

Exercícios – Módulo Óptica Geométrica III

Refração da luz – Propriedades básicas e leis

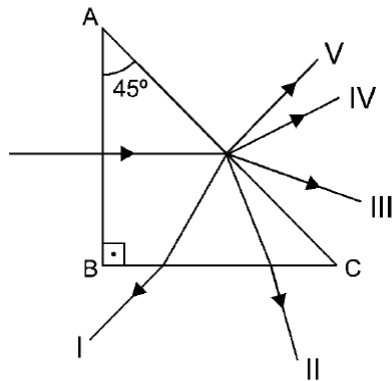
Segundo Ano do Ensino Médio

Autor: Thales Azevedo

Revisor: Lucas Lima



- 1) (Unesp – adaptada) Um prisma de vidro imerso em água, com a face AB perpendicular à face BC, e a face AC com uma inclinação de 45° em relação a AB, é utilizado para desviar um feixe de luz monocromático. O feixe penetra perpendicularmente à face AB, incidindo na face AC com ângulo de incidência de 45° .



Considerando que o índice de refração do vidro é maior que o da água, a trajetória que melhor representa o raio emergente é:

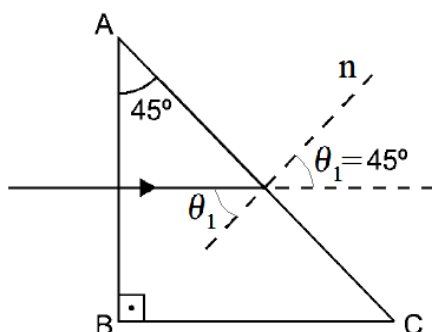
- a) I
- b) IV
- c) II
- d) V
- e) III

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda as leis da refração, discutidas na aula 03. Para resolvê-la, começamos lembrando que, quando um raio luminoso encontra a fronteira que separa dois meios distintos, ele pode ser refletido ou refratado. O raio luminoso representado na figura do enunciado incide sobre a face AC do prisma, fazendo um ângulo de 45° com a normal (ângulo de incidência). Se aquele raio sofresse reflexão na face AC, o raio refletido deveria fazer o mesmo ângulo de 45° com a normal, de acordo com as leis da reflexão. Como consequência, deveríamos ver um raio emergente na direção paralela à face AB, com sentido para baixo. Como nenhuma das alternativas fornecidas no enunciado contempla essa possibilidade, podemos concluir que o raio incidente foi de fato refratado, sendo descartadas as trajetórias I e II na figura.

Para determinar qual alternativa melhor representa o raio emergente, devemos então nos lembrar da lei de Snell–Descartes:

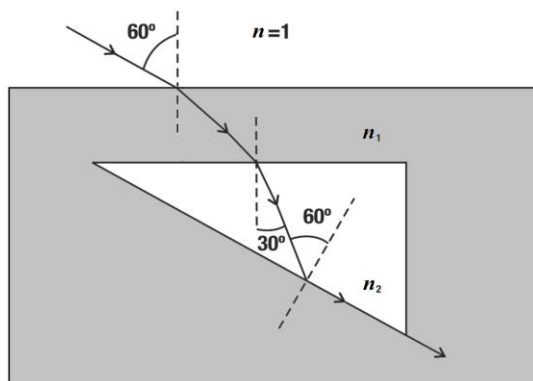
$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2.$$

Conforme vimos no texto sobre as leis da refração, uma das consequências dessa lei é que, ao passar de um meio mais refringente para um meio menos refringente ($n_1 > n_2$), o raio luminoso afasta-se da normal ($\theta_1 < \theta_2$). Note que esse é exatamente o caso aqui, uma vez que, de acordo com o enunciado, o índice de refração do vidro é maior que o da água. Na figura abaixo estão representados o raio incidente, seu prolongamento e a reta normal à face AC no ponto de incidência (reta n).



A figura acima nos permite ver claramente que, para que o ângulo entre o raio refratado e a normal seja de fato maior que o ângulo incidente, o raio refratado deve estar abaixo do prolongamento do raio incidente. Sendo assim, a única trajetória aceitável para o raio emergente é a identificada com o número III, de modo que a resposta correta encontra-se na alternativa e).

