

Módulo de Sistemas de Equações do Primeiro Grau

Sistemas de Equações do Primeiro Grau

Oitavo Ano



Sistemas de Equações do Primeiro Grau

1 Exercícios Introdutórios

Exercício 1. Resolva os sistemas de equações abaixo.

$$a) \begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 8 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + y = 10 \\ x = y + 6 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x = y + 18 \\ x = 2y \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} x + y = 3/2 \\ x - y = 1/2 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 4. \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} 5x - y = 34 \\ 3x - 4y = 0 \end{cases}$$

$$j) \begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ -x + 5y = 5 \end{cases}$$

Exercício 2. Construa e resolva um sistema de equações no qual a soma de dois números é 70 e a diferença é 28.

Exercício 3. Pedro e Mariano têm juntos 195 bolinhas de gude. Se Pedro tem 45 bolinhas de gude a mais que Mariano, quantas cada um tem?

Exercício 4. Guilherme e Santiago juntaram suas economias para comprar um videogame. Guilherme conseguiu juntar o dobro da quantia de Santiago. Além disso, a diferença entre as economias de ambos é R\$350,00. Quanto cada um conseguiu guardar?

2 Exercícios de Fixação

Exercício 5. Rúbia comprou um sapato e uma blusa, pagando o total da compra com uma nota de R\$50,00 e duas notas de R\$20,00. Sabendo que ela recebeu de troco uma nota de R\$10,00, uma nota de R\$5,00, três moedas de R\$1,00 e que a blusa é R\$10,00 mais cara que o sapato, quanto custou cada um dos produtos?

Exercício 6. O cientista M. A. Luco tem duas provetas (recipientes para líquidos) e cada uma delas está cheia com uma substância química (plutônio ou patetônio). Se a capacidade dos dois recipientes somadas é 375ml e sua diferença é 75ml, quanto ele possui de cada substância, sabendo que ele possui mais plutônio que patetônio?

Exercício 7. Benzildo cria gansos e hipopótamos (que convivem harmoniosamente bem). Se o total de animais é 50 e o total de patas é 140, qual a quantidade de cada um deles?

Exercício 8. Um estacionamento possui 47 veículos, entre carros e motos, num total de 164 rodas. Quantos são os carros e quantas são as motos? (Lembre-se que carros possuem quatro rodas e motos, duas)

Exercício 9. L. Santana retirou de um caixa eletrônico R\$330,00 entre cédulas de R\$50,00 e R\$10,00, num total de 17 cédulas. Qual a quantidade de cada um dos tipos de cédulas?

Exercício 10. A sequência $(2, x, y, 29)$ é chamada de progressão aritmética pois a diferença entre cada termo, com exceção do primeiro, e seu antecessor é constante. Determine x e y .

Exercício 11. Resolva o sistema de equações:

$$\begin{cases} 13p - 92q = 237 \\ 12p - 91q = 237. \end{cases}$$

Exercício 12. Encontre todas as soluções do sistema:

$$\begin{cases} 5/x - 3/y = -1 \\ 15/x + 7/y = 5. \end{cases}$$

Exercício 13. Encontre x e y tais que

$$\begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 13 \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 8. \end{cases}$$

Exercício 14. Encontre todos os possíveis valores dos números reais positivos a e b sabendo que a soma das raízes desses números vale 17 e a raiz de a é o triplo da raiz de b acrescido de três unidades.

Exercício 15. Resolva graficamente os sistemas abaixo.

$$a) \begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3x - y = 8 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$$

Exercício 16. Encontre as soluções do sistema:

$$\begin{cases} \sqrt[3]{r} + 9\sqrt{s} = 21 \\ 10\sqrt[3]{r} - \sqrt{s} = 28. \end{cases}$$

Exercício 17. Um dia, curiosamente, Tiago percebeu que havia veículos de 1, 2, 3 e 4 rodas na garagem de seu prédio: carrinhos de mão, bicicletas, triciclos e automóveis. Ele, o irmão e o pai decidiram contar o número de rodas que estavam na garagem. Tiago contou 26 rodas mas esqueceu-se de contar as dos automóveis. O irmão dele contou também 26 rodas, mas não contou as dos triciclos e o pai contou 26 rodas mas não contou as rodas das bicicletas. Determine a quantidade de veículos que estavam na garagem.

