = 30 cm. Sendo assim, podemos aplicar novamente a equação de Gauss para encontrar a posição da imagem final:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_2'}$$

$$\frac{1}{20cm} = \frac{1}{30cm} + \frac{1}{p_2'}$$

$$\frac{1}{20cm} - \frac{1}{30cm} = \frac{1}{p_2'}$$

$$\Rightarrow p_2' = \frac{30 \cdot 20}{30-20} cm$$

$$p_2' = \frac{600}{10} cm$$

$$p_2' = 60cm,$$

ou seja, a imagem final é formada a 60 cm à direita da lente convergente. Calculando o fator de ampliação linear devido à lente convergente, obtemos

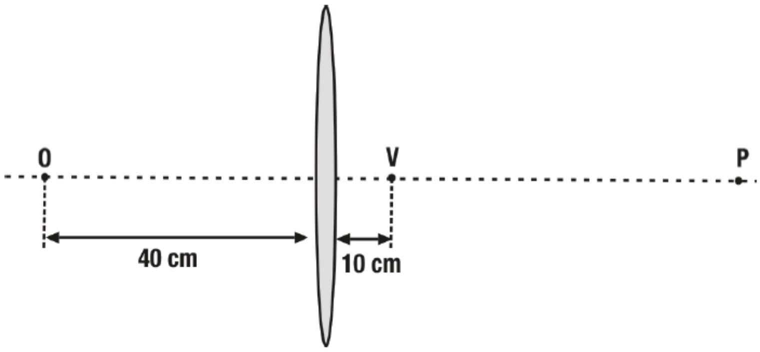
$$A_2 = \frac{-p_2'}{p_2} = \frac{-60cm}{30cm} =- 2.$$

Dados A_1 e A_2, podemos finalmente calcular o fator de ampliação linear devido ao sistema como um todo, que é dado pelo produto dos fatores:

$$A = A_1 \cdot A_2 = 0,2 \cdot (-2) = -0,4.$$

Portanto, concluímos que a resposta correta encontra-se na alternativa **a)**. (Note que, como a imagem final forma-se à direita da lente convergente, trata-se de fato de uma imagem real.)

11) **(OBF)** Um objeto **O** é colocado a uma distância de 40 cm de uma lente delgada convergente, de distância focal f_1 = 20 cm. A imagem é formada no ponto **P** da figura. Retirando-se apenas a lente e colocando em **V** um espelho convexo, com seu eixo coincidente com a reta **OP**, a imagem de **O** é formada no mesmo ponto **P**. Determine a distância focal do espelho.



Solução: Esta é uma questão discursiva que aborda o estudo analítico de lentes delgadas e espelhos esféricos. Para resolvê-la, basta fazer sucessivas aplicações da equação de Gauss, válida tanto para lentes quanto para espelhos esféricos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}.$$

De fato, na situação inicial descrita no enunciado, temos um objeto a 40 cm de uma lente convergente cuja distância focal é f_1 = 20 cm. Portanto, a equação de Gauss dá-nos

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_1'}$$

$$\frac{1}{20cm} = \frac{1}{40cm} + \frac{1}{p_1'}$$

$$\frac{2}{40cm} - \frac{1}{40cm} = \frac{1}{p_1'}$$

$$\frac{1}{40cm} = \frac{1}{p_1'},$$

ou seja, o ponto **P** em que a imagem é formada dista 40 cm da lente.

Depois, de acordo com a figura presente no enunciado, introduz-se um espelho convexo 10 cm à direita da posição original da lente, no ponto **V**. Uma vez retirada a lente, temos então uma nova situação em que um objeto está a 50 cm de um espelho convexo. Ainda de acordo com o enunciado, nesta situação, a imagem do objeto é formada no mesmo ponto **P** de antes. Como vimos que a distância p_1' da imagem à lente era de 40 cm, e o espelho está no ponto **V**, 10 cm à direita da posição original da lente, concluímos que a distância da nova imagem ao espelho vale 30 cm.

