

Módulo de Números Inteiros e Números Racionais

Números Inteiros e suas operações.

7º ano E.F.



Números Inteiros e Números Racionais
Números Inteiros e suas operações.

1 Exercícios Introdutórios

Exercício 1. Indique a variação de unidades na reta numérica quando saímos de:

- a) 10 e chegamos a 15; e) -3 e chegamos a -1 ;
b) 17 e chegamos a 2; f) -5 e chegamos a -10 ;
c) -1 e chegamos a 3; g) 6 e chegamos a -12 ;
d) 8 e chegamos a -2 ; h) 23 e chegamos a -35 ;

Exercício 2. Em um trecho retilíneo, um carro está com gasolina no tanque para apenas 22 km e precisa ir a duas cidades: A e B . Sabemos que A está a 6 km para sua frente e B está a 12 km no caminho oposto. Só há posto de combustível na cidade B . Sendo assim, pergunta-se:

- a) Ele poderá ir a A e depois voltar para B ?
b) Se ele começar o caminho por B , para depois ir a A , qual será a distância percorrida?

Exercício 3. João, Maria, José e Carla estavam anotando as pontuações que tiveram em um jogo. As duas primeiras rodadas estão na tabela a seguir.

	Rodada 1	Rodada 2
João	1	4
Maria	3	-2
José	6	-8
Carla	7	-10

Vence o jogo quem, após a soma das duas rodadas, fizer menos pontos. Quem foi o/a vencedor/a?

Exercício 4. Observe as situações abaixo, traduza-as para linguagem matemática, através de operações como a multiplicação e, em seguida, calcule o resultado da expressão encontrada.

- a) Se uma pessoa gasta 10 reais por dia, daqui a 5 dias quanto ela terá gasto?
b) Se uma pessoa gasta 10 reais por dia, a 7 dias atrás quanto ela tinha para gastar?

Exercício 5. João, Maria, José e Carla estavam brincando com um jogo de tabuleiro que dura quatro fases e anotaram as pontuações de cada uma na tabela a seguir. ??.

	Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4
João	6	-4	-1	-2
Maria	-3	-3	-2	1
José	-2	-8	-4	5
Carla	5	-10	6	-4

Vence o jogo quem, após a soma das quatro fases, fizer menos pontos. Determine:

- a) qual a ordem crescente dos resultados?
b) qual a colocação de cada participante ao final do jogo?

Exercício 6. Na Sibéria (Rússia) situa-se o local habitado mais frio do mundo, a aldeia de Oymyakon. Um dia, no início da manhã, ela estava com a temperatura agradável de 1°C . No meio da manhã essa temperatura subiu 4°C . Perto do meio-dia subiu 2°C , no meio da tarde caiu 10°C , no início da noite caiu 12°C e meia noite desceu 9°C . Nesse último momento, qual a temperatura que registrava o termômetro?

Exercício 7. Use os sinais de $<$ e $>$ para cada um dos itens abaixo.

- a) 0 _____ -1 e) -2 _____ 5
b) -2 _____ -4 f) 6 _____ 0
c) 3 _____ 8 g) 0 _____ -6
d) -3 _____ -8 h) -10 _____ -26

Exercício 8. Em determinado momento, observa-se que um avião está a 3500 m acima do nível do mar. Nesse mesmo instante, um submarino navega a 1500 m abaixo do nível do mar. Qual é a distância entre o submarino e o avião?

Exercício 9. Calcule os valores abaixo.

- a) $|0| =$ _____ e) $|-3| =$ _____
b) $|1| =$ _____ f) $|4| =$ _____
c) $|-2| =$ _____ g) $|-5| =$ _____
d) $|3| =$ _____ h) $|5| =$ _____

Exercício 10. Observe o extrato abaixo que discrimina os ganhos e os gastos do Sr. José durante uma parte do mês

de janeiro. Complete as lacunas da tabela 1 sabendo que ele tinha um saldo anterior de 800 reais e na coluna "Tipo" temos uma classificação de (C) para valores creditados (ganhos) e (D) para os débitos (gastos).

