

Módulo Divisibilidade

Exercícios sobre Divisibilidade

6° ano E.F.

Professores Cleber Assis e Tiago Miranda



Divisibilidade
Exercícios sobre Divisibilidade

1 Exercícios Introdutórios

Exercício 1. Uma antiga brincadeira de programa de auditório consistia em um convidado da plateia dizer a sequência dos números naturais, substituindo os múltiplos de 4 pela palavra "PIM", ou seja, dizer a sequência: 1, 2, 3, PIM, 5, 6, 7, PIM, 9, e assim por diante. O convidado perdia se errasse a sequência. Dona Zoraide perdeu quando disse ...45, PIM, 47. Explique por que ela perdeu.

Exercício 2. A cada nove meses, Sr. Josué recebe uma gratificação juntamente com seu salário. Se em outubro de 2016 ele recebeu a gratificação, qual será o próximo ano que ele a receberá em outubro?

Exercício 3. Qual dos números abaixo é divisível por 2 e 3?

- a) 334.
- b) 335.
- c) 336.
- d) 337.
- e) 338.

Exercício 4. O cometa Halley passa próximo à Terra a cada 75 anos aproximadamente. Se sua última passagem foi em 1986, entre 2800 e 2900, qual será o ano de sua passagem?

2 Exercícios de Fixação

Exercício 5. O algarismo das unidades do número:

$$1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \dots \cdot 2013 \text{ é:}$$

- a) 2.
- b) 3.
- c) 5.
- d) 6.
- e) zero.

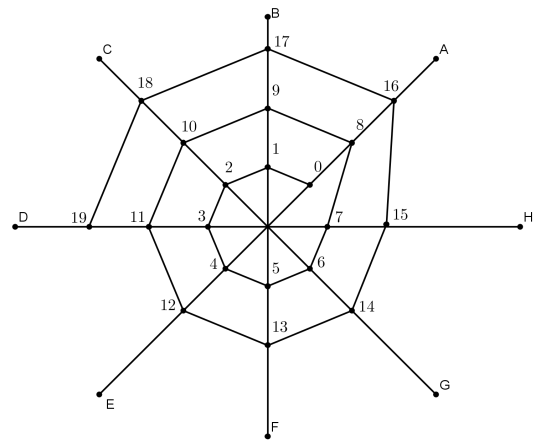
Exercício 6. Qual é o maior número de 3 algarismos múltiplo de 11?

Exercício 7. Qual o valor de k para que o número $50k2k$ seja divisível por 66?

Exercício 8. Quantos números são múltiplos de 7 e 11 entre 2000 e 3000?

Exercício 9. Quantos números da forma "abba" são divisíveis por 99?

Exercício 10. A, B, C, D, E, F, G e H são fios de apoio que uma aranha usa para construir sua teia, conforme mostra a figura. A aranha continua seu trabalho. Sobre qual fio de apoio estará o número 118?



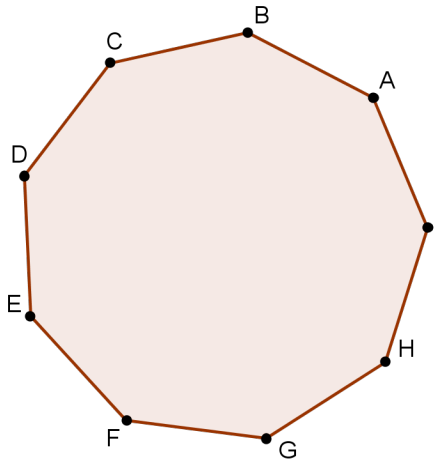
Exercício 11. O pendrive de Jonas tem 400 músicas, todas com 4min de duração, organizadas na sequência: samba, rock, pagode, pop, sertanejo, samba, rock, pagode, pop, sertanejo, samba, rock, pagode, pop, sertanejo, e assim por diante. Ele ouviu, desde do início, duas horas de música. Qual o estilo da última música tocada?