Note, porém, que a imagem forma-se atrás do espelho, ou seja, trata-se de uma imagem virtual. Por esse motivo, temos $p_2' = -30$ cm, de acordo com as convenções do referencial de Gauss para os espelhos esféricos. Logo, a equação de Gauss dá-nos

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_2'}$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{50cm} + \frac{1}{-30cm}$$

$$\Rightarrow f_2 = \frac{-30\cdot 50}{50-30}cm$$

$$f_2 = \frac{-1500}{20}cm$$

$$f_2 = -\ 75cm,$$

ou seja, a distância focal do espelho convexo é de 75 cm.

12) (FUVEST) A distância entre um objeto a uma tela é de 80 cm. O objeto é iluminado e, por meio de uma lente delgada posicionada adequadamente entre o objeto e a tela, uma imagem do objeto, nítida e ampliada 3 vezes, é obtida sobre a tela. Para que isso seja possível, a lente deve ser:

a) convergente, com distância focal de 15 cm, colocada a 20 cm do objeto.

b) convergente, com distância focal de 20 cm, colocada a 20 cm do objeto.

c) convergente, com distância focal de 15 cm, colocada a 60 cm do objeto.

d) divergente, com distância focal de 15 cm, colocada a 60 cm do objeto.

e) divergente, com distância focal de 20 cm, colocada a 20 cm do objeto.

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda o estudo analítico de lentes delgadas. Para resolvê-la, basta lembrar o que foi discutido no texto correspondente. De fato, vimos que as posições de um objeto e de sua imagem relativas a uma dada lente são relacionadas pela equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}.$$

Além disso, o fator de ampliação linear é dado por

$$A = \frac{-p'}{p}.$$

De acordo com o enunciado, a distância entre o objeto e tela onde sua imagem é projetada vale 80 cm. Logo, a soma da distância do objeto à lente (p) com a distância da imagem à lente (p') mede 80 cm, ou seja,

$$p + p' = 80cm.$$

Note que $p' > 0$, por se tratar de uma imagem real (apenas imagens reais podem ser projetadas).

Ainda de acordo com o enunciado, a imagem tem 3 vezes o tamanho do objeto. Note, porém, que o enunciado não diz se a imagem é direita ou invertida. Portanto, o fator de ampliação linear poderia ser $A = 3$ ou $A = -3$, a princípio. Mas vimos que $p' > 0$ e sabemos que $p > 0$ (porque o objeto é real). Sendo assim, a equação para A permite-nos concluir que, neste caso, devemos ter $A < 0$. Temos, então,

$$-3 = \frac{-p'}{p}$$

$$\Rightarrow p' = 3p.$$

Além disso, vimos que $p + p' = 80cm$, então

$$p + 3p = 80cm$$

$$4p = 80cm$$

$$\Rightarrow p = 20cm.$$

Para resolver a questão, falta apenas determinar a distância focal da lente. Para isso, usamos a equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{3p}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{3}{3p} + \frac{1}{3p}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{4}{3p}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{4}{60cm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{15cm},$$

ou seja, a resposta correta encontra-se na alternativa **a)** (note que podemos concluir que a lente em questão é convergente porque $f > 0$).

13) (FURG) Um objeto real está colocado diante de uma lente convergente imersa no ar. A imagem desse objeto forma-se no mesmo lado, numa posição cuja distância à lente é maior do que a distância do objeto à lente. Nessa situação, a imagem formada é:

a) virtual, direita e maior do que o objeto.
b) virtual, invertida e maior do que o objeto.
c) real, invertida e menor que o objeto.
d) real, direita e menor que o objeto.
e) real, invertida e maior que o objeto.

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda o estudo analítico de lentes delgadas. Para resolvê-la, basta lembrar o que foi discutido no texto correspondente. De fato, como o enunciado diz que a imagem forma-se do mesmo lado que o objeto, já podemos afirmar que se trata de uma imagem virtual. Por esse motivo, de acordo com as convenções de Gauss, temos $p' < 0$. Como o enunciado fala sobre a distância da imagem à lente, é conveniente trabalhar com a variável $d = -p'$, de modo que $d > 0$.