- 2) (OBF) Um feixe de luz incide sobre um líquido de índice de refração n_1 , com ângulo de incidência de 60° . No interior do líquido existe um prisma de vidro de índice de refração n_2 , o qual está posicionado de forma que uma de suas faces é paralela à superfície do líquido. Observa-se que o ângulo de refração nesta face é de 30° . Observa-se também que, dentro do prisma, o feixe incide sobre outra face com ângulo de 60° e emerge tangenciando essa face. Determine n_1 e n_2 .



Solução: Esta é uma questão discursiva que aborda as leis da refração, discutidas na aula 03. Para resolvê-la, precisaremos fazer sucessivas aplicações da lei de Snell–Descartes:

$$n_A \text{sen} \theta_A = n_B \text{sen} \theta_B.$$

De fato, vemos a partir da figura que o raio incidente sofre refração em três pontos distintos: ao entrar no líquido cujo índice de refração é n_1 ; ao penetrar no prisma cujo índice de refração é n_2 e, finalmente, ao voltar pro líquido tangenciando o prisma. Aplicando a lei de Snell–Descartes a essa última refração, obtemos

$$n_2 \text{sen} 60^\circ = n_1 \text{sen} 90^\circ$$

$$n_2 \frac{\sqrt{3}}{2} = n_1 \cdot 1$$

$$n_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} n_1.$$

Já a aplicação da mesma lei à segunda refração dá-nos

$$n_1 \text{sen} \theta = n_2 \text{sen} 30^\circ$$

$$n_1 \text{sen} \theta = \frac{2}{\sqrt{3}} n_1 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\text{sen} \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

onde θ é o ângulo de incidência na segunda refração, que não foi informado no enunciado, e usamos a relação entre n_2 e n_1 obtida acima a partir da terceira refração.

Finalmente, a análise da primeira refração sofrida pelo raio incidente leva a

$$1 \cdot \text{sen}60^\circ = n_1 \text{sen}\theta$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = n_1 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$n_1 = \frac{3}{2}$$

Note que o ângulo θ que aparece aqui como ângulo de refração é o mesmo θ que faz o papel de ângulo de incidência na segunda refração, conforme podemos ver na figura do enunciado. Por esse motivo, substituímos $\text{sen}\theta$ por $1/\sqrt{3}$ na equação acima.

Para completar a solução do exercício, basta lembrar a relação que obtivemos para n_2 e n_1 :

$$n_2 = \frac{2}{\sqrt{3}}n_1$$

$$n_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{3}{2}$$

ou seja,

$$n_2 = \sqrt{3}.$$

- 3) (UFRR) Em um experimento, temos uma placa de vidro que é atravessada por um feixe de luz. Nessa placa de vidro, em especial, a velocidade da luz é $2,5 \times 10^8$ m/s. Considerando a velocidade da luz no vácuo como sendo igual a $3,0 \times 10^8$ m/s, marque a alternativa que corresponde ao índice de refração do vidro nesse experimento.

- a) 7,5
- b) 1,5
- c) 1,2
- d) 0,83
- e) 5,5

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda o conceito de índice de refração, discutido na aula 01. Para resolvê-la, basta usar a definição de índice de refração

$$n = \frac{c}{v},$$

onde c é a velocidade de propagação da luz no vácuo e v é a velocidade de propagação da luz no meio em questão. De acordo com o enunciado, temos

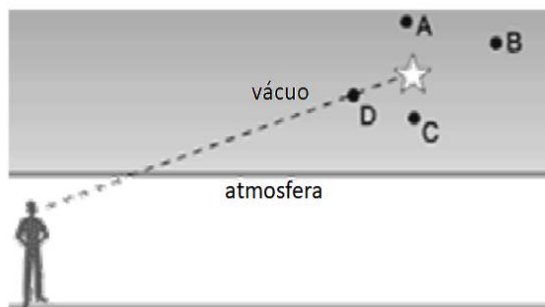
$$c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s} \text{ e } v = 2,5 \times 10^8 \text{ m/s},$$

de modo que o índice de refração do vidro utilizado no experimento é dado por

$$n = \frac{3,0 \times 10^8 \text{ m/s}}{2,5 \times 10^8 \text{ m/s}}$$
$$n = \frac{3,0}{2,5}$$
$$n = 1,2.$$

Portanto, a resposta correta encontra-se na alternativa c).