- a) samba.
- b) rock.
- c) pagode.
- d) pop.
- e) sertanejo.

Exercício 12. No planeta Etéria o ano tem 4 meses, cada um com 3 semanas mais 2 dias, sendo que cada semana tem 6 dias, que são, na sequência, aday, bday, cday, dday, eday e fday. Se Martin nasceu em uma aday, em que dia da semana fará 1 ano?

- a) aday.
- b) bday.
- c) cday.
- d) dday.
- e) eday.

Exercício 13. Na figura abaixo, o enéagono é um quarteirão de uma cidade. Luiz mora na esquina A. Ele resolve correr dando voltas no quarteirão, partindo de sua casa no sentido anti-horário. Ele passou por 147 esquinas, contando a primeira em A. Em que esquina ele parou?



- a) A.
- b) B.
- c) C.
- d) D.
- e) E.

Exercício 14. Theo anota o número do telefone de Joshua, mas quando foi consultar a anotação percebe que dois algarismos estão ilegíveis:

$$981391\star 7\clubsuit,$$

sendo \star e \clubsuit a representação dos algarismos ilegíveis. Theo lembrou que o número de telefone era par e divisível por 9. A partir destas informações ele começou a testar as possibilidades. Qual a quantidade máxima de ligações que ele poderá fazer?

3 Exercícios de Aprofundamento e de Exames

Exercício 15. Seja o número $m = 488a9b$, onde "b" é o algarismo das unidades e "a" o algarismo das centenas. Sabendo-se que "m" é divisível por 45, então $a + b$ é igual a:

- a) 1.
- b) 7.
- c) 9.
- d) 16.

Exercício 16. Qual o resto da divisão do número $(3^{528} + 2^{325})$ por 5?

Exercício 17. Sendo o número $N = a3ba3ba3b\dots a3b$, formado por 51 dígitos, um múltiplo de 36, calcule a soma $a + b$, sabendo-se que "a" é um número ímpar.

Exercício 18. Na sequência $\ominus\star\boxtimes\approx\star\oplus\star\boxtimes\approx\star\oplus\star\boxtimes\approx\star\oplus\star\boxtimes\approx\star\dots$, que símbolo ocupa a 2014ª posição?

Exercício 19. Um prédio de 31 andares possui quatro elevadores: um elevador A só para os andares múltiplos de 3, um elevador B só para os andares que são números primos, um elevador C só para os andares múltiplos de 4 e um elevador D que só serve aos andares não atendidos pelos outros três elevadores. Sabendo-se que este prédio só possui o térreo além dos 31 andares, é correto afirmar que:

- a) três andares são servidos por dois elevadores e o elevador D serve a 6 andares.
- b) dois andares são servidos por dois elevadores e o elevador A é o que serve a mais andares.
- c) o elevador C serve a 7 andares e o D a 5 andares.
- d) os elevadores A e B servem a 10 andares cada um.
- e) o elevador B é o que atende a mais andares, 12 no total.

Exercício 20. Observando a sequência:

$$\square\triangle\star\ominus\triangle\star\triangle\oplus\star\square\triangle\circ\triangle\square\star\oplus\triangle\star\triangle\oplus\star\square\triangle\circ\square\square$$

Pode-se afirmar que a próxima figura será:

- a) \star .
- b) \triangle .
- c) \circ .
- d) \ominus .
- e) \square .

Respostas e Soluções.

1. Porque ela disse PIM no lugar de 46, mas 46 não é múltiplo de 4.

2. 12 meses depois, será outubro de 2017; 24 meses depois, será outubro de 2018; ou seja, os meses de outubro serão múltiplos de 12. Como a gratificação ocorre de 9 em 9 meses, o próximo outubro ocorrerá em um mês múltiplo de 12 e 9, que ocorre primeiro no mês 36, ou seja, 3 anos depois. Portanto, o próximo ano será 2019.

