Módulo Equações e Inequações do Primeiro Grau

Exercícios sobre Inequações

7° ano E.F.

Professores Cleber Assis e Tiago Miranda

PORTAL DA MATEMÁTICA
OBMEP

Equações e Inequações do Primeiro Grau
Exercícios sobre Inequações

1 Exercícios Introdutórios

Exercício 1. Resolva as seguintes inequações.

a) $2x + 1 < x - 4$.

b) $3x - 4 \geq 3 - x$.

c) $4(x - 2) + 3(4 - 2x) \leq x - 5(x + 1)$.

d) $\frac{1}{3}\left(\frac{x}{2} - 3\right) + \frac{1}{6} + 3 \geq 0$.

Exercício 2. Qual é o menor número natural tal que seu dobro seja menor que seu quádruplo menos 17?

Exercício 3. Qual é o maior inteiro que satisfaz a inequação:

$$\frac{x}{3} + \frac{5}{6} < 2?$$

Exercício 4. Os dois maiores lados de um triângulo medem $6cm$ e $8cm$. Quais são as possíveis medidas para o menor lado?

Exercício 5. Quantos valores naturais são solução para a inequação:

$$2 < 4x - 5 \leq 25?$$

Exercício 6. Determine os números inteiros negativos que são solução da inequação $2x + 4 > x - 2$.

2 Exercícios de Fixação

Exercício 7. Um feirante, após ter vendido x melancias a $R\$3,00$ cada, vendeu as últimas por um total de $R\$70,00$. Qual é a quantidade de melancias que ele deve ter vendido a $R\$3,00$, sabendo que ele obteve mais de $R\$100,00$ nessa venda?

Exercício 8. Determine os possíveis valores de a de modo que a fração $\frac{5 - 7a}{6 + 13a}$ seja imprópria.

Exercício 9. Sendo $U = \mathbb{Z}$, determine o conjunto solução da inequação:

$$3 \leq 2x - 1 \leq 17$$

Exercício 10. Jaime vende dois tipos de picolés: de frutas a $R\$3,00$ cada e de leite a $R\$4,00$ cada. Se em um dia ele vender 11 picolés de frutas, qual deve ser a menor quantidade de picolés de leite que ele tem que vender para que seu faturamento seja pelo menos $R\$100,00$?

Exercício 11. Telma tirou 6 em matemática no primeiro bimestre; 5,5 no segundo e 4 no terceiro. Se, para passar de ano, sua média deve ser maior ou igual a 5, quanto ela poderá tirar no quarto bimestre se a prova vale de 0 a 10 e deve ser um número inteiro?

Exercício 12. Em um parque de diversões, Fabíola tentou andar em um brinquedo, mas não tinha altura entre $120cm$ e $150cm$, condição necessária para isso. Ela percebeu que se dobrasse de altura e somasse $20cm$ ela poderia andar no brinquedo, assim como se ela triplicasse sua altura e subtraísse $48cm$. Quais são as possíveis alturas de Fabíola?

Exercício 13. Resolva as seguintes inequações, sendo $U = \mathbb{Q}$.

a) $(x - 5)^2 \leq 0$.

b) $x^2 \leq 9$.

c) $x^2 + 13 \geq 0$.

Exercício 14. Uma caixa grande de suco tem 10ℓ. Depois de vender vários copos desta caixa, com $250m\ell$ cada, Marcos percebeu, pela sua experiência, que havia no máximo $2,8\ell$ na caixa. Qual a quantidade mínima de copos vendidos?

Exercício 15. Resolva as inequações, sendo x um número racional:

a) $2 + \frac{3x}{5} \leq x + \frac{1}{2}$.

b) $\frac{x - 2}{4} + \frac{x - 3}{3} > -1$.

c) $\frac{3x + 1}{2} - \frac{x}{3} \leq 3$.

Exercício 16. O carro de José faz em média $12,5km$ com um litro de gasolina. Em uma viagem, ele conseguiu andar $600km$ sem abastecer. Qual a quantidade mínima de gasolina que havia no tanque do carro antes da viagem?

3 Exercícios de Aprofundamento e de Exames

Exercício 17. João é mais velho que Pedro, que é mais novo que Carlos. Antônio é mais velho que Carlos, que é mais novo que João. Antônio não é mais novo que João e todos os quatro meninos têm idades diferentes. O mais jovem deles é:

a) João.