- 4) (UFMG) A luz proveniente de uma estrela sofre refração ao passar do vácuo interestelar para a atmosfera terrestre. A consequência disso é que a posição em que vemos a estrela não é a sua verdadeira posição. A figura mostra, de forma simplificada, a posição aparente de uma estrela vista por um observador na superfície da Terra.

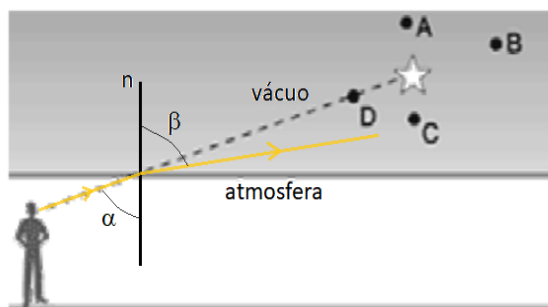


A posição verdadeira da estrela está mais próxima do ponto:

- a) A.
- b) B.
- c) C.
- d) D.

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda o conceito de refração da luz. Para resolvê-la, precisamos primeiro lembrar que a refração está associada a uma mudança na direção de propagação da luz à medida que o raio luminoso passa de um meio transparente para outro. No caso particular desta questão, isto implica que a direção em que o observador enxerga a estrela não é a direção na qual a estrela emitiu o raio luminoso que o atinge, uma vez que os raios luminosos são emitidos no vácuo e detectados (pelos olhos do observador) na atmosfera. Só essa informação já é suficiente para que descartemos as alternativas b) e d), uma vez que os pontos B e D estão sobre a reta que liga o olho do observador à posição em que ele vê a estrela.

Sendo assim, precisamos determinar se a posição verdadeira da estrela está acima (ponto A) ou abaixo (ponto C) da posição aparente. Para tanto, podemos invocar o princípio da reversibilidade dos raios luminosos, além da lei de Snell–Descartes. De fato, a trajetória do raio luminoso que parte da estrela e chega ao observador em uma determinada direção é a mesma de um raio luminoso hipotético que partisse do observador naquela direção e atingisse a estrela. Analisando esse caso hipotético, teríamos a situação esquematizada na figura abaixo.

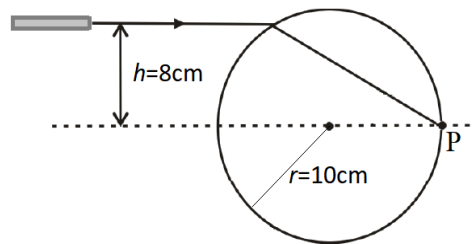


Como consequência da lei de Snell–Descartes, sabemos que, ao passar de um meio mais refringente para um meio menos refringente, o raio luminoso afasta-se da reta normal. Por este motivo, concluímos que de fato o ângulo β na figura acima deve ser maior que o ângulo α (nenhum meio é menos refringente que o vácuo, por definição). Logo, a posição verdadeira da estrela está logo abaixo da posição aparente, e a resposta correta encontra-se na alternativa **c**).

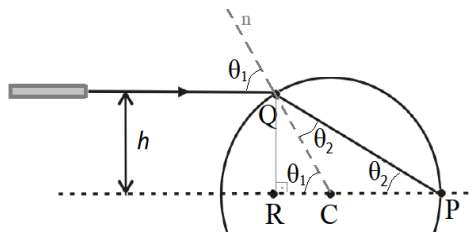
Comentário: como, para resolver esta questão, uma análise qualitativa é suficiente, supusemos que o índice de refração da atmosfera era constante. Na realidade, esse índice varia com altitude, ficando mais próximo de 1 (o índice do vácuo) na medida em que nos afastamos da superfície terrestre. Isto implica que a trajetória do raio luminoso na atmosfera é, na verdade, curvilínea!