Como sabemos que a imagem é virtual, podemos descartar as alternativas c), d) e e). Para decidir entre as alternativas a) e b), precisamos calcular o aumento linear transversal, dado por

$$A = \frac{-p'}{p},$$

ou seja,

$$A = \frac{d}{p}.$$

Como, de acordo com o enunciado, a distância da imagem à lente é maior do que a distância do objeto à lente, temos $d > p$, que pela expressão acima implica $A > 1$. Isso permite-nos concluir que a imagem é maior do que o objeto e é direita (porque $A > 0$). Portanto, a resposta correta encontra-se na alternativa **a)**.

14) (ITA) Uma pequena lâmpada é colocada a 1,0 m de distância de uma parede. Pede-se a distância a partir da parede em que deve ser colocada uma lente de distância focal 22,0 cm para produzir na parede uma imagem nítida e ampliada da lâmpada.

a) 14 cm
b) 26,2 cm
c) 67,3 cm
d) 32,7 cm
e) outro valor

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda o estudo analítico de lentes delgadas. Para resolvê-la, basta lembrar o que foi discutido no texto correspondente. De fato, sabemos que as posições do objeto e da imagem em relação à lente estão relacionadas através da equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}.$$

Além disso, como o enunciado traz uma situação em que se deseja projetar a imagem de uma lâmpada numa parede, é claro que a lente deve estar localizada entre o objeto (a lâmpada) e a parede (posição da imagem). Sendo assim, a distância do objeto à parede é igual à soma da distância do objeto à lente com a distância da lente à imagem, ou seja,

$$100cm = p + p'$$

$$\Rightarrow p = 100cm - p',$$

onde usamos que, de acordo com o enunciado, a distância entre o objeto e a parede vale 1,0 m = 100 cm. Substituindo o resultado acima na equação de Gauss, ficamos com

$$\frac{1}{22cm} = \frac{1}{100cm - p'} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{22cm} = \frac{p' + (100cm - p')}{(100cm - p')p'}$$

$$\frac{1}{22cm} = \frac{100cm}{(100cm)p' - (p')^2}$$

$$(100cm)p' - (p')^2 = 2200cm^2$$

$$(p')^2 - (100cm)p' + 2200cm^2 = 0.$$

Esta é uma equação do 2º grau, que em geral possui duas soluções distintas, dadas pela fórmula de Bhaskara:

$$p' = \frac{1}{2}\left(100cm \pm \sqrt{(100cm)^2 - 4 \times 2200cm^2}\right)$$

$$p' = \frac{1}{2}\left(100cm \pm \sqrt{10000cm^2 - 8800cm^2}\right)$$

$$p' = \frac{1}{2}\left(100cm \pm \sqrt{1200cm^2}\right)$$

$$p' \approx \frac{1}{2}(100cm \pm 34,6cm)$$

$$p' \approx 50cm \pm 17,3cm,$$

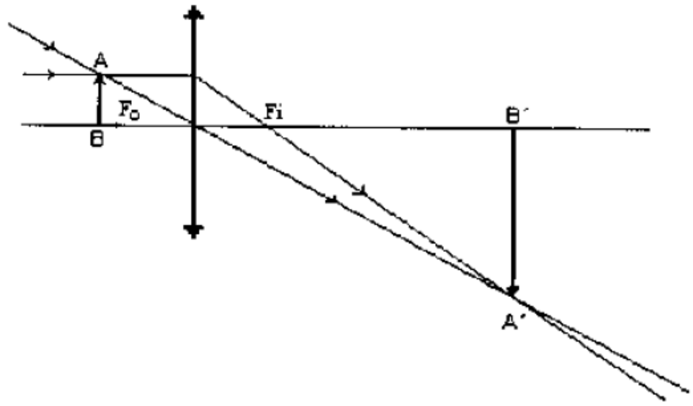
ou seja, tanto $p' \approx 32,7$ cm quanto $p' \approx 67,3$ cm resolvem a equação. Não por acaso, encontramos os dois valores entre as alternativas da questão.