3. Para que seja divisível por 2 e 3, deve ser divisível por 6, já que 2 e 3 são primos entre si. Resposta C.

4. No ano 2900, completará 914 anos de sua passagem em 1986. Na divisão de 914 por 75, obtemos resto 14, ou seja, ele passará em $2900 - 14 = 2886$ e também em $2886 - 75 = 2811$.

5. (Extraído da Vídeo Aula) Como existe 5 no produto, o número é múltiplo de 5, ou seja, termina em 5 ou 0, mas como não tem número par no produto, o algarismo da unidade é 5.

6. Dividindo 999 por 11, obtemos resto 9. Assim, o maior múltiplo de 11 de 3 algarismos é $999 - 9 = 990$.

7. (Extraído da Vídeo Aula) $N = 50k2k$ deve ser múltiplo de 2, 3 e 11. Temos então que k deve ser 0, 2, 4, 6 ou 8, pois deve ser múltiplo de 2; $5 + 0 + k + 2 + k$ deve ser múltiplo de 3, ou seja, k pode 1, 4 ou 7; por fim, como N deve ser múltiplo de 11, $5 + k + k - (0 + 2)$ deve ser múltiplo de 11 também, ou seja, k deve ser 4. Temos portanto $k = 4$.

8. Se 7 e 11 são primos entre si, então para que seja múltiplos de ambos, um número deve ser múltiplo de 77. Fazendo 2000 dividido por 77, encontramos resto 75 e chegamos ao primeiro múltiplo de 77 no intervalo que é $2000 + (77 - 75) = 2002$

9. (Extraído da Vídeo Aula) Como 9 e 11 são primos entre si, então "abba" deve ser divisível por ambos. Independente dos valores de a e b , temos que a diferença entre as somas dos algarismos de ordem par e ordem ímpar é $(a + b) - (a + b) = 0$, ou seja, "abba" é divisível por 11. Para que seja também divisível por 9, temos que $2a + 2b$ deve ser divisível por 9 e o único valor para $a + b$ é 9. Temos então 9 números: 1881, 2772, 3663, 4554, 5445, 6336, 7227, 8118 e 9009.

10. (Extraído da Vídeo Aula) São 8 fios de apoio, sendo os múltiplos de 8 sobre o fio A. Assim, dividindo 118 por 8, obtemos resto 6, e os números que na divisão por 8 deixam resto 6 estão sobre o fio G.

11. Em duas horas (120min), Jonas ouviu $\frac{120}{4} = 30$ músicas. Dividindo 30 por 5, obtemos resto zero, ou seja, a última música foi sertanejo. Resposta E.

12. Um mês em Etéria tem $3 \cdot 6 + 2 = 20$ dias. Então em um ano são $4 \cdot 20 = 80$ dias. Dividindo 80 por 6, obtemos resto 2. Se Jonas nasceu em uma aday, seu aniversário de um ano será em uma cday. Resposta C.

13. Se a primeira esquina foi A, a 9^a foi I, a 18^a também foi I, e todas múltiplas de 9 foram em I. Dividindo 147 por 9, obtemos resto 3. Todos os números que, na divisão por 9, deixam restam 3 relacionam-se à esquina C. Resposta C.

14. Se o número é par, \star é par. Como $9 + 8 + 1 + 3 + 9 + 1 + 7 = 38$ e $38 + \star + \circledast$ é múltiplo de 9, então $\star + \circledast$ pode ser 7 ou 16. Assim, as possibilidades de pares (\star, \circledast) são: (0,7), (2,5), (4,3), (6,1), (8,8). O máximo de ligações que Jonas poderá fazer é 5.