- 5) Uma estudante deseja estimar o índice de refração de um determinado material transparente, com base na lei de Snell–Descartes. Entretanto, ela não dispõe de nenhum aparato para medir ângulos – somente uma régua, uma fonte de luz *laser* e uma pequena esfera feita daquele material. Ela tem, então, a seguinte ideia: fazendo o raio luminoso (monocromático) incidir sobre a superfície da esfera de forma horizontal, a estudante varia a altura do *laser* até que o raio luminoso refratado atinja o ponto P, como ilustra a figura abaixo. Sabendo que o raio da esfera vale 10 cm e que o raio luminoso atinge o ponto P quando a estudante

posiciona o *laser* a uma altura de 8 cm em relação ao plano equatorial da esfera, determine o índice de refração do material de que a esfera é feita. (Dado: $\text{sen} \frac{\theta}{2} = \frac{\sqrt{1-\cos\theta}}{\sqrt{2}}$, para θ entre 0° e 180° .)



Solução: Esta é uma questão discursiva que aborda as leis da refração, e requer também um bom conhecimento de geometria plana e trigonometria. Para resolvê-la, começamos usando a lei de Snell–Descartes para relacionar o índice de refração do material com os ângulos de incidência e de refração, os quais chamaremos, respectivamente, de θ_1 e θ_2 , conforme indicado na figura abaixo.



Chamando o índice de refração do material de que a esfera é feita de n_2 , temos, então,

$$\begin{aligned} n_1 \text{sen} \theta_1 &= n_2 \text{sen} \theta_2 \\ \Rightarrow n_2 &= \frac{\text{sen} \theta_1}{\text{sen} \theta_2}. \end{aligned}$$

Note que, apesar de não estar explícito no enunciado, podemos inferir do contexto que o meio no qual a esfera está inserida é o ar, que por sua vez possui índice de refração aproximadamente igual a 1. Por esse motivo, usamos $n_1 = 1$ na lei de Snell–Descartes.

Chamando o centro da esfera de C e o ponto onde o raio luminoso incide de Q, temos que o triângulo CPQ é isósceles. De fato, os lados CP e CQ possuem o mesmo comprimento, dado pelo raio da esfera. Por conta disso, os ângulos

internos ao triângulo com vértices em P e Q são congruentes, medindo θ_2 cada. Além disso, note também que o ângulo de incidência é correspondente ao ângulo externo ao triângulo CPQ, com vértice em C. Sendo assim, é fácil mostrar que θ_1 é igual à soma dos ângulos internos ao triângulo com vértices em P e Q (basta lembrar que a soma dos ângulos internos de um triângulo vale 180°). Ou seja, temos que $\theta_1 = 2\theta_2$. Com tal informação, a lei de Snell–Descartes dá-nos

$$n_2 = \frac{\text{sen}\theta_1}{\text{sen}(\theta_1/2)}.$$

Podemos calcular o seno de θ_1 diretamente do triângulo retângulo CQR, lembrando que o seno de um dado ângulo pode ser definido como a razão entre o cateto oposto àquele ângulo e a hipotenusa do triângulo. Sendo assim, temos

$$\text{sen}\theta_1 = \frac{QR}{QC}$$

$$\text{sen}\theta_1 = \frac{h}{r}$$

$$\text{sen}\theta_1 = \frac{8\text{cm}}{10\text{cm}}$$

$$\text{sen}\theta_1 = 0,8.$$

Agora, segundo a fórmula trigonométrica fornecida no enunciado, temos

$$\text{sen} \frac{\theta_1}{2} = \frac{\sqrt{1-\cos\theta_1}}{\sqrt{2}}.$$

Acabamos de calcular o seno de θ_1 . Para obter o cosseno de θ_1 , e então poder aplicar a fórmula acima, basta usar a famosa identidade trigonométrica:

$$\text{sen}^2\theta_1 + \text{cos}^2\theta_1 = 1$$

$$(0,8)^2 + \text{cos}^2\theta_1 = 1$$

$$\text{cos}^2\theta_1 = 1 - 0,64$$

$$\text{cos}\theta_1 = \sqrt{(0,36)}$$

$$\text{cos}\theta_1 = 0,6,$$

onde usamos o fato de que o cosseno é positivo, uma vez que $0 < \theta < 90^\circ$. (Note que poderíamos obter esse mesmo resultado, de forma equivalente, aplicando o teorema de Pitágoras ao triângulo CQR para calcular o comprimento do cateto CR.)