Como decidir qual o valor correto neste caso? Note que o enunciado traz uma informação que ainda não foi usada: a imagem produzida deve ser ampliada, ou seja, maior que o objeto. Desse modo, podemos recorrer à equação do aumento linear transversal:

$$A = \frac{-p'}{p}.$$

Para que a imagem seja ampliada, devemos ter $|A| > 1$, ou seja, $p' > p$. Portanto, como sabemos que $p + p' = 100$ cm, concluímos que $p' \approx 67,3$ cm, e a resposta correta encontra-se na alternativa **c)**.

15) **(FURG)** A figura mostra o esquema óptico de um projetor de *slides*. Ressalte-se que a figura é apenas ilustrativa, sem compromisso de escala com os dados do problema. O *slide* AB projeta uma imagem ampliada A'B' de 20 vezes na tela. A lente objetiva tem uma distância focal de 10 cm. A distância da lente objetiva até a imagem na tela é



a) 10,0 cm.
b) 10,5 cm.
d) 21,0 cm.
c) 20,0 cm.
e) 210 cm.

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda o estudo analítico de lentes delgadas. Para resolvê-la, basta lembrar o que foi discutido no texto correspondente. De fato, como o enunciado diz que a imagem possui 20 vezes o tamanho do objeto (e é invertida, como mostra a figura) a equação do aumento linear transversal dá-nos:

$$A = \frac{-p'}{p}$$

$$-\ 20 = \frac{-p'}{p}$$

$$\Rightarrow p = \frac{p'}{20}.$$

Por outro lado, sabemos que as posições do objeto e da imagem em relação à lente estão relacionadas através da equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{10cm} = \frac{20}{p'} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{10cm} = \frac{21}{p'}$$

$$\Rightarrow p' = 210cm.$$

Portanto, a distância da lente objetiva até a imagem na tela é de 210 cm, e resposta correta encontra-se na alternativa **e)**.

16) (FUVEST) A distância entre um objeto e uma tela é de 80 cm. O objeto é iluminado e, por meio de uma lente delgada posicionada adequadamente entre o objeto e a tela, uma imagem do objeto, nítida e ampliada 3 vezes, é obtida sobre a tela.
Para que isso seja possível, a lente deve ser:

a) convergente, com distância focal de 15 cm, colocada a 20 cm do objeto.
b) convergente, com distância focal de 20 cm, colocada a 20 cm do objeto.
c) convergente, com distância focal de 15 cm, colocada a 60 cm do objeto.
d) divergente, com distância focal de 15 cm, colocada a 60 cm do objeto.
e) divergente, com distância focal de 20 cm, colocada a 20 cm do objeto.

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda o estudo analítico de lentes delgadas. Para resolvê-la, basta lembrar o que foi discutido no texto correspondente. De fato, sabemos que as posições do objeto e da imagem em relação à lente estão relacionadas através da equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}.$$

Além disso, de acordo com o enunciado, a distância entre o objeto e a tela em que sua imagem é projetada vale 80 cm. Logo,

$$80cm = p + p'$$

$$\Rightarrow p' = 80cm - p.$$

Por outro lado, o enunciado também diz que a imagem é ampliada 3 vezes em relação ao objeto. Sendo assim, a equação do aumento linear transversal dá-nos

$$A = \frac{-p'}{p} =- 3$$

$$\Rightarrow p' = 3p.$$

Note que A tem que ser negativo porque tanto p quanto p' são positivos (objeto e imagem reais, apenas imagens reais podem ser projetadas), por isso usamos $A = -3$.

Combinando as duas equações para p' acima, ficamos com

$$3p = 80cm - p$$

$$4p = 80cm$$

$$p = 20cm,$$

ou seja, a lente deve ser colocada a 20 cm do objeto.