3 Exercícios de Aprofundamento e de Exames

Exercício 18. Usando uma balança de dois pratos, verificamos que 4 abacates pesam o mesmo que 9 bananas e que 3 bananas pesam o mesmo que 2 laranjas. Se colocarmos 9 laranjas num prato da balança, quantos abacates deveremos colocar no outro prato, para equilibrar a balança?

- a) 1 b) 2 c) 4 d) 5 e) 6.

Exercício 19. Quando João vai para a escola a pé e volta de ônibus, ele gasta uma hora e quinze minutos; quando vai e volta de ônibus, ele gasta meia hora. Para cada meio de transporte, o tempo gasto na ida é igual ao tempo gasto na volta. Quanto tempo ele gasta quando vai e volta a pé?

- a) uma hora e meia.
b) uma hora e quarenta e cinco minutos.
c) duas horas.
d) duas horas e quinze minutos.
e) duas horas e meia.

Exercício 20. Oito vasos iguais, encaixados, formam uma pilha de 36cm de altura. Dezesseis vasos iguais aos primeiros, também encaixados, formam outra pilha de 60cm de altura. Qual é a altura de cada vaso?

- a) 15cm b) 16cm c) 18cm 20cm 22cm.

Exercício 21. João e Ana são irmãos. João tem cinco irmãos a mais do que irmãs. Quantos irmãos Ana tem a mais do que irmãs?

- a) 2 b) 3 c) 5 d) 6 7.

Exercício 22. Uma balança de dois pratos está equilibrada, onde de um lado estão dois copos cheios e do outro três copos pela metade. Os copos são idênticos e contêm, ao todo, 1400 gramas de farinha. Qual é o peso, em gramas de um copo vazio?

- a) 50 b) 125 c) 175 d) 200 e) 250.

Exercício 23. Rosa resolveu distribuir R\$250,00 para seus sobrinhos, dando a mesma quantia inteira (sem centavos) para cada um e percebeu que sobrariam R\$10,00. Então, ela pensou em diminuir em R\$1,00 a quantia de cada um e descobriu que sobrariam R\$22,00. Por fim, ela resolveu distribuir apenas R\$240,00. Quanto ganhou cada sobrinho?

- a) R\$5,00 b) R\$10,00 c) R\$12,00
d) R\$15,00 e) R\$20,00

Exercício 24. Se x , y , a e b são reais positivos tais que $\sqrt{x-y} = a$ e $\sqrt{x} + \sqrt{y} = b$, determine o valor de \sqrt{xy} .

- a) $\frac{b^4 - a^4}{4b^2}$ b) $\frac{a^2}{b}$ c) $\frac{a^2 + b^2}{b}$ d) $\frac{1}{b}$ e) a^2 .

Exercício 25. As massas de todos os pares possíveis formados com 5 estudantes são 90kg, 92kg, 93kg, 94kg, 95kg, 96kg, 97kg, 98kg, 100kg e 101kg. Qual é a massa do estudante de massa intermediária?

- a) 52kg b) 51kg c) 49kg d) 48kg
e) 46kg.

Exercício 26. Dado que a e b são números reais não nulos, com b diferente de $4a$, e tais que

$$\begin{cases} 1 + \frac{2}{ab} = 5 \\ \frac{5 - 2b^2}{4a - b} = 4a + b, \end{cases}$$

qual é o valor de $16a^4b^2 - 8a^3b^3 + a^2b^4$?

- a) 4 b) 1/18 c) 1/12 d) 18 e) 1/4.

