3. LÓGICA E ÁLGEBRA

A Parte 3 aborda problemas que envolvem conteúdos de Lógica e Álgebra. O Problema 1 mostra como um raciocínio organizado com a técnica de árvore de possibilidades trabalhada nos problemas de Contagem e Combinatória pode auxiliar a resolução de problemas que envolvem a lógica.

Sabendo que a introdução ao raciocínio algébrico constitui uma das dificuldades na matemática escolar na transição entre a aritmética das operações e a linguagem de equações, os problemas propostos são abordados com o Método de Barras, presente na proposta de livros didáticos de Singapura. Na abordagem dos Problemas 4 e 5, introduz-se a essência deste Método. A importância de questionamentos estratégicos que ampliam o significado dos conteúdos matemáticos continuam a ser enfatizados nos questionamentos, como mostrado na estratégia de resolução do Problema 3. Nos problemas propostos não há utilização de material concreto, mas da representação pictórica como uma ferramenta para auxiliar a aprendizagem de conceitos abstratos.

3.1. PROBLEMA 1 – QUESTÃO 20 – NÍVEL 1 – 1ª FASE – OBMEP 2012

O Problema 1 é trabalhado com a técnica de árvore de possibilidades para organizar o raciocínio.

Três casais fizeram compras em uma livraria. Vitor comprou 3 livros a mais do que Lorena e Pedro comprou 5 livros a mais do que Claudia. Cada um dos homens comprou 4 livros a mais do que a respectiva esposa. Lorena e Claudia compraram mais livros do que Bianca, que só comprou 3 livros. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

a) Vitor comprou mais livros do que Pedro.
b) Pedro é marido de Claudia.
c) Pedro foi o marido que comprou o maior número de livros.
d) Claudia comprou um livro a mais do que Lorena.
e) Vitor é marido de Bianca.

A solução do problema requer saber quem está casado com quem para determinar a veracidade de cada item proposto.

No quadro seguinte estão destacadas as informações no enunciado que são consideradas dados do problema:

1. *Cada homem comprou 4 livros a mais do que a respectiva esposa.*
2. *Bianca comprou somente 3 livros.*
3. *Vitor comprou 3 livros a mais do que Lorena.*
4. *Pedro comprou 5 livros a mais do que Claudia.*
5. *Lorena e Claudia compraram mais livros do que Bianca.*

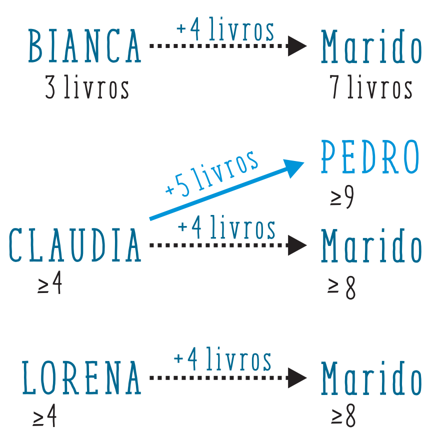
Ao organizar os dados sob a forma de árvore de possibilidades pode-se construir uma rede de deduções que permitirá a análise final.

A primeira decisão é "Por onde começar o registro desses dados na forma de uma árvore de possibilidades?". O raciocínio se inicia com um questionamento básico da tomada de decisões: **"Qual é a informação definitiva que temos sobre as pessoas envolvidas (dados do problema)?"**

A informação definitiva de que dispomos é de que Bianca comprou exatamente 3 livros (2), as outras são dados relativos às pessoas envolvidas no problema e que precisam ser organizados e analisados. Usando esta informação, podemos "iniciar com as mulheres", a partir das quais registramos a informação de que seus maridos, que em princípio não sabemos quem sejam e sim que compraram 4 livros a mais que cada uma delas (1), como ilustrado a seguir.