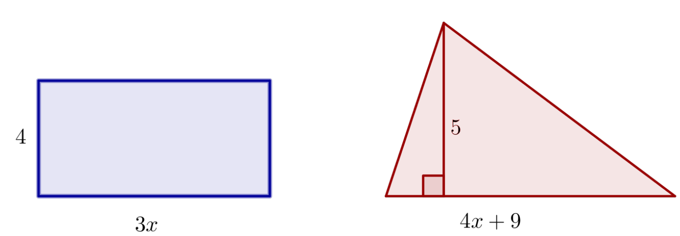
b) Antônio.

c) Pedro.

d) Carlos.

e) impossível de ser identificado a partir dos dados apresentados.

Exercício 18. Para que valores inteiros de x a área do retângulo é menor que a área do triângulo?



Exercício 19. Determine os possíveis valores de x para que:

a) $(2x-4)(15-3x) \geq 0$.

b) $\dfrac{5+2x}{1-x} \leq 0$.

Exercício 20. Um triângulo tem lados com medidas inteiras x, 8 e 12. Quais são os possíveis valores de x?

Respostas e Soluções.

1.

a)

$$\begin{aligned} 2x+1 &< x-4\\ 2x-x &< -4-1\\ x &< -5. \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} 3x-4 &\geq 3-x\\ 3x+x &\geq 3+4\\ 4x &\geq 7\\ x &\geq \frac{7}{4}. \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} 4(x-2)+3(4-2x) &\leq x-5(x+1)\\ 4x-8+12-6x &\leq x-5x-5\\ 4x-6x-x+5x &\leq -5+8-12\\ 2x &\leq -9\\ x &\leq -\frac{9}{2}. \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}\left(\frac{x}{2}-3\right)+\frac{1}{6}+3 &\geq 0\\ \frac{x}{6}-1+\frac{1}{6}+3 &\geq 0\\ \frac{x}{6}-\frac{6}{6}+\frac{1}{6}+\frac{18}{6} &\geq 0\\ x-6+1+18 &\geq 0\\ x+13 &\geq 0\\ x &\geq -13. \end{aligned}$$

2. Seja x este número. Temos então:

$$\begin{aligned} 2x &< 4x-17\\ 2x-4x &< -17\\ -2x &< -17\\ 2x &> 17\\ x &> \frac{17}{2}. \end{aligned}$$

Se $x > \frac{17}{2}$, então o menor natural para x é 9.

3.

$$\begin{aligned} \frac{x}{3}+\frac{5}{6} &< 2\\ \frac{2x}{6}+\frac{5}{6} &< \frac{12}{6}\\ 2x+5 &< 12\\ 2x &< 7\\ x &< \frac{7}{2}. \end{aligned}$$

Se $x < \frac{7}{2}$, então o maior inteiro para x é 3

4. Sabemos que qualquer lado de um triângulo deve ter medida menor que a soma das medidas dos outros dois. Se conhecemos o de maior medida, não precisamos fazer todas as possibilidades, basta apenas uma. Seja x a medida do menor lado, temos que $x+6 > 8$, segue que $x > 2$. Mas como x é a menor das medidas, temos $2 < x < 6$.

5. (Extraído da Vídeo Aula)

$$\begin{array}{ccccc} 2 & < & 4x-5 & \leq & 25\\ 2+5 & < & 4x & \leq & 25+5\\ 7 & < & 4x & \leq & 30\\ \frac{7}{4} & < & x & \leq & \frac{15}{2}. \end{array}$$

Como $x \in \mathbb{N}$, então $x = \{2,3,4,5,6\}$, ou seja, são 5 soluções naturais.

6.

$$\begin{aligned} 2x+4 &> x-2\\ 2x-x &> -2-4\\ x &> -6. \end{aligned}$$

Como $x > -6$, então $S = \{-5,-4,-3,-2,-1\}$.

7.

$$\begin{aligned} 3x+70 &> 100\\ 3x &> 100-70\\ 3x &> 30\\ x &> \frac{30}{3}\\ x &> 10. \end{aligned}$$

Como $x > 10$, o feirante vendeu pelo menos 11 melancias.