Exercício 27. Resolva o sistema de equações

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 6 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 12 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 24 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 48 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 96. \end{cases}$$

Exercício 28. Pitágoras e Tales possuem hoje, cada um, certa quantia em reais. Se Pitágoras desse para Tales R\$50,00, eles ficariam com a mesma quantia em reais, cada um. Porém, se Tales desse para Pitágoras R\$100,00, Tales passaria a ter $\frac{1}{4}$ da quantia de Pitágoras. Dessa forma é correto afirmar que

a) a quantia que os dois possuem hoje, juntos, é menor que R\$600,00.

b) Pitágoras possui hoje $\frac{2}{3}$ do que Tales possui.

c) Tales possui hoje mais de R\$220,00.

d) a diferença entre os valores que eles possuem hoje é menor que R\$100,00.

Exercício 29. Hoje, dia 29 de julho de 2012, José tem o dobro da idade que Luiz tinha quando José tinha a idade que Luiz tem. Quando Luiz tiver a idade que José tem, a soma das idades deles será 90 anos. Em 29 de julho de 2017, a razão entre as idades de José e Luiz, nessa ordem, será

a) $\frac{6}{5}$ b) $\frac{9}{7}$ c) $\frac{5}{4}$ d) $\frac{27}{20}$.

Exercício 30. Certo dia, Isabela e Ana Beatriz saíram para vender pastéis na praia. Elas tinham juntas 460 pastéis. No final do dia, verificou-se que Isabela conseguiu vender $\frac{3}{5}$ dos pastéis que levara e Ana Beatriz, $\frac{5}{8}$ dos pastéis que levara. Ao final do dia, o número de pastéis que restou para Ana Beatriz era a metade do número de pastéis que restou para Isabela. Se Ana Beatriz, levou x pastéis para vender, então a soma dos algarismos de x é

a) 6 b) 7 c) 8 d) 9

Exercício 31. Na fabricação de um produto é utilizado o ingrediente A ou B. Sabe-se que, para cada 100kg do ingrediente A devem ser utilizados 10kg do ingrediente B. Se, reunindo x kg do ingrediente A com y kg do ingrediente B resulta 44000g do produto, então

a) $y^x = 2^{60}$ b) $\sqrt{xy} = 5\sqrt{10}$ c) $\sqrt[10]{y^x} = 256$
d) $\sqrt[4]{x^y} = 20$ e) $\sqrt{\frac{y}{x}} = 2\sqrt{5}$.

Exercício 32. Calcule $\frac{x}{y}$, sabendo que

$$\begin{cases} x + 1/y = 4 \\ y + 1/x = 1/4 \end{cases}$$

Exercício 33. Resolva o sistema de equações abaixo.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ x_3 + x_4 + x_5 = 3 \\ x_4 + x_5 + x_6 = -3 \\ x_5 + x_6 + x_7 = -9 \\ x_6 + x_7 + x_8 = -6 \\ x_7 + x_8 + x_1 = -2 \\ x_8 + x_1 + x_2 = 2. \end{cases}$$

Respostas e Soluções

1 Exercícios Introdutórios

1. a) Pela soma das equações, obtém-se $2x = 4$, portanto $x = 2$. Substituindo o valor de x em uma das equações, obtém-se $y = 1$. Assim, o conjunto-solução é $S = \{(2, 1)\}$.

b) Idem item a. $S = \{(9, 1)\}$.

c) Substituindo o valor de x da segunda equação na primeira, obtém-se $(y + 6) + y = 10$, ou seja, $y = 2$. Substituindo este valor de y na segunda equação, obtém-se $x = 2 + 6 = 8$. Assim, o conjunto-solução é $S = \{(8, 2)\}$.

d) Comparando as duas equações, tem-se $2y = y + 18$, ou seja, $y = 18$. Como $x = 2y$, então $x = 36$. Portanto, $S = \{(36, 18)\}$.

e) Idem item a. $S = \{(3, 2)\}$.