Finalmente, substituindo os resultados acima na equação de Gauss, obtemos

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{20cm} + \frac{1}{60cm}$$

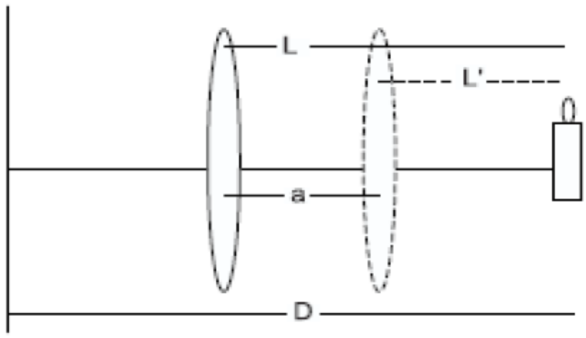
$$\frac{1}{f} = \frac{3}{60cm} + \frac{1}{60cm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{4}{60cm}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{15cm}.$$

Portanto, a lente deve ser convergente ($f > 0$), com distância focal de 15 cm, e colocada a 20 cm do objeto, como dito na alternativa a **a)**.

17) (ITA) Uma vela está a uma distância D de um anteparo sobre o qual se projeta uma imagem com lente convergente. Observa-se que as duas distâncias L e L' entre a lente e a vela para as quais se obtém uma imagem nítida da vela no anteparo distam uma da outra de uma distância a. O comprimento focal da lente é então:



a) $\frac{D-a}{2}$
b) $\frac{D^2-a^2}{4D}$
c) $\frac{D+a}{2}$
d) $\frac{D^2+a^2}{4D}$
e) $2a$

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda o estudo analítico de lentes delgadas. Para resolvê-la, podemos considerar as duas configurações separadamente. Vamos chamar a configuração na qual a distância entre a lente e a vela vale L de configuração 1, enquanto aquela na qual a distância entre a lente e a vela vale L' será chamada de configuração 2.

Para a configuração 1, a equação de Gauss dá

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_1'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{L} + \frac{1}{D-L}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{D-L}{L(D-L)} + \frac{L}{L(D-L)}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{D}{L(D-L)}$$

$$L(D - L) = Df$$

$$L^2 - DL + Df = 0$$

$$\Rightarrow L = \frac{1}{2}\left(D \pm \sqrt{D^2 - 4Df}\right).$$

Já para a configuração 2, temos

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_2'}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{L'} + \frac{1}{D-L'}$$

$$\Rightarrow L' = \frac{1}{2}\left(D \pm \sqrt{D^2 - 4Df}\right),$$

seguindo os mesmos passos que levaram à equação para L. Como L > L' (de acordo com a figura presente no enunciado), devemos escolher o sinal positivo na equação para L e o sinal negativo na equação para L', ou seja,

$$L = \frac{1}{2}\left(D + \sqrt{D^2 - 4Df}\right)$$

e

$$L' = \frac{1}{2}\left(D - \sqrt{D^2 - 4Df}\right).$$

Finalmente, como sabemos que L − L' = a, podemos usar essa informação para determinar a distância focal f da lente:

$$L - L' = a$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\left(D + \sqrt{D^2 - 4Df}\right) - \frac{1}{2}\left(D - \sqrt{D^2 - 4Df}\right) = a$$

$$\Leftrightarrow \left(D + \sqrt{D^2 - 4Df}\right) - \left(D - \sqrt{D^2 - 4Df}\right) = 2a$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{D^2 - 4Df} = 2a$$

$$\Leftrightarrow D^2 - 4Df = a^2$$

$$\Leftrightarrow D^2 - a^2 = 4Df$$

$$\Leftrightarrow f = \frac{D^2 - a^2}{4D}.$$

Portanto, a resposta correta encontra-se na alternativa **b)**.

