Módulo Frações, o Primeiro Contato

Frações como Razões.

6^o ano/E.F.

Frações, o Primeiro Contato.
Frações como Razões.

1 Exercícios Introdutórios

Exercício 1. Sabendo que velocidade média é a razão entre a distância percorrida e o intervalo de tempo do percurso. Determine a velocidade média nas situações abaixo.

a) Uma viagem de 300 quilômetros que demorou 6 horas.

b) Uma caminhada de 800 metros até a padaria que demorou 25 minutos.

c) Uma corrida de 100 metros em 10 segundos.

Exercício 2. A densidade demográfica de um país, de uma cidade ou de qualquer região é calculada através da razão entre a quantidade de pessoas que habitam esta localidade e sua área. Determine a densidade demográfica dos países abaixo. (Seus valores estão aproximados)

a) França: 60 milhões de habitantes em 500 mil quilômetros quadrados.

b) Portugal: 10 milhões de habitantes em 100 mil quilômetros quadrados.

c) Reino Unido: 60 milhões de habitantes em 250 mil quilômetros quadrados.

d) Bélgica: 12 milhões de habitantes em 30 mil quilômetros quadrados.

e) Mônaco: 30 mil habitantes em 2 quilômetros quadrados.

f) Brasil: 200 milhões de habitantes em 8 milhões de quilômetros quadrados.

Exercício 3. Uma planta de uma casa foi desenhada em escala $1 : 50$. Qual o comprimento de uma parede que tem 8cm de comprimento na planta?

Exercício 4. Os comprimentos de dois postes estão entre si assim como 3 está para 5. Sabendo-se que o menor deles mede 6m, então o maior mede:

a) 20m.

b) 18m.

c) 15m.

d) 12m.

e) 10m.

2 Exercícios de Fixação

Exercício 5. Ao dividir balas, Rui coloca 4 para ele e 3 para Vani. No dia seguinte, quem divide as balas é Vani, que pega 3 para ela e 2 para ele. Qual a distribuição mais vantajosa?

Exercício 6. Três operários fazem um trabalho em 4 dias. O primeiro e o segundo são capazes de fazê-lo sozinhos em 9 e 12 dias, respectivamente. Qual o número de dias que o terceiro operário levaria sozinho para executar o mesmo trabalho?

Exercício 7. Uma torneira enche um tanque em 6 horas, uma outra enche o mesmo tanque em 4 horas, já um ralo pode esvaziá-lo totalmente em 3 horas. Estando o tanque vazio, abrindo-se, ao mesmo tempo, as duas torneiras e o ralo, em quanto tempo o tanque encherá?

Exercício 8. Duas jarras contém uma mistura de álcool e água nas razões $3 : 7$ na primeira e $3 : 5$ na segunda. Juntando-se os conteúdos das duas jarras, obtemos uma mistura de álcool e água. Determine essa razão.

Exercício 9. Um bar vende suco e refresco de tangerina. Ambos são fabricados diluindo em água um concentrado dessa fruta. As proporções são de uma parte de concentrado para três de água, no caso do suco, e de uma parte de concentrado para seis de água, no caso do refresco. O refresco também poderia ser fabricado diluindo x partes de suco em y partes de água, se a razão $\dfrac{x}{y}$ fosse igual a

a) $\dfrac{1}{2}$.

b) $\dfrac{3}{4}$.

c) 1.

d) $\dfrac{4}{3}$.

e) 2.

3 Exercícios de Aprofundamento e de Exames

Exercício 10. Um carpinteiro fabrica portas retangulares maciças, feitas de um mesmo material. Por ter recebido de seus clientes pedidos de portas mais altas, aumentou sua altura em $\dfrac{1}{8}$, preservando suas espessuras. A fim de manter o custo com o material de cada porta, precisou reduzir a largura. A razão entre a largura da nova porta e a largura da porta anterior é:

a) $\dfrac{1}{8}$.

b) $\frac{7}{8}$.

c) $\frac{8}{7}$.

d) $\frac{8}{9}$.

e) $\frac{9}{8}$.