Tabela 1: Extrato

Data	Tipo	Valor	Saldo
Saldo Anterior			800,00
05/jan	D	100,00	700,00
08/jan	C	1500,00	
12/jan	D	800,00	
13/jan	D	500,00	900,00
15/jan	D		300,00
18/jan	C	250,00	

Agora, complete a tabela 2 com quantidade de cada tipo de movimentação financeira e depois some cada valor para obter o total de cada movimentação. Por fim, obtenha o saldo do mês e o saldo atual na conta do Sr. José.

Tabela 2: Resumo da Movimentação Preenchido

Tipo	Qtde	Total R\$
C		2750,00
D		
Saldo mês		
Saldo atual		

Exercício 11. Qual é a soma dos algarismos do número $10^{1500} + 10^{1792} + 10^{1822} + 10^{1888} + 10^{1889}$?

Exercício 12. Um objeto estava sobre um ponto da reta numérica de abscissa desconhecida e foi deslocado três vezes, a primeira 5 unidades para a esquerda, a segunda em 8 unidades para a direita e por último 10 unidades outra vez para a esquerda parando sobre o -2 . Qual era o valor da abscissa desconhecida?

Exercício 13. Calcule o valor das expressões:

- a) 3^5 .
 b) $2^2 + (-3)^2$.
 c) $(-5)^4$.
 d) $(-2)^3 + (-3)^3$.

Exercício 14. Escreva como um única potência:

- a) $\frac{4^6 \cdot 8^2}{16^3}$.
 b) $(-32)^{3^2}$.
 c) $\frac{10^5 \cdot 10^{-3} \cdot 10}{10^{-7} \cdot 10^4}$.
 d) $8^3 : 2^{-5}$.

Exercício 15. Na tabela 5, temos um número em cada célula que inicia as linhas e colunas. Na área central, o número que aparece é o resultado da multiplicação entre o número do início da linha (da esquerda para a direita) pelo número no topo da coluna. Complete as células vazias seguindo essa regra.

Tabela 5: Produtos.

\times	-1	3	-5	6	-3	-2
2	-2			12		
-4	4	-12			12	
5	-5		-25			-10
7		21		42		
8						
9		27		54		-18

2 Exercícios de Fixação

Exercício 16. Qual é o menor inteiro positivo N pelo qual se deve multiplicar o número $E = 2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7$, de modo que $\sqrt{E \cdot N} \in \mathbb{Z}$?

Exercício 17. Na expressão

$$\square 1 \square 2 \square 3 \square 4 \square 5 \square 6 \square 7 \square 8 \square 9 \square 10,$$

Luíza substituiu cada símbolo \square por sinais de "+" ou "-", utilizando cinco de cada tipo, e o resultado da expressão que apareceu após a colocação dos sinais foi um número positivo de dois algarismos e múltiplo de 7 que ela chamou de N .

- a) Prove que N é menor que 25.
 b) Mostre que $N = 21$.
 c) Indique como distribuir os sinais para obter o $N = 21$.

Exercício 18. Qual é a soma dos algarismos do número $1 + 10 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + \dots + 10^{2005} + 10^{2006}$?

Exercício 19. Uma relógio com um pêndulo oscila a cada segundo da esquerda para direita e *vice versa*, sempre com o mesmo movimento. Ele foi posicionado na origem da reta numérica com marcações de 1 centímetro (positivas e negativas, para indicar direita e esquerda) e a sombra do seu pêndulo ficou alinhada com uma reta numérica perfazendo um movimento de 12 centímetros entre as alturas máximas atingidas na esquerda e na direita. Qual a marcação máxima que a sombra do pêndulo alcança na reta numérica para a direita e para a esquerda?

Exercício 20. Escrevendo os números naturais de 1 até 10 em fila e mantendo um espaço vazio entre eles (\square) obtemos

$$1 \square 2 \square 3 \square 4 \square 5 \square 6 \square 7 \square 8 \square 9 \square 10.$$

É possível ocupar os \square com sinais de “+” ou “-” de modo que o resultado da expressão que aparecerá após a colocação dos sinais seja **zero**?