f) Idem item a. $S = \{(7/2, 1/2)\}$.

g) Idem item a. $S = \{(1, 1/2)\}$.

h) Idem item a. $S = \{(3, 2)\}$.

i) Para que seja possível a resolução pelo método da adição é necessário que a primeira equação seja multiplicada por -4 , obtendo-se o sistema equivalente

$$\begin{cases} -20x + 4y = -136 \\ 3x - 4y = 0. \end{cases}$$

Pela soma das duas equações, obtém-se $-17x = -136$ e daí segue que $x = 8$. Substituindo o valor de x em qualquer uma das equações, chega-se a $y = 6$. Portanto, $S = \{(8, 6)\}$.

j) Idem item a. $S = \{(5, 2)\}$.

2. Sendo os dois números denotados por x e y , onde $x > y$, chega-se ao sistema de equações

$$\begin{cases} x + y = 70 \\ x - y = 28. \end{cases}$$

Pela soma das equações, obtém-se $2x = 98$, ou seja, $x = 49$. Como a soma dos números é 70, então $y = 21$.

3. Chamando a quantidade de bolinhas de Pedro de p e a quantidade de bolinhas de Mariano de m , obtém-se o sistema

$$\begin{cases} p + m = 195 \\ p = m + 45. \end{cases}$$

Substituindo a segunda equação na primeira, obtém-se $(m + 45) + m = 195$, ou seja, $m = 75$. Assim, Mariano possui 75 bolinhas de gude e, como a soma das quantidades é 195, Pedro possui 120 bolinhas de gude.

4. Suponha que a quantidade obtida por Guilherme seja g e a quantidade obtida por Santiago s . Obtém-se o sistema

$$\begin{cases} g = s + 350 \\ g = 2s. \end{cases}$$

Por comparação das duas equações, obtém-se $2s = s + 350$ e daí segue que $s = 350$. Substituindo tal valor na segunda equação, $g = 2s = 700$. Assim, Guilherme juntou R\$700,00 e Santiago, R\$350,00.

Comentário para professores: cada um dos três exercícios anteriores foi resolvido por um, dos três métodos comuns nos livros do ensino fundamental (adição, substituição e comparação). É importante deixar claro para o aluno que não existe um método mais “fácil” e sim, o mais conveniente para cada situação.

2 Exercícios de Fixação

5. Denotando o preço do sapato de s e o da blusa de b , obtemos o sistema

$$\begin{cases} s + b = 72 \\ b = s + 10. \end{cases}$$

Substituindo o valor de b na primeira equação, temos $s + s + 10 = 72$, segue que $s = 31$ e, por consequência, $b = 41$. Ou seja, a blusa custou R\$41,00 e o sapato, R\$31,00.

6. Sejam x a quantidade de plutônio e y a quantidade de patetônio. Analise o sistema de equações

$$\begin{cases} x + y = 375 \\ x - y = 75. \end{cases}$$

Somando as equações, obtém-se $2x = 450$, segue que $x = 225$ e, por consequência, $y = 150$, ou seja, a quantidade de plutônio é 225ml e de patetônio é 150ml.

7. Inicialmente, lembremo-nos que gansos possuem duas patas e, hipopótamos, quatro. Denotando a quantidade de gansos por g e a quantidade de hipopótamos por h , obtém-se o sistema de equações

$$\begin{cases} g + h = 50 \\ 2g + 4h = 140 \end{cases}$$

Multiplicando a primeira equação por (-2) , obtém-se o sistema equivalente ao anterior, dado por:

$$\begin{cases} -2g - 2h = -100 \\ 2g + 4h = 140. \end{cases}$$

Pela soma das equações, temos $2h = 40$ e daí segue que $h = 20$. Como o total de animais é 50, $g = 30$, ou seja, o número de gansos é 30 e o de hipopótamos é 20.