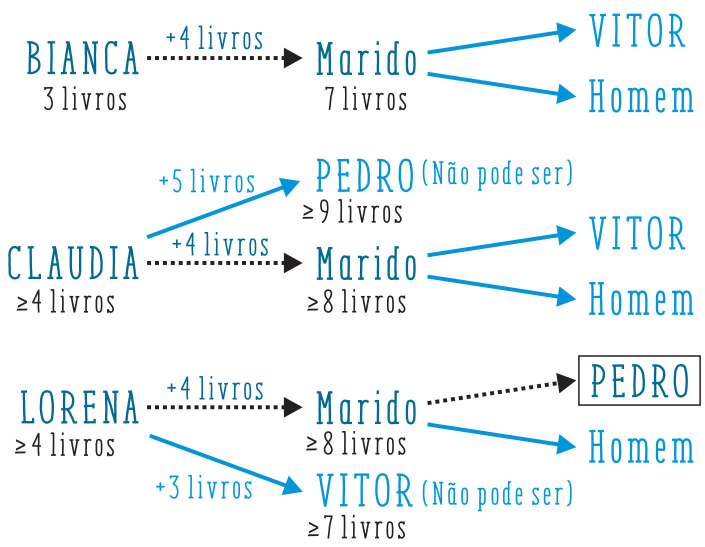
A primeira dedução é imediata e os próprios alunos participarão no registro: **O marido da Bianca comprou 7 livros**.

Combinando a informação de que Claudia e Lorena compraram mais livros que Bianca (5) com a de que Pedro comprou 5 livros a mais que Claudia (4), deduz-se que Claudia e Lorena compraram 4 ou mais livros e elimina-se a possibilidade do Pedro ser o marido da Claudia assim como da Bianca. Pelo fato da análise de cada dado promover um diálogo, toda dedução pode ser trabalhada por meio de questionamentos para que os próprios alunos deduzam e registrem as respostas na árvore, como no diagrama a seguir.



O registro agora passa para as possibilidades de número de livros que cada marido pode ter comprado. Denotando simplesmente por 'Homem', o 3º homem de nome não fornecido, e completando a informação (3) de que Vítor comprou 3 livros a mais que Lorena, conclui-se que Vítor não pode ser o marido de Lorena.

As possibilidades para analisar os nomes de maridos para cada mulher são representadas no diagrama da árvore com setas e são lidas com o conectivo **OU**.



O registro da árvore conduz à etapa de decidir, por meio de dedução, "quem é o marido da Lorena", entre Pedro e Homem. Já havíamos deduzido que Pedro não poderia ser marido nem da Claudia nem da Bianca, logo o marido da Lorena tem que ser Pedro. Mas, podemos conduzir ainda mais a dedução. A informação já deduzida de que Pedro comprou 5 livros a mais que Claudia combinada com (1), a de que ele comprou 4 livros a mais que sua esposa, permite deduzir que "**Claudia comprou menos livros que Lorena**" além do que "**Pedro é o marido da Lorena**". Esta etapa crucial trabalhada com a classe por meio de questionamentos é facilitada se todas as etapas anteriores estiverem organizadas e visualizadas como no diagrama acima.

O registro até agora fornece condições suficientes para analisar cada um dos itens do problema, lendo os dados no diagrama, exceto o item E:

a) Vítor comprou mais livros que Pedro. FALSO.
b) Pedro é marido de Claudia. FALSO.
c) Pedro foi o marido que mais comprou livros. ***VERDADE***
d) Claudia comprou um livro a mais que Lorena. FALSO.
e) Vítor é marido de Bianca.

Como o item C) se mostrou verdadeiro, como resposta ao problema proposto já poderia parar. Porém, completar a análise faz parte da investigação de um problema. Para a análise do item E), deve ser observado que a árvore construída até o momento deixa em aberto os nomes dos maridos, exceto Pedro. Raciocina-se agora que, **SE** Vítor fosse marido de Bianca, ele teria comprado exatamente 7 livros. Neste caso, como ele comprou 3 livros a mais que Lorena, esta teria comprado exatamente 4 livros. Como Pedro é marido de Lorena, ele teria comprado exatamente 8 livros, o que é uma **CONTRADIÇÃO**, pois ele comprou mais que 9 livros.

Este é um exemplo de raciocínio lógico por redução ao absurdo, que com uso estratégico de visualização de todas as etapas da dedução, se torna acessível e compreensível mesmo para níveis escolares elementares do 6º e 7º anos.

Podemos deduzir também, como exploração do problema, quem são os casais, que não foi informado nem solicitado, observando-se que nem o nome do 3º marido foi dado, e que não foi necessário sabê-lo para a resolução do problema.