Exercício 21. Observe a figura 1.

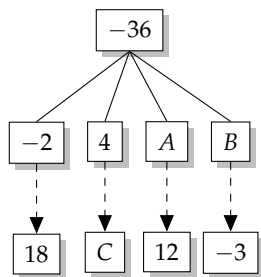


Figura 1

Nela conhecemos alguns valores e temos que descobrir A , B e C . A primeira passagem entre o -36 e os números do andar de baixo deve ser feita uma operação de divisão e o resultado de cada operação fica nos últimos retângulos. Quais os valores de A , B e C ?

Exercício 22. Observe o circuito representado pela figura 3 que partida no local indicado pela letra A e a chegada pela letra H .

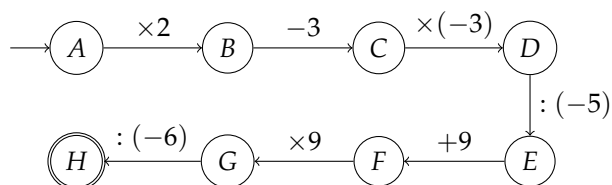
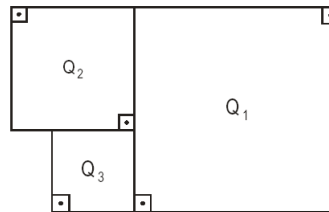


Figura 3

- Quando $A = 9$, qual o valor de H ?
- Quando $A = -6$, qual o valor de H ?
- Quando $H = -9$, qual o valor de A ?



Exercício 23. Na figura a seguir, as áreas dos quadrados Q_1 e Q_2 são 225 m^2 e 81 m^2 , respectivamente.

Qual a área do quadrado Q_3 , em metros quadrados?

Exercício 24. Considere o número

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + 2011 + 2012 + 2013 + 2014.$$

Esse número é par ou ímpar?

Exercício 25. Qual número é maior:

- 2^{300} ou 3^{200} ?
- 2^{40} ou 3^{28} ?
- 5^{44} ou 4^{53} ?

Exercício 26. Qual é o maior dentre os números 2^{27} , 3^{18} ou 5^{12} ?

Exercício 27. Quem é maior 31^{11} ou 17^{14} ?

Exercício 28. Prove que $2^{100} + 3^{100} < 4^{100}$?

Exercício 29. Com quantos zeros termina o número

$$15^6 \cdot 28^5 \cdot 55^7?$$

- 10
- 18
- 26
- 13
- 5.

Exercício 30. Resolva as expressões abaixo:

$$a) (2412 : 12 + (-2)^3) + (-1)^3 + (48 + 6 \times (-2)).$$

$$b) \left\{ [(-3)^3 \cdot 2^2 + (-3)] + 100 \right\} : \sqrt{121}.$$

3 Exercícios de Aprofundamento e de Exames

Exercício 31. Esmeralda compra cinco latas de azeite a quatro reais e setenta centavos a lata, cinco latas de leite em pó a três reais e doze centavos cada e três caixas de iogurte com seis iogurtes cada caixa ao preço de oitenta centavos por iogurte. Paga com uma nota de cinquenta reais e quer saber quanto irá receber de troco. Escreva uma expressões aritméticas que represente a solução para este problema.

Exercício 32. Renata digitou um número em sua calculadora, multiplicou-o por 3, somou 12, dividiu o resultado por 7 e obteve o número 15. Qual foi o número digitado inicialmente?

Exercício 33. Uma empresa de telefonia celular oferece planos mensais de 60 minutos a um custo mensal de R\$ 52,00, ou seja, você pode falar durante 60 minutos no

seu telefone celular e paga por isso exatamente R\$ 52,00. Para o excedente, é cobrada uma tarifa de R\$ 1,20 cada minuto. A mesma tarifa por minuto excedente é cobrada no plano de 100 minutos, oferecido a um custo mensal de R\$ 87,00. Um usuário optou pelo plano de 60 minutos e no primeiro mês ele falou durante 140 minutos. Se ele tivesse optado pelo plano de 100 minutos, quantos reais ele teria economizado?