18) (ITA) Situa-se um objeto a uma distância p diante de uma lente convergente de distância focal f, de modo a obter uma imagem real a uma distância p' da lente. Considerando a condição de mínima distância entre imagem e objeto, então é correto afirmar que

a) $p^3 + fpp' + p'^3 = 5f^3$
b) $p^3 + fpp' + p'^3 = 10f^3$
c) $p^3 + fpp' + p'^3 = 20f^3$
d) $p^3 + fpp' + p'^3 = 25f^3$
e) $p^3 + fpp' + p'^3 = 30f^3$

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda o estudo analítico de lentes delgadas, mas que também requer um bom conhecimento sobre a formação geométrica das imagens através da análise dos raios particulares. Para resolvê-la, precisamos lembrar o que foi discutido nos textos correspondentes. De fato, vimos que as posições de um objeto e de sua imagem relativas a uma dada lente são relacionadas pela equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'},$$

que é equivalente a

$$f = \frac{pp'}{p+p'}.$$

Como, de acordo com o enunciado, a imagem é real, temos $p' > 0$, de modo que a soma $p + p'$, que aparece no denominador do lado direito da equação acima, corresponde exatamente à distância entre o objeto e sua imagem. Chamando essa distância de d, temos, então,

$$f = \frac{pp'}{d}$$

$$\Rightarrow d = \frac{pp'}{f}.$$

Como o enunciado fala em "condição de mínima distância entre imagem e objeto", devemos encontrar o valor mínimo de d.

À medida que variamos a distância do objeto à lente (p), a distância entre a imagem e a lente (p') também varia, uma vez que elas estão relacionadas pela equação de Gauss (a distância focal não varia, pois a lente é sempre a mesma). De fato, a equação de Gauss implica que

$$p' = \frac{pf}{p-f}.$$

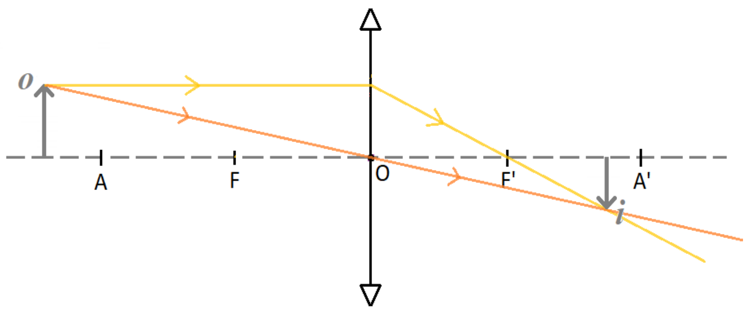
Substituindo esta expressão na equação para *d*, obtemos

$$d = \frac{p}{f} \cdot \frac{pf}{p-f}$$

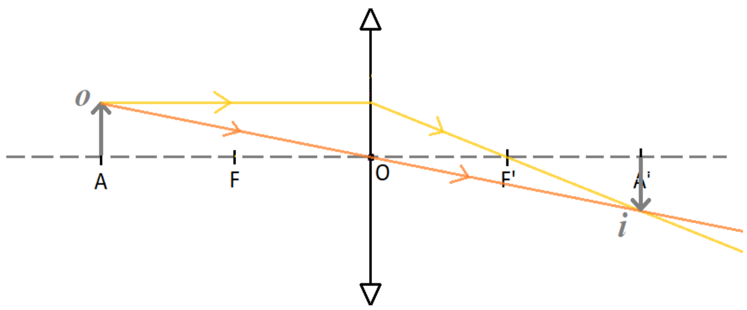
$$d = \frac{p^2}{p-f}.$$

Devemos, então, encontrar o valor de *p* para o qual a razão entre p^2 e $p - f$ é mínima. Para tanto, vamos contar com a ajuda das imagens construídas através de raios particulares, conforme vimos no texto correspondente.