Exercício 11. O condomínio de um edifício permite que cada proprietário de apartamento construa um armário em sua vaga de garagem. O projeto da garagem, na escala 1 : 100, foi disponibilizado aos interessados já com as especificações das dimensões do armário, que deveria ter o formato de um paralelepípedo retângulo reto, com dimensões, no projeto, iguais a 3cm, 1cm e 2cm. O volume real do armário, em centímetros cúbicos, será:

a) 6.

b) 600.

c) 6000.

d) 60000.

e) 6000000.

Exercício 12. Um dos grandes problemas enfrentados nas rodovias brasileiras é o excesso de carga transportada pelos caminhões. Dimensionado para o tráfego dentro dos limites legais de carga, o piso das estradas se deteriora com o peso excessivo dos caminhões. Além disso, o excesso de carga interfere na capacidade de frenagem e no funcionamento da suspensão do veículo, causas frequentes de acidentes. Ciente dessa responsabilidade e com base na experiência adquirida com pesagens, um caminhoneiro sabe que seu caminhão pode carregar, no máximo, 1500 telhas ou 1200 tijolos. Considerando esse caminhão carregado com 900 telhas, quantos tijolos, no máximo, podem ser acrescentados à carga de modo a não ultrapassar a carga máxima do caminhão?

a) 300 tijolos.

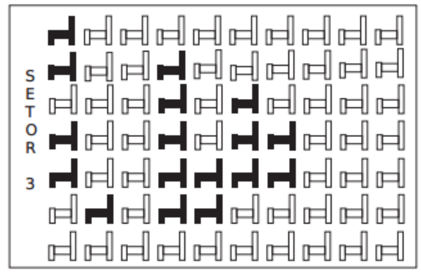
b) 360 tijolos.

c) 400 tijolos.

d) 480 tijolos.

e) 600 tijolos.

Exercício 13. Em um certo teatro, as poltronas são divididas em setores. A figura apresenta a vista do setor 3 desse teatro, no qual as cadeiras escuras estão reservadas e as claras não foram vendidas.



A razão que representa a quantidade de cadeiras reservadas do setor 3 em relação ao total de cadeiras desse mesmo setor é:

a) $\frac{17}{70}$.

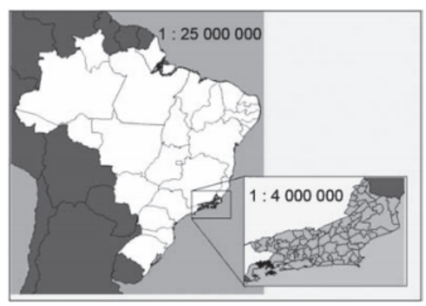
b) $\frac{17}{53}$.

c) $\frac{53}{70}$.

d) $\frac{53}{17}$.

e) $\frac{70}{17}$.

Exercício 14. A figura apresenta dois mapas, em que o estado do Rio de Janeiro é visto em diferentes escalas.



Há interesse em estimar o número de vezes que foi ampliada a área correspondente a esse estado no mapa do Brasil. Esse número é:

a) menor que 10.

b) maior que 10 e menor que 20.

c) maior que 20 e menor que 30.

d) maior que 30 e menor que 40.

e) maior que 40.

Exercício 15. Durante as férias de julho, um atleta relaxou no seu treinamento e na sua dieta e aumentou um nono do seu "peso". No retorno dessas férias, ele resolveu que queria voltar ao "peso" anterior no início das mesmas. Para isso, resolveu fazer um regime e intensificar seu treinamento novamente. Para que volte ao "peso" que tinha antes das férias de julho, esse atleta deverá perder uma fração do seu "peso" registrado ao término dessas férias. Sendo assim, pode-se concluir que essa fração deverá ser igual a:

a) $\dfrac{1}{2}$.

b) $\dfrac{1}{5}$.

c) $\dfrac{1}{9}$.

d) $\dfrac{1}{10}$.

e) $\dfrac{1}{15}$.