Substituindo esse resultado na expressão para o seno de $\theta_1/2$, ficamos com

$$\text{sen} \frac{\theta_1}{2} = \frac{\sqrt{1-0,6}}{\sqrt{2}}$$

$$\text{sen} \frac{\theta_1}{2} = \frac{\sqrt{0,4}}{\sqrt{2}}$$

$$\text{sen} \frac{\theta_1}{2} = \sqrt{0,2}$$

$$\text{sen} \frac{\theta_1}{2} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

Finalmente, substituindo esses resultados na equação vinda da lei de Snell–Descartes, obtemos

$$n_2 = \frac{\text{sen} \theta_1}{\text{sen}(\theta_1/2)}$$

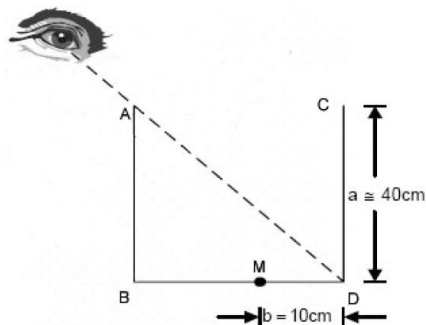
$$n_2 = \frac{0,8}{1/\sqrt{5}}$$

$$n_2 = \frac{4}{5}\sqrt{5} \approx 1,79,$$

que é o índice de refração buscado.

- 6) **ITA)** Um reservatório cúbico de paredes opacas e arestas $a \approx 40$ cm acha-se disposto de tal maneira que o observador não vê o seu fundo (ver figura). A que nível mínimo devemos preencher esse cubo com água, para que o observador possa ver uma mancha negra, pontual M, que se encontra no fundo do recipiente, a uma distância $b = 10$ cm do ponto D?

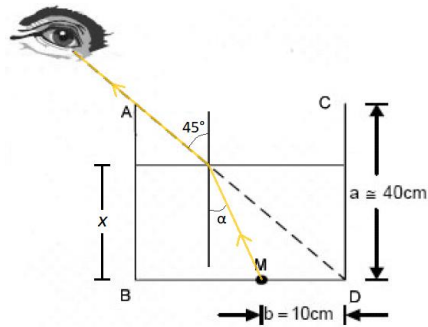
Obs - índice de refração para a água, na região do visível, $n \approx 1,33$



- a) 21 cm
- b) 27 cm
- c) 32 cm
- d) 18 cm
- e) nenhum dos valores acima.

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda as leis da refração, conforme vimos no texto correspondente. Para resolvê-la, precisamos analisar a situação em que o recipiente está cheio de água até uma altura x , de modo que os

raios luminosos que partem da mancha no ponto M sofram refração na interface entre a água e o ar. A figura abaixo ilustra essa situação.

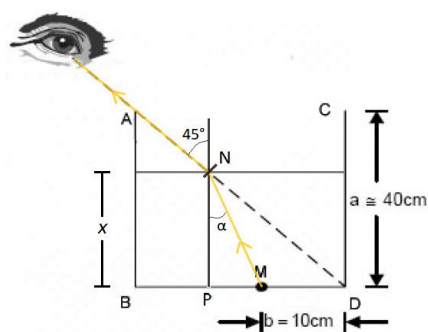


Nessa situação, a Lei de Snell–Descartes dá-nos

$$\begin{aligned} n_1 \operatorname{sen} \theta_1 &= n_2 \operatorname{sen} \theta_2 \\ 1 \cdot \operatorname{sen} 45^\circ &= 1,33 \operatorname{sen} \alpha \\ \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha &= \frac{\sqrt{2}}{2 \cdot 1,33} \approx 0,53, \end{aligned}$$

onde supusemos que o meio externo é o ar, cujo índice de refração é aproximadamente igual a 1. Note que podemos afirmar que $\theta_1 = 45^\circ$, pois o recipiente é cúbico, o que implica que o triângulo ABD na figura é isósceles e retângulo.