8. Sejam c a quantidade de carros e m a quantidade de motos. Pelas informações dadas, constrói-se o sistema

$$\begin{cases} c + m = 47 \\ 4c + 2m = 164 \end{cases}$$

que é equivalente ao sistema

$$\begin{cases} -2c - 2m = -94 \\ 4c + 2m = 164. \end{cases}$$

Somando as equações, obtém-se $2c = 70$ e daí segue que $c = 35$. Como o total de veículos é 47, tem-se $m = 47 - 35 = 12$, ou seja, a quantidade de carros é 35 e de motos, 12.

9. Temos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} x + y = 17 \\ 50x + 10y = 330 \end{cases}$$

onde x representa a quantidade de cédulas de R\$50,00 e y , a de R\$10,00. Substituindo $x = 17 - y$ na segunda equação, obtém-se $50(17 - y) + 10y = 330$, ou seja, $y = 13$. Como o total de cédulas é 17, tem-se $x = 4$. Portanto, foram retiradas 13 cédulas de R\$10,00 e 4 cédulas de R\$50,00.

10. Pela definição de progressão aritmética, obtém-se o sistema

$$\begin{cases} x - 2 = y - x \\ 29 - y = y - x \end{cases}$$

Pela primeira equação, obtém-se $y = 2x - 2$, donde, substituindo na segunda, chega-se a $2(2x - 2) - x = 29$ e daí segue que $x = 11$. Substituindo tal valor em qualquer uma das equações, obtém-se $y = 20$.

11. Pela subtração das equações, encontra-se $p - q = 0$, ou seja, $p = q$. Utilizando este dado na primeira equação, temos $13p - 92p = -79p = 273$ e daí segue que $p = q = -273/79$.

12. Multiplicando a primeira equação por (-3) e somando-a com a segunda, obtemos $\frac{16}{y} = 8$. Segue que $y = 2$ e, conseqüentemente, $x = 10$. Portanto, $S = \{(10, 2)\}$.

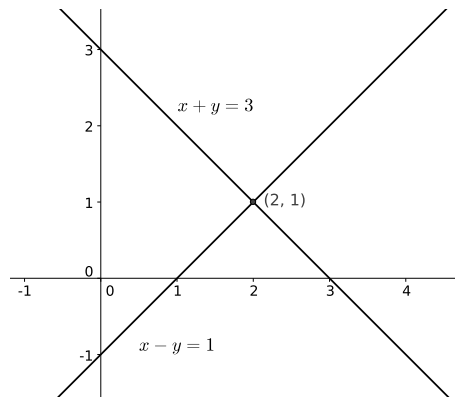
13. Subtraindo as equações, obtemos $\sqrt{y} = 5$, donde $y = 25$ e, conseqüentemente, $x = 9$.

14. Vamos construir o sistema:

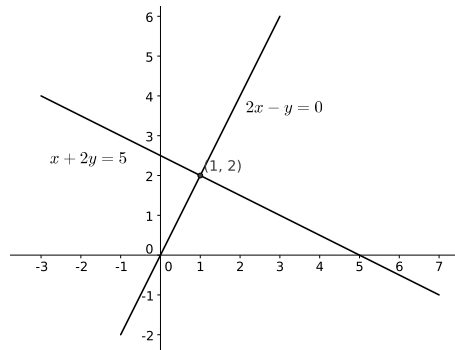
$$\begin{cases} \sqrt{a} + \sqrt{b} = 17 \\ \sqrt{a} = 3\sqrt{b} + 3. \end{cases}$$

Substituindo \sqrt{a} na primeira equação, obtemos $3\sqrt{b} + 3 + \sqrt{b} = 17$, segue que $\sqrt{b} = \frac{7}{2}$, ou seja, $b = 49/4$. Substituindo este valor na segunda equação, chegamos a $\sqrt{a} = 3 \cdot 7/2 + 3 = 27/2$, ou seja, $a = 729/4$.