8. (Extraído da Vídeo Aula) Como na fração imprópria o numerador deve ser maior que o denominador, temos:

$$\begin{aligned} 5-7a &> 6+13a\\ -7a-13a &> 6-5\\ -20a &> 1\\ 20a &< -1\\ a &< -\frac{1}{20}. \end{aligned}$$

9.

$$\begin{array}{ccccc} 3 & \leq & 2x-1 & \leq & 17\\ 3+1 & \leq & 2x & \leq & 17+1\\ 4 & \leq & 2x & \leq & 18\\ \frac{4}{2} & \leq & x & \leq & \frac{18}{2}\\ 2 & \leq & x & \leq & 9. \end{array}$$

Temos então que $S = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

10. Supondo que a quantidade de picolés de leite vendida seja x, temos:

$$\begin{array}{rcl} 3 \cdot 11 + 4x & \geq & 100 \\ 33 + 4x & \geq & 100 \\ 4x & \geq & 100 - 33 \\ 4x & \geq & 67 \\ x & \geq & \dfrac{67}{4}. \end{array}$$

Como $x \geq \dfrac{67}{4}$ e também deve ser um número natural, a menor quantidade de picolés de leite vendida deve ser 17.

11. Seja x a nota tirada no último bimestre, temos:

$$\begin{array}{rcl} \dfrac{6 + 5,5 + 4 + x}{4} & \geq & 5 \\ 6 + 5,5 + 4 + x & \geq & 20 \\ 15,5 + x & \geq & 20 \\ x & \geq & 20 - 15,5 \\ x & \geq & 4,5. \end{array}$$

Assim, Telma deverá tirar pelo menos 5.

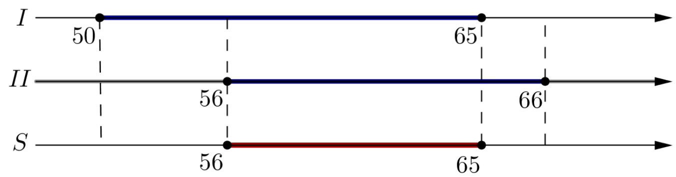
12. Seja x a altura de Fabíola. Pela primeira informação (I), temos:

$$\begin{array}{ccccc} 120 & \leq & 2x + 20 & \leq & 150 \\ 120-20 & \leq & 2x & \leq & 150 - 20 \\ 100 & \leq & 2x & \leq & 130 \\ \dfrac{100}{2} & \leq & x & \leq & \dfrac{130}{2} \\ 50 & \leq & x & \leq & 65. \end{array}$$

Agora vamos usar a segunda informação (II):

$$\begin{array}{ccccc} 120 & \leq & 3x - 48 & \leq & 150 \\ 120+48 & \leq & 3x & \leq & 150 + 48 \\ 168 & \leq & 3x & \leq & 198 \\ \dfrac{168}{3} & \leq & x & \leq & \dfrac{198}{3} \\ 56 & \leq & x & \leq & 66. \end{array}$$

Confrontando as duas informações, temos:



Portanto, a altura de Fabíola está no intervalo, dado em centímetros, $[56, 65]$.

13. (Extraído da Vídeo Aula)

a) No conjunto dos números racionais, qualquer número ao quadrado é positivo ou zero. Como $(x-5)^2 \geq 0$, então necessariamente $x - 5 = 0$, segue que $x = 5$.

b) Analisando os números positivos, vemos que x não pode ser maior que 3. Para os números negativos, basta analisarmos a simetria com os positivos, ou seja, x não pode ser menor que -3. Portanto, $-3 \leq x \leq 3$.

c) Como $x^2 \geq 0$, então qualquer número positivo que somarmos a x^2, obteremos um resultado positivo. Com isso $x^2 + 13 \geq 0$ é verdadeiro para qualquer valor racional de x.

14. Supondo que a quantidade de copos seja x, temos:

$$\begin{array}{rcl} 250m\ell \cdot x & \geq & 10\ell - 2,8\ell \\ 250m\ell \cdot x & \geq & 10000m\ell - 2800m\ell \\ 250x & \geq & 7200 \\ x & \geq & \dfrac{7200}{250} \\ x & \geq & 28,8. \end{array}$$

Como $x \geq 28,8$, então a menor quantidade de copos vendidos foi 29.