15. (Extraído da EPCAR/Vídeo Aula) Se m é divisível por 45, deve ser divisível por 5, o que implica em $b = 0$ ou $b = 5$. Além disso, m deve ser divisível também por 9, ou seja, $4 + 8 + 8 + a + 9 + b = 29 + a + b$ deve ser divisível por 9, segue que $a + b = 7$ ou $a + b = 16$. Mas como $b = 0$ ou $b = 5$, a segunda possibilidade torna-se impossível. Portanto $a + b = 7$. Resposta B.

16. Vamos observar os restos das potências de 3 por 5:

Potências de 3	Resto por 5
3^0	1
3^1	3
3^2	4
3^3	2
3^4	1
3^5	3
3^6	4
3^7	2
3^8	1
...	

Vemos que existe um padrão de repetições com ciclo de 4 termos, sendo que para expoentes múltiplos de 4, o resto na divisão por 5 é 1; para expoentes que deixam resto 1 na divisão por 4, o resto na divisão por 5 é 3; para expoentes que deixam resto 2 na divisão por 4, o resto na divisão por 5 é 4; por fim, para expoentes que deixam resto 3 na divisão por 4, o resto na divisão por 5 é 2. Como 528 é múltiplo de 4, 3^{528} deixa resto 1 na divisão por 5.

De forma análoga, temos a tabela que compara as potências de 2 com o resto de suas divisões por 5:

Potências de 2	Resto por 5
2^0	1
2^1	2
2^2	4
2^3	3
2^4	1
2^5	2
2^6	4
2^7	3
2^8	1
...	

Como 325 deixa resto 1 na divisão por 4 , o resto na divisão de 2^{325} é 2 .

Assim, o resto na divisão de $(3^{528} + 2^{325})$ é $1 + 2 = 3$.

17. (Extraído da Vídeo Aula) Para que seja múltiplo de 36 , deve ser divisível por 4 , então o número $3b$ deve ser divisível por 4 e b só pode ser 2 ou 6 , ou seja, par. N também deve ser divisível por 9 e $a + 3 + b + a + 3 + b + \dots + a + 3 + b = 51 + 17(a + b)$ também deve ser divisível por 9 . Como 51 dividido por 9 deixa resto 6 , então $17(a + b)$ deve deixar resto 3 . Se 17 dividido por 9 deixa resto 8 , $(a + b)$ deve deixar resto 6 , pois $8 \cdot 6 = 48$, que deixa resto 3 na divisão por 9 . Assim, $a + b = 6$ ou $a + b = 15$. Mas se a é ímpar e b é par, então $a + b = 15$.

18. Existe uma repetição com 6 termos em cada sequência: $\odot \star \otimes \boxtimes \approx \star$. Como 2014 deixa resto 4 na divisão por 6 , o 2014^o símbolo é igual ao 4^o , ou seja, \boxtimes .

19. (Extraído do Colégio Militar de Salvador - 2013) Vamos analisar a tabela com os andares que cada elevador para:

Elevador	Andares
A	3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30
B	2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31
C	4, 8, 12, 16, 20, 24, 28
D	1, 10, 14, 22, 25, 26

Com isso, concluímos que três andares, $(3, 12, 24)$, são servidos por dois elevadores e o elevador D serve a 6 andares. Resposta A.

20. (Extraído do Colégio Militar de Salvador - 2012) Vamos tentar encontrar um padrão verificando quais as posições de cada uma das figuras:

Figura	Posições
\square	1, 10, 14, 22, 25, 26
\triangle	2, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23
\star	3, 6, 9, 15, 18, 21
\odot	4, 8, 16, 20
\circ	12, 24

Pode-se perceber que \circ estão nas posições que são múltiplas de 12 ; \odot estão nas posições que são múltiplas de 4 , mas que não são múltiplas de 12 ; \star estão nas posições que são múltiplas de 3 , mas que não são de 12 ; \triangle estão nas posições de números primos, mas que não são múltiplas de 3 ; por fim, as posições que não se encaixaram em nenhum dos anteriores foram preenchidas com \square . Temos então que o próximo símbolo, posição 27 , será ocupado por \star .