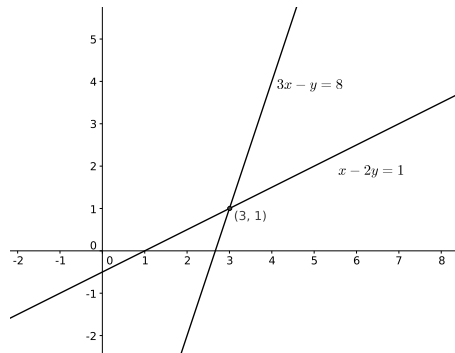
15. a)



b)



c)



16. Multiplicando a segunda equação por 9 e somando o resultado com a primeira, obtemos $91\sqrt[3]{r} = 273$, segue que $\sqrt[3]{r} = 3$, donde $r = 27$. Substituindo na segunda equação, obtemos $\sqrt{s} = 2$, donde $s = 4$. Portanto, $(r, s) = (27, 4)$.

17. Vamos denotar a quantidade de carrinhos de mão por c , a quantidade de bicicletas por b , a de triciclos por t e a de automóveis de a . Assim, teremos o sistema

$$\begin{cases} c + 2b + 3t = 26 \\ c + 2b + 4a = 26 \\ c + 3t + 4a = 26 \end{cases}$$

A diferença entre as duas primeiras equações nos mostra que $4a = 3t$. Fazendo o mesmo processo entre a primeira e a última equação, obtemos $2b = 4a$. Por fim, as duas últimas equações nos mostram que $2b = 3t$, ou seja, $4a = 3t = 2b = k$. Como se tratam de valores inteiros positivos, k deve ser múltiplo de 3 e 4. Além disso,

$$2k = 2b + 3t < c + 2b + 3t = 26,$$

ou seja, $k < 13$. Portanto, como existe apenas um múltiplo de 12 positivo e menor que 13, temos $k = 12$. Daí, $4a = 3t = 2b = 12$ e segue que $a = 3$, $b = 6$, $t = 4$ e $c = 2$. Finalmente, temos como total de veículos: $2 + 3 + 4 + 6 = 15$.

3 Exercícios de Aprofundamento e de Exames

18. (Extraído da OBMEP 2005) Chamando o peso de cada abacate de a , o das bananas de b e o das laranjas de l , obtém-se o sistema

$$\begin{cases} 4a = 9b \\ 3b = 2l \\ 9l = k, \end{cases}$$

onde k é o peso em de abacates que equilibra a terceira pesagem. Partindo da terceira equação, tem-se

$$2k = 18l = 27b = 12a,$$

ou seja, $2k = 12a$ e daí segue que $k = 6a$. Portanto, deverão ser 6 abacates. Resposta E.

19. (Extraído da OBMEP 2011) Suponhamos que o tempo de ida, ou volta, a pé seja x e o tempo de ida de ônibus seja y . Pelas informações, obtém-se o sistema

$$\begin{cases} x + y = 1h15min \\ 2y = 30min \end{cases}$$

Pela segunda equação, $y = 15$. Substituindo tal valor na primeira, obtém-se $x = 75 - 15 = 60min$. Para ir e voltar a pé, o tempo gasto é $2x = 120min = 2h$. Resposta A.

20. (Extraído da OBMEP 2011) Dividamos cada vaso em duas partes: a parte de baixo de altura x e a parte de cima de altura y , ou seja, a altura de cada vaso é $x + y$. No caso de n vasos empilhados, a altura da pilha é $x + ny$. Assim, obtém-se o sistema

$$\begin{cases} x + 8y = 36 \\ x + 16y = 60 \end{cases}$$

Subtraindo as duas equações, obtém-se $8y = 24$, segue daí que $y = 3$ e, conseqüentemente, $x = 12$. Portanto, cada vaso tem $3 + 12 = 15cm$ de altura. Resposta A.