- a) 10 b) 11 c) 12 d) 13 e) 14

Exercício 34. No planeta POTI, o número de horas por dia é igual ao número de dias por semana, que é igual ao número de semanas por mês, que é igual ao número de meses por ano. Sabendo que em POTI há 4096 horas por ano, quantas semanas há num mês?

Exercício 35. Dividindo-se o número 4^{4^2} por 4^4 obtemos o número:

- a) 2 b) 4^3 c) 4^4 d) 4^8 e) 4^{12} .

Exercício 36. Se $a = 2^{40}$, $b = 3^{20}$ e $c = 7^{10}$, então:

- a) $c < b < a$ b) $a < c < b$ c) $b < a < c$
d) $b < c < a$ e) $c < a < b$.

Exercício 37. Efetuando as operações indicadas na expressão

$$\left(\frac{2^{2007} + 2^{2005}}{2^{2006} + 2^{2004}} \right) \cdot 2006$$

obtemos um número de quatro algarismos. Qual é a soma dos algarismos desse número?

- a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) 8.

Exercício 38. Quanto vale

a) $(1 + 2^5)^2$?

b) $\sqrt[4]{2^{20} + 2^{27} + 2^{31} + 2^{32} + 2^{37} + 2^{40}}$?

Exercício 39. Calcule o valor de

$$A = \frac{1001 \cdot 1002 \cdot 1003 \cdot \dots \cdot 2000}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 1999}$$

- a) 2^{1000} b) 2^{999} c) 1000 d) 999 e) 2.

Respostas e Soluções.

1. Observando a reta numérica podemos concluir que:

- a) houve variação de 5 unidades;
- b) houve variação de -15 unidades;
- c) houve variação de 4 unidades;
- d) houve variação de -10 unidades;
- e) houve variação de -5 unidades;
- f) houve variação de -18 unidades;
- g) houve variação de -57 unidades;

2. Caso ele tente ir para A e depois voltar para B deverá percorrer 6 km na ida e 18 km na volta, um total de 24 km. Logo, isso não será possível. No caso da letra **b**, indo primeiro para B teremos 12 km e na volta serão 18, num total de 30 km de distância percorrida.

3. Fazendo a soma e completando a última coluna da tabela, temos que a vencedora foi Carla.

	Rodada 1	Rodada 2	Total
João	1	4	5
Maria	3	-2	1
José	6	-8	-2
Carla	7	-10	-3

4. (Extraído da Vídeo Aula)

Vamos considerar que a passagem do tempo para o futuro é positiva e para o passado é negativa, e um gasto de 10 reais é representado por -10 .

- a) $-10 \cdot 5 = -50$.
- b) $-10 \cdot (-7) = 70$.

5. Fazendo a soma e completando a última coluna da tabela, temos que a vencedora foi Carla.

	Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Total
João	6	-4	-1	-2	-1
Maria	-3	-3	-2	1	-7
José	-2	-8	-4	5	-9
Carla	5	-10	6	-4	-3

Organizando de forma crescente temos

$$-9 < -7 < -3 < -1,$$

portanto temos

- 1° lugar : José
- 2° lugar : Maria
- 3° lugar : Carla
- 4° lugar : João.

6. Montando e resolvendo uma expressão começando na primeira temperatura informada e depois agregando as variações informadas, chegamos a

$$1 + 4 + 2 - 10 - 12 - 9 = -24^\circ \text{C}.$$

7. Basta observar que para os positivos, quanto mais distante do zero maior o número. Já no caso dos negativos, quanto mais próximo do zero, maior o número.

- a) $0 > -1$
- b) $-2 > -4$
- c) $3 < 8$
- d) $-3 > -8$
- e) $-2 < 5$
- f) $6 > 0$
- g) $0 > -6$
- h) $-10 > -26$

8. $3500 - (-1500) = 5000$ metros.