Exercício 16. Um professor de Matemática fez uma gincana com a sua turma de alunos dividindo-a em dois grupos: o dos meninos e o das meninas. Em uma das tarefas da gincana, ele mandou que todos calculassem a expressão abaixo.

$$\frac{1}{4 - \dfrac{1}{1 - \dfrac{1}{2}}} + \frac{1}{2}.$$

Depois, solicitou que os meninos multiplicassem o resultado da expressão por 10, e que as meninas multiplicassem o resultado da expressão por $\dfrac{1}{10}$. Para concluir a tarefa, e sabendo que os dois grupos acertaram, a soma do resultado encontrado pelo grupo dos meninos com o resultado encontrado pelo grupo das meninas foi:

a) $\dfrac{99}{10}$.

b) $\dfrac{21}{2}$.

c) $\dfrac{100}{10}$.

d) $\dfrac{17}{4}$.

e) $\dfrac{101}{10}$.

Respostas e Soluções.

1.

a) $\dfrac{300}{6} = 50\text{km/h}$.

b) $\dfrac{800}{25} = 32\text{m/min}$.

c) $\dfrac{100}{10} = 10\text{m/s}$.

2.

a) $\dfrac{60000000}{500000} = 120\text{hab/km}^2$.

b) $\dfrac{10000000}{100000} = 100\text{hab/km}^2$.

c) $\dfrac{60000000}{250000} = 240\text{hab/km}^2$.

d) $\dfrac{12000000}{30000} = 400\text{hab/km}^2$.

e) $\dfrac{30000}{2} = 15000\text{hab/km}^2$.

f) $\dfrac{200000000}{8000000} = 25\text{hab/km}^2$.

3. Como a escala é $1:50$, ou seja, $\dfrac{1}{50}$, basta encontrar uma fração equivalente cujo numerador seja 8. Temos, então, $\dfrac{1}{50} = \dfrac{8}{400}$. Assim, o comprimento real dessa parede é $400\text{cm} = 4\text{m}$.

4. (Extraído da Vídeo Aula) Como a razão entre eles é $\dfrac{3}{5}$, basta encontrar uma fração equivalente com numerador igual a 6, ou seja, $\dfrac{3}{5} = \dfrac{6}{10}$. Temos, então, que o comprimento do poste maior é 10m. Resposta E.

5. (Extraído da Vídeo Aula) Comparando frações equivalentes a $\dfrac{4}{3}$ e $\dfrac{3}{2}$ com o mesmo denominador, temos $\dfrac{8}{6} < \dfrac{9}{6}$, ou seja, a distribuição mais vantajosa, pra quem a faz, é a de Vani.

6. (Extraído da Vídeo Aula) Temos que o primeiro faz $\dfrac{1}{9}$ do trabalho por dia, enquanto que o segundo, $\dfrac{1}{12}$ por dia. Juntos, os dois primeiros operários fazem $\dfrac{1}{9} + \dfrac{1}{12} = \dfrac{4+3}{36} = \dfrac{7}{36}$ do trabalho por dia. Como os três devem fazer $\dfrac{1}{4}$ do trabalho por dia, o terceiro, por dia, faz $\dfrac{1}{4} - \dfrac{7}{36} = \dfrac{9-7}{36} = \dfrac{1}{18}$ do trabalho. Assim, trabalhando sozinho, o terceiro realiza o trabalho em 18 dias.

7. (Extraído da Vídeo Aula) Por hora, uma torneira realiza $\frac{1}{6}$ do seu trabalho, a outra, $\frac{1}{4}$ e o ralo, cujo trabalho não é encher e sim esvaziar o tanque, realiza-o $\frac{1}{3}$ em uma hora. Todos funcionando juntos, partindo do tanque vazio, conseguirão encher $\frac{1}{6}+\frac{1}{4}-\frac{1}{3}=\frac{2+3-4}{12}=\frac{1}{12}$ do tanque por hora, ou seja, o tanque ficará cheio em 12h.