21. (Extraído da OBMEP 2011) Chamemos de Joana a mãe de João e Ana. Denotemos por h a quantidade de filhos de Joana e de m a quantidade de filhas. O enunciado nos diz que $h = m + 6$. "Tirando" Ana do cálculo, a equação anterior se transforma em $h = (m - 1) + 7$, ou seja, Ana tem 7 irmãos a mais que irmãs. Resposta E.

22. (Extraído da OBMEP 2012 - adaptado) Denotando o peso do copo vazio por x e o peso da quantidade de farinha que cabe em um copo por y , obtém-se o sistema

$$\begin{cases} 2y + \frac{3y}{2} = 1400 \\ 2x + 2y = 3x + \frac{3y}{2} \end{cases}$$

Pela primeira equação, $7y = 2800$. Segue que $y = 400$, ou seja, em cada copo cabe 400g de farinha. Substituindo o valor de y na segunda equação, obtém-se $x = 2y - \frac{3y}{2} = y/2 = 200$. Resposta D.

23. (Extraído da OBM 2014) Supondo x a quantidade de sobrinhos e y a quantidade, em reais, que cada sobrinho deveria receber na primeira situação. Analisando as duas situações iniciais, chega-se ao sistema

$$\begin{cases} xy = 250 - 10 = 240 \\ x(y - 1) = 250 - 22 = 228 \end{cases}$$

Perceba que não se trata de um sistema de equações do primeiro grau, mas sua solução é simples. Pela segunda equação, temos $xy - x = 228$. Pela primeira equação, $xy = 240$ e assim obtemos $240 - x = 228$. Daí segue que $x = 12$. Como ela, depois de muitas indecisões, resolveu distribuir igualmente apenas R\$240,00, cada sobrinho recebeu $240/12 = R\$20,00$. Resposta E.

24. (Extraído da OBM 2014) Temos:

$$\begin{aligned} \sqrt{x} - \sqrt{y} &= \frac{x - y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \\ &= \frac{a^2}{b} \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} &= b. \end{aligned}$$

Somando e subtraindo a primeira e a terceira equação, segue que $\sqrt{x} = \frac{b^2 + a^2}{2b}$ e $\sqrt{y} = \frac{b^2 - a^2}{2b}$. Conseqüentemente, $\sqrt{xy} = \frac{b^4 - a^4}{4b^2}$. Resposta A.

25. (Extraído da OBM 2012) A soma de todas as massas é $956/4 = 239$, já que cada estudante está presente em quatro pares. Sejam suas massas, da menor para a maior, a, b, c, d, e . Sabe-se que $a + b = 90$ e $d + e = 101$, ou seja, $a + b + d + e = 90 + 101 = 191$. Assim, a massa do estudante de massa intermediária é $239 - 191 = 48kg$. Resposta D.

26. (Extraído de Colégio Naval 2013) A segunda equação pode ser reescrita como $16a^2 + b^2 = 5$ apenas multiplicando-a por $4a - b$. Pela primeira equação, podemos concluir que ab é $1/2$. Assim,

$$\begin{aligned} 16a^4b^2 + a^2b^4 - 8a^3b^3 &= (ab)^2(16a^2 + b^2) - 8(ab)^3 \\ &= \frac{1}{4} \cdot 5 - \frac{8}{8} \\ &= \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

Resposta E.

27. Somando todas as equações, obtém-se:

$$6(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) = 186,$$

ou seja, $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 31$. Nota-se que a primeira equação pode ser escrita como $x_1 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = x_1 + 31 = 6$ e daí segue que $x_1 = -25$. De forma análoga, obtém-se os demais resultados repetindo o procedimento com as outras equações. Assim, $x_2 = -19$, $x_3 = -7$, $x_4 = 17$, $x_5 = 65$.