9. Basta usar a definição de módulo de número inteiro.

- a) $|0| = 0$.
- b) $|1| = 1$.
- c) $|-2| = 2$.
- d) $|3| = 3$.
- e) $|-3| = 3$.
- f) $|4| = 4$.
- g) $|-5| = 5$.
- h) $|5| = 5$.

10. Após o preenchimento correto teremos a tabela a seguir

Tabela 3: Extrato Preenchido

Data	Tipo	Valor	Saldo
Saldo Anterior			800,00
05/jan	D	100,00	700,00
08/jan	C	1500,00	2200,00
12/jan	D	800,00	1400,00
13/jan	D	500,00	900,00
15/jan	D	600,00	300,00
18/jan	C	250,00	550,00

Finalmente, reunindo os dados anteriores, obtemos

Tabela 4: Resumo da Movimentação Preenchido

Tipo	Qtde	Total R\$
C	2	2750,00
D	4	3300,00
Saldo mês		-550,00
Saldo atual		250,00

11. (Extraído da OBMEP)

Como os expoentes são distintos, o resultado é número formado por cinco 1's e com os demais dígitos todos iguais a zero, logo a soma será 5.

12. Fazendo as operações opostas do final para o início, encontraremos o 5 como abscissa inicial.

13.

a) 243.

c) 625.

b) $4 + 9 = 13$.

d) $-8 + (-27) = -35$.

14.

a) 2^6

b) -2^{45} .

c) 10^6 .

d) 2^{13} .

15. Seguindo a regra da multiplicação explicada no enunciado, teremos

Tabela 6: Produtos.

×	-1	3	-5	6	-3	-2
2	-2	6	-10	12	-6	-4
-4	4	-12	20	-24	12	8
5	-5	15	-25	30	-15	-10
7	-7	21	-35	42	-21	-14
8	-8	24	-40	48	-24	-16
9	-9	27	-45	54	-27	-18

16. (Extraído da Vídeo Aula)

Observe que E possui três potências com expoente ímpar e para que $\sqrt{E \cdot N}$ seja inteiro, $E \cdot N$ deve ser um quadrado perfeito, ou seja, um número cuja fatoração só tem potências com expoente par. Como queremos o menor N , basta escolhermos um número que complemente os expoentes das potências com expoentes ímpares de modo a virarem pares. Portanto, o menor inteiro é $N = 2^1 \cdot 3^1 \cdot 7^1 = 42$.

17. (Extraído do Banco de Questões da OBMEP)

Observe que N pode ser escrito como

$$N = (1 + 2 + \dots + 9 + 10) - 2 \cdot (a + b + c + d + e),$$

onde a, b, c, d e e são os números antecidos por sinais negativos. Agora veja que

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 10 &= \frac{10 \cdot (1 + 10)}{2} \\ &= 55. \end{aligned}$$

Logo, $N = 55 - 2 \cdot (a + b + c + d + e)$ que é um número ímpar

a) A menor soma possível para $a + b + c + d + e$ será 15. Portanto, $N \leq 55 - 2 \cdot 15 = 25$, mas como esse último não é múltiplo de 7 então $N < 25$.

b) Como N é ímpar, múltiplo de 7, com dois algarismos e menor que 25 podemos concluir que $N = 21$.

c) Uma configuração possível é

$$-1 - 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 + 8 + 9 + 10 = 21.$$

18. (Extraído da OBMEP)

Como os expoentes são distintos, o resultado é um número formado por dois mil e sete 1's, logo a soma será 2007.

19. Para a direita chega ao 6 e para a esquerda ao -6 .

20. (Adaptado da Vídeo Aula)

Observe que se isso for possível, poderemos separar os números de 1 até 10 em dois conjuntos de modo que a soma S dos elementos do primeiro seja igual a soma dos elementos do segundo. Como esses conjuntos têm todos os números citados, então

$$\begin{aligned} S + S &= 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 10 \\ 2S &= \frac{10 \cdot (1 + 10)}{2} \\ 2S &= 55. \end{aligned}$$

Mas $2S$ é um número par e 55 é um número ímpar, então essa equação não tem solução inteira, daí, não tem como cumprir o que o problema perguntou.