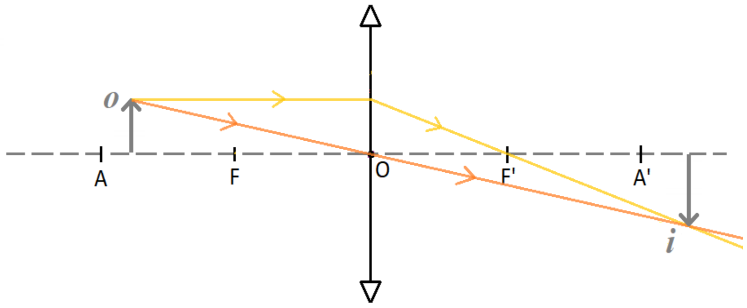
Quando o objeto encontra-se antes do ponto antiprincipal, vemos que a distância entre objeto e imagem parece maior que $4f$ (a distância entre os pontos antiprincipais), como ilustra a figura abaixo:



Quando o objeto encontra-se sobre o ponto antiprincipal, a distância entre objeto e imagem vale exatamente $4f$, já que a imagem é formada sobre o outro ponto antiprincipal:



Já quando o objeto aproxima-se e fica entre o ponto antiprincipal e o foco, a distância entre objeto e imagem volta a aumentar:



(Se o objeto estiver entre o foco e o centro óptico, a imagem formada não é real.)

As figuras sugerem, então, que a situação de mínima distância entre imagem e objeto dá-se quando este é posicionado exatamente sobre o ponto antiprincipal, ou seja, quando $p = 2f$. Como podemos demonstrar tal resultado?

Sabemos que, quando $p = 2f$, $d = 4f$. Logo, precisamos mostrar que, se $p = 2f + x$, sendo x um valor não nulo qualquer entre $-f$ e o infinito, então $d > 4f$. Isso demonstraria que de fato $4f$ é a distância mínima entre objeto e imagem, obtida quando $p = 2f$. Vejamos:

$$d_x = \frac{(2f+x)^2}{(2f+x)-f} = \frac{4f^2+4xf+x^2}{f+x};$$

portanto,

$$d_x > 4f$$

$$\Leftrightarrow \frac{4f^2+4xf+x^2}{f+x} > 4f$$

$$\Leftrightarrow 4f^2 + 4xf + x^2 > 4f(f + x)$$

$$\Leftrightarrow 4f^2 + 4xf + x^2 > 4f^2 + 4xf$$

$$\Leftrightarrow x^2 > 0,$$

ou seja, $d_x > 4f$ para qualquer valor de x, como queríamos demonstrar. Sendo assim, concluímos que a condição de mínima distância entre imagem e objeto corresponde a $p=p'=2f$.

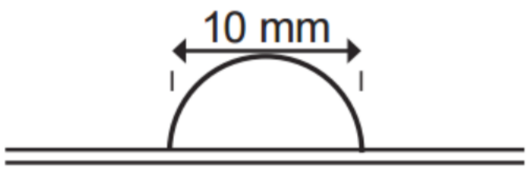
Finalmente, para encontrar a alternativa correta e responder a questão, precisamos calcular a expressão que aparece em todas as alternativas:

$$p^3 + fpp' + p'^3 = (2f)^3 + f(2f)(2f) + (2f)^3 = 8f^3 + 4f^3 + 8f^3 = 20f^3,$$

e portanto a resposta correta encontra-se na alternativa **c)**.

Comentário: esta questão poderia ser resolvida mais diretamente calculando-se a derivada de *d* em relação a *p*, mas para tanto é necessário ter conhecimento de Cálculo Diferencial e Integral, o que normalmente não é o caso de estudantes do ensino médio.