28. (Extraído de EA CPCAR - EPCAR - 2012) Denotando as quantias iniciais, em reais, de Tales e Pitágoras, respectivamente, por t e p , obtém-se o sistema

$$\begin{cases} p - 50 &= t + 50 \\ \frac{p + 100}{4} &= t - 100 \end{cases}$$

que é equivalente ao sistema

$$\begin{cases} p - t &= 100 \\ p - 4t &= -500 \end{cases}$$

Subtraindo as equações, chega-se a $3t = 600$ e daí segue que $t = 200$. Consequentemente, $p = 300$. Resposta A.

29. (Extraído de EA CPCAR - EPCAR - 2012) Denotemos a idade que Luiz tinha por x . Assim, José possui o dobro, ou seja, $2x$. Se José possuía y anos, a idade atual de Luiz será y anos. No futuro, quando Luiz tiver a idade que José possui hoje, a idade de José será de $90 - 2x$ anos. A tabela abaixo reúne essas conclusões:

	Passado	Presente	Futuro
José	y	$2x$	$90 - 2x$
Luiz	x	y	$2x$

Como a diferença entre o presente e o passado é a mesma para ambos, bem como a diferença entre o futuro e o presente, obtém-se o sistema:

$$\begin{cases} 2x - y &= 90 - 2x - 2x \\ y - x &= 2x - y. \end{cases}$$

Reduzindo termos semelhantes em ambas equações, obtém-se o sistema equivalente

$$\begin{cases} y &= 6x - 90 \\ 2y - 3x &= 0. \end{cases}$$

Substituindo o valor de y da primeira equação, na segunda equação, chega-se a $2(6x - 90) - 3x = 0$, donde se conclui que $x = 20$. Substituindo em uma das equações anteriores, obtém-se $y = 30$. Assim, a razão entre as idades de José e Luiz em 29 de julho de 2017 será

$$\frac{2x + 5}{y + 5} = \frac{45}{35} = \frac{9}{7}.$$

Resposta B.

30. (Extraído de EA CPCAR - EPCAR - 2011) Chamando de y a quantidade de pastéis que Isabela levou para vender, temos $x + y = 460$. Tem-se, então, que Isabela vendeu $3/5x$ e Ana Beatriz vendeu $5/8y$ pastéis. Como o número de pastéis que restou para Ana Beatriz era a metade do número de pastéis que restou para Isabela, tem-se $\frac{3x}{8} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}y$, ou seja, $y = \frac{15}{8}x$. Substituindo este valor na equação $x + y = 460$, obtém-se $\frac{15x}{8} + x = 460$. Daí segue que $x = 160$ e, portanto, a soma dos algarismos de x é $1 + 6 + 0 = 7$. Resposta B.

31. (Extraído de Colégio Naval - 2012) Utilizando os pesos em kg, obtém-se o sistema

$$\begin{cases} x + y &= 44 \\ x &= 10y \end{cases}$$

Fazendo a substituição do valor de x na primeira equação, obtém-se $10y + y = 44$. Daí, segue que $y = 4$. Como $x = 10y$, então $x = 40$ e $\sqrt[10]{y^x} = \sqrt[10]{4^{40}} = 4^4 = 256$. Resposta C.

32. Multiplicando a primeira equação por y e a segunda equação por x , obtemos o sistema equivalente

$$\begin{cases} xy + 1 &= 4y \\ xy + 1 &= \frac{x}{4} \end{cases}$$

Por comparação, $\frac{x}{4} = 4y$, ou seja, $\frac{x}{y} = 16$.

33. (Olimpíada Russa - 1946) Somando todas as equações, temos $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 = \frac{0}{3} = 0$. Somando agora primeira, quarta e sétima equações, obtemos $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_1 = 0 + x_1 = 6 - 3 - 2 = 1$, ou seja $x_1 = 1$. De forma análoga podemos obter as demais incógnitas. $x_2 = 2$, $x_3 = 3$, $x_4 = 4$, $x_5 = -4$, $x_6 = -3$, $x_7 = -2$, $x_8 = -1$.

PRODUZIDO POR ARQUIMEDES CURSO DE ENSINO
CONTATO@CURSOARQUIMEDES.COM