21. A figura 2 representa a resposta do exercício.

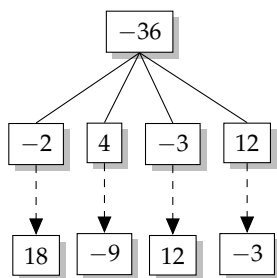


Figura 2

Sendo assim, teremos $A = -3$, $B = 12$ e $c = -9$.

22. De modo geral, teremos sempre que

$$H = -\frac{54A + 324}{30}.$$

a) Fazendo passo a passo, chegaremos a $A = 9$, $B = 18$, $C = 15$, $D = -45$, $E = 9$, $F = 18$, $G = 162$ e $H = -27$.

b) Fazendo passo a passo, chegaremos a $A = -6$, $B = -12$, $C = -15$, $D = 45$, $E = -9$, $F = 0$, $G = 0$ e $H = 0$.

c) Fazendo as operações inversas, teremos $H = -9$, $G = 54$, $F = 6$, $E = -3$, $D = 15$, $C = -5$, $B = -2$ e $A = -1$.

23. Denomine as medidas dos lados de Q_1 , Q_2 e Q_3 como l_1 , l_2 e l_3 . Do enunciado, temos que $(l_1)^2 = 225$ e $(l_2)^2 = 81$, logo $l_1 = 15$ m e $l_2 = 9$ m. Podemos observar que

$$\begin{aligned} l_2 + l_3 &= l_1 \\ 9 + l_3 &= 15 \\ l_3 &= 6 \text{ metros} \end{aligned}$$

e a área de $Q_3 = l_3^2 = 36$ m².

24. (Extraído da Vídeo Aula)

Observe que se escrevermos a soma pedida no sentido inverso obteremos

$$S = 2014 + 2013 + 2012 + 2011 + \dots + 4 + 3 + 2 + 1$$

e, somando a forma original com sua escrita invertida, também obteremos

$$\begin{aligned} S &= 1 + 2 + \dots + 2013 + 2014 \\ S &= 2014 + 2013 + \dots + 2 + 1 \\ 2S &= 2015 + 2015 + \dots + 2015 + 2015 \\ 2S &= 2014 \times 2015 \\ S &= 1007 \times 2015, \end{aligned}$$

que é o produto de números ímpares. Logo a soma dada é ímpar.

Observação: Veja que

$$2S = \underbrace{2015 + 2015 + \dots + 2015 + 2015}_{2014 \text{ parcelas iguais a } 2015}.$$

pode ser facilmente transformada em uma multiplicação em função da igualdade das parcelas, resultando em

$$2S = 2014 \times 2015.$$

Essa ideia pode ser aplicada na soma

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + (n - 2) + (n - 1) + n.$$

Repetindo o método chegaremos a

$$\begin{aligned} S &= 1 + 2 + \dots + (n - 1) + n \\ S &= n + (n - 1) + \dots + 2 + 1 \\ 2S &= (n + 1) + (n + 1) + \dots + (n + 1) + (n + 1) \\ 2S &= n \times (n + 1) \end{aligned}$$

que produz a fórmula para a soma S dos naturais de 1 até n :

$$S = \frac{n \cdot (n + 1)}{2}.$$

25. (Extraído do livro Círculos Matemáticos)

a) Como $2^{300} = 8^{100}$ e $3^{200} = 9^{100}$, então $2^{300} < 3^{200}$?

b) Como $2^{40} = 1024^4$ e $3^{28} = 2187^4$, então $2^{40} < 3^{28}$?

c) Primeiro, observe que $4^{53} = 2^{106}$. Agora, como $5^3 < 2^7$, segue que $5^{45} < 2^{105}$. Por fim, $5^{44} < 4^{53}$.

26. Observe que $3^2 > 2^3$, logo $(3^2)^9 > (2^3)^9$, ou seja, $3^{18} > 2^{27}$. Agora, como $3^3 > 5^2$, temos que $(3^3)^6 > (5^2)^6$, ou seja, $3^{18} > 5^{12}$. O maior dentre os três valores é o 3^{18} .