8. (Extraído da Vídeo Aula) A primeira mistura tem 3 partes de álcool em 10 partes de mistura, $\frac{3}{10}$, enquanto que a segunda tem 3 partes de álcool em 8 partes de mistura, $\frac{3}{8}$. Vamos tomar um múltiplo comum a 10 e 8 como quantidade de líquido em cada jarra, por exemplo, 40, que é o menor deles. Na primeira jarra teremos 12 partes de 40, enquanto que na segunda, 15 partes de 40. Juntando as duas jarras, ficaremos com 27 partes de álcool para 80 de líquido, ou seja, $80-27=53$ de água. Temos que a razão entre álcool e água da nova mistura é $\frac{27}{53}$.

9. (Extraído da UERJ) Como queremos 1 parte de concentrado para 6 partes de água e o suco possui 1 parte de concentrado para 3 de água, precisaríamos acrescentar 3 partes de água ao suco, ou seja, seria necessário $1+3=4$ partes de suco para 3 partes de água. Temos então $\frac{x}{y}=\frac{4}{3}$. Resposta D.

10. (Extraído do ENEM – 2014) Como o custo deve ser mantido, a área deve ser mantida, já que a espessura não se alterou. Se a altura aumentou $\frac{1}{8}$, ficou com $\frac{1}{8}+1=\frac{9}{8}$ da altura anterior. Para que a área seja mantida, o produto da nova largura pela nova altura deve ser igual a 1, ou seja, a nova largura deve ser $\frac{8}{9}$ da anterior. E a razão entre a nova e a anterior deve ser $\frac{\frac{8}{9}}{1}=\frac{8}{9}$. Resposta D.

11. (Extraído do ENEM - 2014) Como a escala do projeto é $\frac{1}{100}=\frac{2}{200}=\frac{3}{300}$, então as dimensões do armário são 100cm, 200cm e 300, sendo seu volume igual a $100\cdot 200\cdot 300=6000000\text{cm}^3$. Resposta E.

12. (Extraído do ENEM - 2013) A razão entre as quantidades de telhas e tijolos é $\frac{1500}{1200}=\frac{5}{4}$. Como o caminhão já recebeu 900 telhas, vamos verificar a quantidade equivalente de tijolos. Assim, $\frac{5}{4}=\frac{900}{720}$, e daí segue que 900 telhas equivalem a 720 tijolos, faltando, para carga máxima, $1200-720=480$ tijolos. Resposta D.

13. (Extraído do ENEM - 2013) Se a quantidade de cadeiras reservadas é 17 e total de cadeiras é 70, então a razão é $\frac{17}{70}$. Resposta A.

14. (Extraído do ENEM - 2013) Temos

$$\begin{aligned}\frac{\frac{1}{4000000}}{\frac{1}{25000000}} &= \frac{1}{4000000}\cdot\frac{25000000}{1}\\ &= \frac{25}{4},\end{aligned}$$

que é um número menor que 10. Resposta A.

15. (Extraído do concurso do Colégio Militar de Porto Alegre - 2014) Se o ganho de "peso" foi um nono, ele passou a $\frac{10}{9}$ do "peso" anterior. Como $\frac{10}{9}-\frac{10}{9}\cdot\frac{1}{10}=\frac{10}{9}-\frac{1}{9}=1$, então a fração que ele deverá perder do atual "peso" é $\frac{1}{10}$. Resposta D.

16. (Extraído do concurso do Colégio Militar de Recife – 2014) Resolvendo a expressão proposta, temos:

$$\begin{aligned}\frac{1}{4-\frac{1}{1-\frac{1}{2}}}+\frac{1}{2} &= \frac{1}{4-\frac{1}{\frac{1}{2}}}+\frac{1}{2}\\ &= \frac{1}{4-2}+\frac{1}{2}\\ &= \frac{1}{2}+\frac{1}{2}\\ &= 1.\end{aligned}$$

Como o grupo de meninos multiplicou por 10 e o grupo de meninas multiplicou por $\frac{1}{10}$, a soma dos resultados dos grupos é $\frac{1}{10}+10=\frac{101}{10}$. Resposta E.

Elaborado por Cleber Assis e Tiago Miranda
Produzido por Arquimedes Curso de Ensino
contato@cursoarquimedes.com