Agora que determinamos o seno do ângulo α , precisamos relacioná-lo com a altura x do nível da água. Faremos isso com auxílio da figura abaixo:



Analisando o triângulo retângulo MPN na figura acima, vemos que a tangente de α pode ser calculada como a razão entre MP (cateto oposto) e NP (cateto adjacente), ou seja,

$$\tan \alpha = \frac{MP}{NP} = \frac{MP}{x}.$$

Precisamos, então, determinar a medida de MP. Para isso, note que $MP = PD - MD$. De acordo com o enunciado, $MD = 10$ cm. Além disso, como o triângulo NPD é isósceles (pelo mesmo motivo que o triângulo ABD é isósceles), temos $PD = NP = x$. Logo, $MP = x - 10$ cm. Sendo assim,

$$\tan \alpha = \frac{x-10\text{cm}}{x}.$$

Por outro lado, sabemos que

$$\tan \alpha = \frac{\text{sen} \alpha}{\text{cos} \alpha} = \frac{\text{sen} \alpha}{\sqrt{1-\text{sen}^2 \alpha}} \approx \frac{0,53}{\sqrt{1-(0,53)^2}} \approx 0,63,$$

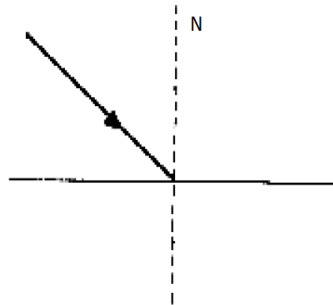
onde usamos o resultado obtido via Lei de Snell-Descartes ($\text{sen} \alpha \approx 0,53$).

Finalmente, podemos juntar as informações obtidas a fim de determinar o valor de x :

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{x - 10\text{cm}}{x} \\ 0,63x &= x - 10\text{cm} \\ -0,37x &= -10\text{cm} \\ \Rightarrow x &\approx 27\text{cm}. \end{aligned}$$

Portanto, a alternativa correta encontra-se na alternativa **b**).

- 7) (FATEC) Um estreito feixe de luz monocromático, propagando-se no ar, incide na superfície de separação com outro meio transparente, cujo índice de refração para tal cor é $\sqrt{2}$, formando ângulo de 45° com a normal à citada superfície.



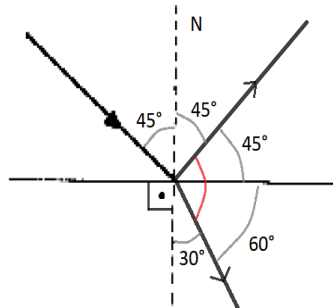
Após a incidência, parte do feixe é refletida e parte é refratada. O ângulo entre os feixes refletido e refratado é de

- a) 120°
- b) 105°
- c) 90°
- d) 75°
- e) 60°

Solução: Esta é uma questão de múltipla escolha que aborda as leis da refração e reflexão, como visto nos textos correspondentes. Para resolvê-la, podemos começar usando a lei de Snell–Descartes para determinar o ângulo entre o raio luminoso refratado e a normal à superfície de separação dos meios:

$$\begin{aligned}n_1 \operatorname{sen} \theta_1 &= n_2 \operatorname{sen} \theta_2 \\1 \cdot \operatorname{sen}(45^\circ) &= \sqrt{2} \operatorname{sen} \theta_2 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} &= \sqrt{2} \operatorname{sen} \theta_2 \\ \Rightarrow \operatorname{sen} \theta_2 &= \frac{1}{2} \\ \Rightarrow \theta_2 &= 30^\circ,\end{aligned}$$

onde usamos que o índice de refração do ar é aproximadamente igual a 1. Por outro lado, sabemos que o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão. Sendo assim, temos a situação representada na figura abaixo:



A partir da figura, é imediato ver que o ângulo entre os feixes refletido e refratado (representado em vermelho) vale $45^\circ + 60^\circ = 105^\circ$ e, portanto, a alternativa correta encontra-se na alternativa **b**).