27. (Extraído do livro Círculos Matemáticos)
 Observe que $31^{11} < 32^{11} = 2^{55}$ e $17^{14} > 16^{14} = 2^{56}$. Logo,

$$31^{11} < 2^{55} < 2^{56} < 17^{14}.$$

28. (Extraído do livro Círculos Matemáticos)
 Temos que

$$\begin{aligned} 4^{100} &= 4^{99} + 4^{99} + 4^{99} + 4^{99} \\ &= 4^{99} + 3 \cdot 4^{99} \\ &= 2^{198} + 3 \cdot 4^{99}. \end{aligned}$$

Mas $2^{100} < 2^{198}$ e $3^{100} = 3 \cdot 3^{99} < 3 \cdot 4^{99}$. Somando as duas inequações, teremos

$$\begin{aligned} 2^{100} &< 2^{198} \\ 3^{100} &< 3 \cdot 4^{99} \\ 2^{100} + 3^{100} &< 4^{100}. \end{aligned}$$

■

29.

$$\begin{aligned} 15^6 \cdot 28^5 \cdot 55^7 &= (3^6 \cdot 5^6) \cdot (2^{10} \cdot 7^5) \cdot (5^7 \cdot 11^7) \\ &= 3^6 \cdot 11^7 \cdot 5^3 \cdot 10^{10} \end{aligned}$$

Logo, o número termina em 10 zeros. Resposta A.

30.

$$\begin{aligned} \text{a) } (2412 : 12 + (-2)^3) + (-1)^3 + (48 + 6 \times (-2)) &= 228 \\ (2412 : 12 + (-2)^3) + (-1)^3 + (48 + 6 \times (-2)) &= \\ (2412 : 12 - 8) - 1 + (48 - 6 \times 2) &= \\ (201 - 8) - 1 + (48 - 12) &= \\ 193 - 1 + 36 &= \\ 192 + 36 &= \\ 228. & \end{aligned}$$

$$\text{b) } \left\{ \left[(-3)^3 \cdot 2^2 + (-3) \right] + 100 \right\} : \sqrt{121} = -1$$

$$\begin{aligned} \left\{ \left[(-3)^3 \cdot 2^2 + (-3) \right] + 100 \right\} : \sqrt{121} &= \\ \{ [(-27) \cdot 4 - 3] + 100 \} : 11 &= \\ \{ [(-108 - 3) + 100] \} : 11 &= \\ \{-111 + 100\} : 11 &= \\ -11 : 11 &= \\ -1. & \end{aligned}$$

31. (Adaptado da OBM)

Ela compra 5 latas de azeite a R\$ 4,70 a lata, 5 latas de leite a R\$ 3,12 cada e 3 caixas de iogurte com 6 iogurtes em cada caixa a R\$ 0,80 por iogurte. O total gasto com esses itens é $5 \times 4,70 + 5 \times 3,12 + 3 \times 6 \times 0,80 = 5 \times (4,70 + 3,12) + 3 \times 6 \times 0,80$. Como ela paga com uma nota de R\$ 50,00, ela irá receber de troco o resultado da expressão

$$50 - [5 \times (4,70 + 3,12) + 3 \times 6 \times 0,80].$$

32. (Adaptado da OBM)

Basta operar de trás para frente, utilizando as operações inversas em cada passagem e chegaremos ao número 31.

33. (Extraído da OBM)

O usuário pagou

$$52 + (140 - 60) \cdot 1,20 = 148 \text{ reais;}$$

no plano de 100 minutos teria pago

$$87 + (140 - 100) \cdot 1,20 = 135,$$

ou seja, teria economizado $148 - 135 = 13$ reais.

Resposta: **Letra D.**

34. (Adaptado da OBM.)