15.

a)

$$\begin{array}{rcl} 2 + \dfrac{3x}{5} & \leq & x + \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{20}{10} + \dfrac{6x}{10} & \leq & \dfrac{10x}{10} + \dfrac{5}{10} \\ 20 + 6x & \leq & 10x + 5 \\ 6x - 10x & \leq & 5 - 20 \\ -4x & \leq & -15 \\ 4x & \geq & 15 \\ x & \geq & \dfrac{15}{4}. \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{rcl} \dfrac{x-2}{4} + \dfrac{x-3}{3} & > & -1 \\ \dfrac{3(x-2)}{12} + \dfrac{4(x-3)}{12} & > & -\dfrac{12}{12} \\ 3(x-2) + 4(x-3) & > & -12 \\ 3x - 6 + 4x - 12 & > & -12 \\ 3x + 4x & > & -12 + 6 + 12 \\ 7x & > & 6 \\ x & > & \dfrac{6}{7}. \end{array}$$

c)

$$\begin{aligned}
\frac{3x+1}{2}-\frac{x}{3} &\leq 3\\
\frac{3(3x+1)}{6}-\frac{2x}{6} &\leq \frac{18}{6}\\
3(3x+1)-2x &\leq 18\\
9x+3-2x &\leq 18\\
7x &\leq 15\\
x &\leq \frac{15}{7}.
\end{aligned}$$

16. Seja x a quantidade de gasolina no tanque do carro de José. Temos então $12,5x \geq 600$, segue que $x \geq \frac{600}{12,5} = 48$. Sendo assim, a quantidade mínima de gasolina era 48ℓ.

17. (Extraído da OBM) Sejam a, j, p e c as idades de Antônio, João, Pedro e Carlos, respectivamente. Temos, pelas informações, que $j > p$, $c > p$, $a > c$, $j > c$, $j > a$. Organizando as inequações, chegamos a $p < c < a < j$. Portanto, o mais jovem é Pedro. Resposta C.

18.

$$\begin{aligned}
3x\cdot 4 &< \frac{(4x+9)\cdot 5}{2}\\
\frac{2\cdot 12x}{2} &< \frac{(4x+9)\cdot 5}{2}\\
24x &< 20x+45\\
24x-20x &< 45\\
4x &< 45\\
x &< \frac{45}{4}.
\end{aligned}$$

Como $3x$ e $(4x+9)$ são medidas, x deve ser positivo. Portanto, $0 < x < \frac{45}{4}$.

19. (Extraído da Vídeo Aula)

a) Se o produto de dois termos é maior ou igual a zero, então ambos devem ser positivos, ambos negativos ou um deles deve ser igual a zero. Vamos analisar caso a caso:

   I) se $2x-4 > 0$ e $15-3x > 0$, temos $x > 2$ e $x < 5$, ou seja, $2 < x < 5$;

   II) se $2x-4 < 0$ e $15-3x < 0$, temos $x < 2$ e $x > 5$, ou seja, impossível;

   III) se $2x-4 = 0$ ou $15-3x = 0$, temos $x = 2$ ou $x = 5$.

   Fazendo a união das soluções encontradas, chegamos a $2 \leq x \leq 5$.

b) Se um quociente é negativo, então devemos ter numerador positivo e denominador negativo; numerador negativo e denominador positivo; ou ainda, para quociente igual a zero, devemos ter numerador igual a zero. Vamos analisar caso a caso:

   I) se $5+2x > 0$ e $1-x < 0$, então $x > -\frac{5}{2}$ e $x > 1$, ou seja, $x > 1$;

   II) se $5+2x < 0$ e $1-x > 0$, então $x < -\frac{5}{2}$ e $x < 1$, ou seja, $x < -\frac{5}{2}$;

   III) se $5+2x = 0$, então $x = -\frac{5}{2}$.

   Fazendo a união das soluções, chegamos a $x \leq -\frac{5}{2}$ ou $x > 1$.

20. Em um triângulo, a medida de cada lado deve ser maior que o módulo da diferença das medidas dos outros dois lados e menor que a soma dessas medidas. Temos então:

$$\begin{array}{ccccc}
|8-12| & < & x & < & 8+12\\
4 & < & x & < & 20.
\end{array}$$

Assim, os possíveis valores de x são $\{5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19\}$.

ELABORADO POR CLEBER ASSIS E TIAGO MIRANDA
PRODUZIDO POR ARQUIMEDES CURSO DE ENSINO
CONTATO@CURSOARQUIMEDES.COM