19) (IFB) Uma gota de água em repouso sobre uma régua de plástico pode ser considerada, utilizando uma boa aproximação, como uma semiesfera. Ao olharmos os objetos através dessa gota, eles aumentam ou diminuem de tamanho conforme se afasta ou se aproxima a régua do objeto. Fazendo algumas considerações, a gota de água pode ser utilizada como uma lente e os efeitos ópticos do plástico podem ser desprezados. Se a gota tem raio de curvatura de 5,0 mm e índice de refração 1,35 em relação ao ar, podemos afirmar que a distância focal dessa gota é de aproximadamente:

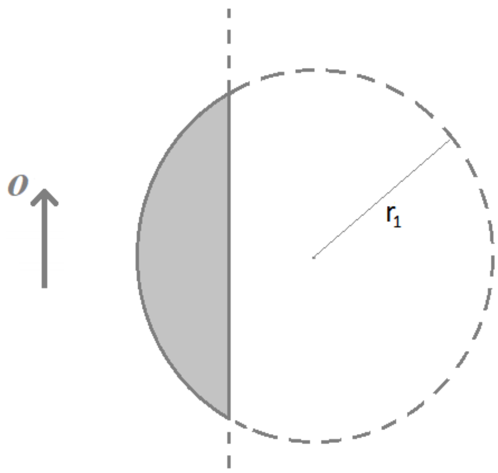


a) 6,75 mm
b) 10,0 mm
c) 14,3 mm
d) 20,0 mm
e) 27,0 mm

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda a equação de Halley, ou equação dos fabricantes de lentes. Para resolvê-la, basta utilizar a equação que deduzimos no texto correspondente:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_B}{n_A} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

De acordo com o enunciado, quando em repouso sobre a régua de plástico, a gota de água funciona como uma lente. De fato, a figura presente no enunciado mostra que, naquela situação, a gota assume o formato de uma lente do tipo plano-convexa. A figura abaixo traz um exemplo desse tipo de lente.



Na equação de Halley, r_1 corresponde ao raio da superfície mais próxima do objeto, enquanto r_2 corresponde ao raio da superfície mais distante. Além disso, no caso de uma superfície plana, podemos pensá-la como uma superfície esférica cujo raio tende ao infinito. Sendo assim, no caso descrito no enunciado, temos r_1 = 5,0 mm e $r_2 \rightarrow \infty$, de modo que $1/r_2 \rightarrow 0$. Substituindo esses valores na fórmula de Halley, e usando n_B/n_A = 1,35 (índice de refração da gota em relação ao ar), encontramos finalmente

$$\frac{1}{f} = (1,35 - 1)\left(\frac{1}{5{,}0mm} - 0\right)$$

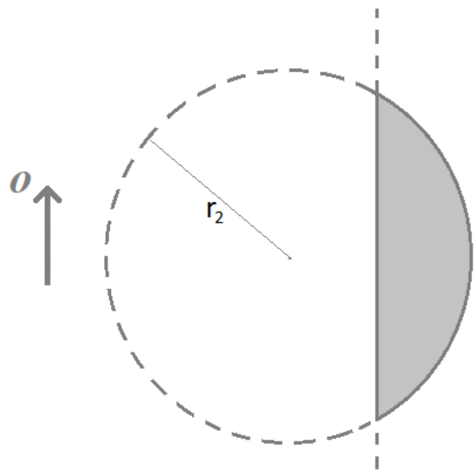
$$\frac{1}{f} = 0,35 \cdot \frac{1}{5{,}0mm}$$

$$\Rightarrow f = \frac{5{,}0}{0{,}35} mm$$

$$f \approx 14,3mm,$$

ou seja, a distância focal da lente é de aproximadamente 14,3 mm. Portanto, a resposta correta encontra-se na alternativa **c)**.

Comentário: vale lembrar que, se tivéssemos imaginado a lente (sistema régua-gota) posicionada como na figura abaixo, o resultado seria o mesmo, como o esperado.



Isso porque, neste caso, o centro de curvatura da superfície 2 (mais distante do objeto) possui coordenada negativa no referencial de Gauss, por estar do mesmo lado que o objeto. Portanto, neste caso, teríamos $r_1 \to \infty$ e $r_2 = -5{,}0$ mm, de modo que, assim como no caso anterior,

$$\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} = 0 - \frac{1}{-5{,}0mm} = \frac{1}{5{,}0mm}.$$