Sendo x o número de horas por dia, dias por semana, semanas no mês e meses por ano, podemos concluir que em POTI há x^4 horas por ano, logo

$$\begin{aligned} x^4 &= 4096 \\ x^4 &= 2^{12} \\ x &= \sqrt[4]{2^{12}} \\ x &= 2^3 = 8 \text{ semanas por mês.} \end{aligned}$$

35. (Extraído da OBM)

$$4^{4^2} : 4^4 = 4^{4^2 - 4} = 4^{12}. \text{ Resposta E.}$$

36. (Extraído da OBM)

$a = 2^{40} = 16^{10}$, $b = 3^{20} = 9^{10}$ e $c = 7^{10}$. Como $16 > 9 > 7$, temos $a > b > c$. Resposta A.

37. (Extraído da OBM)

$$\begin{aligned} \left(\frac{2^{2007} + 2^{2005}}{2^{2006} + 2^{2004}} \right) \cdot 2006 &= \frac{2^{2005}(2^2 + 1)}{2^{2004}(2^2 + 1)} \cdot 2006 \\ &= 2 \cdot 2006 \\ &= 4012. \end{aligned}$$

A soma dos dígitos de 4012 é 7. Resposta D.

38. (Extraído da Olimpíada da Itália)

Desenvolvendo teremos

a) $(1 + 2^5)^2 = 1 + 2^6 + 1^{10}$.

b) Podemos começar com o fator 2^{20} em evidência, depois com o 2^6 e por último o 2^{10} , como exposto abaixo.

$$\begin{aligned} & \sqrt[4]{2^{20} + 2^{27} + 2^{31} + 2^{32} + 2^{37} + 2^{40}} = \\ & \sqrt[4]{2^{20} (1 + 2^7 + 2^{11} + 2^{12} + 2^{17} + 2^{20})} = \\ & 2^5 \cdot \sqrt[4]{1 + 2^6 + 2^6 + 2^{10} + 2^{10} + 2^{12} + 2^{17} + 2^{20}} = \\ & 2^5 \cdot \sqrt[4]{1 + 2^6 + 2^{10} + 2^6 + 2^{10} + 2^{12} + 2^{17} + 2^{20}} = \\ & 2^5 \cdot \sqrt[4]{(1 + 2^5)^2 + 2^6 + 2^{12} + 2^{16} + 2^{10} + 2^{16} + 2^{20}} = \\ & 2^5 \cdot \sqrt[4]{(1 + 2^5)^2 + 2^6 (1 + 2^6 + 2^{10}) + 2^{10} + 2^{16} + 2^{20}} = \\ & 2^5 \cdot \sqrt[4]{(1 + 2^5)^2 + 2^6 (1 + 2^5)^2 + 2^{10} + 2^{16} + 2^{20}} = \\ & 2^5 \cdot \sqrt[4]{(1 + 2^5)^2 + 2^6 (1 + 2^5)^2 + 2^{10} (1 + 2^6 + 1^{10})} = \\ & 2^5 \cdot \sqrt[4]{(1 + 2^5)^2 + 2^6 (1 + 2^5)^2 + 2^{10} (1 + 2^5)^2} = \\ & 2^5 \cdot \sqrt[4]{(1 + 2^5)^2 (1 + 2^6 + 2^{10})} = \\ & 2^5 \cdot \sqrt[4]{(1 + 2^5)^2 (1 + 2^5)^2} = \\ & 2^5 \cdot \sqrt[4]{(1 + 2^5)^4} = \\ & 2^5 \cdot (2^5 + 1) = \\ & 1056. \end{aligned}$$

39. Seja

$$\begin{aligned} B &= \frac{2^{1000} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 1000}{2^{1000} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 1000} \\ &= \frac{2^{1000} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 1000}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2000} \end{aligned}$$

Assim

$$\begin{aligned} A \cdot B &= \frac{2^{1000} \cdot 2000!}{2000!} \\ &= 2^{1000} \end{aligned}$$

Como, $B = 1$, concluímos que $A = 2^{1000}$. Resposta C.

Observação: Estamos escrevendo $2000!$ no lugar de

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2000.$$

ELABORADO POR TIAGO MIRANDA E CLEBER ASSIS
PRODUZIDO POR ARQUIMEDES CURSO DE ENSINO
CONTATO@CURSOARQUIMEDES.COM