Os casais são: Bianca e Homem; Claudia e Vítor; Lorena e Pedro.

3.2. PROBLEMA 2 – QUESTÃO 19 – NÍVEL 1 – 1ª FASE – OBMEP 2012

Este problema aborda o conteúdo de contagem num problema que é essencialmente de raciocínio lógico, no qual a leitura dos dados sugere imagens pictóricas para auxiliar a compreensão do contexto do problema. A solução é conduzida utilizando o Método de Barras na resolução de problemas.

A forte sugestão proporcionada pela visualização pictórica dos dados do problema estimula a descoberta dos caminhos para a resolução pelos próprios alunos.

Para decoração da festa junina, Joana colocou em fila 25 bandeirinhas azuis, 14 brancas e 10 verdes, sem nunca deixar que duas bandeirinhas de mesma cor ficassem juntas. O que podemos concluir com certeza desta informação?

Alternativas:

A) Nas extremidades da fila aparecem uma bandeirinha azul e uma branca.

B) Há cinco bandeirinhas consecutivas nas quais não aparece a cor verde.

C) Há pelo menos uma bandeirinha branca ao lado de uma verde.

D) Pelo menos quatro bandeirinhas azuis têm uma branca de cada lado.

E) Não existe um grupo de três bandeirinhas consecutivas todas de cores diferentes.

O argumento passa por perceber a estratégia em raciocinar separando as bandeirinhas azuis, por ser de maior número. Como um caso simplificado para auxiliar, pode ser sugerido uma sequência como segue:

1. Considerando apenas duas cores, se houver 5 bandeiras azuis e 3 verdes, existe possibilidade de distribuição que não tenha duas de mesma cor juntas? Quantas distribuições existem?

2. Com apenas duas cores, azul e verde, e 5 bandeiras azuis qual é o número mínimo de bandeiras de modo que duas de mesma cor não fiquem juntas?

3. No problema proposto, para separar as bandeirinhas azuis qual é o número mínimo de bandeirinhas que precisamos utilizar? Experimente uma representação.

4. Qual é o número total de bandeirinhas, no problema proposto? (A representação, como no diagrama a seguir, pode ajudar na visualização.)

A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B											
V	V	V	V	V	V	V	V	V	V															

5. Qual é o número total de bandeirinhas verdes ou brancas?

6. Com o total de bandeirinhas verdes ou brancas, é possível separar todas as bandeirinhas azuis? Por quê?

Com as respostas obtidas podemos analisar as alternativas:

A) Nas extremidades da fila aparecem uma bandeirinha azul e uma branca. FALSA.

Para a afirmação ser verdadeira o número total de espaços entre duas bandeirinhas azuis deve ser menor que o número total de bandeirinhas brancas ou verdes, o que não ocorre.

B) Há cinco bandeirinhas consecutivas nas quais não aparece a cor verde. VERDADEIRA.

Como são 10 bandeirinhas verdes e 14 bandeirinhas brancas em algum momento existirão dois espaços "consecutivos" que serão ocupados por bandeirinhas brancas. Assim a distribuição será A B A B A, ou seja, serão cinco bandeirinhas consecutivas sem bandeirinha verde intercalada.

C) Há pelo menos uma bandeirinha branca ao lado de uma verde. FALSA.

Como para separar as bandeirinhas azuis precisamos de exatamente 24 bandeirinhas e o total de bandeirinhas verdes ou brancas é 24, elas serão sempre usadas para separar as azuis, ou seja serão sempre ladeadas por bandeirinhas azuis.

D) Pelo menos quatro bandeirinhas azuis tem uma branca de cada lado. FALSA.

Isso pode ocorrer em alguma distribuição, mas numa distribuição que intercala 2 brancas e uma verde, por sete vezes, entre duas azuis, sobrarão, ainda, 3 verdes para intercalar, e isso não ocorrerá.

E) Não existe um grupo de três bandeirinhas consecutivas de cores todas diferentes. FALSA.

Qualquer que seja a distribuição das bandeirinhas, em algum momento haverá uma azul, uma branca, outra azul, uma verde, pois temos exatamente 24 bandeirinhas verdes ou brancas e queremos separar 25 bandeirinhas azuis.

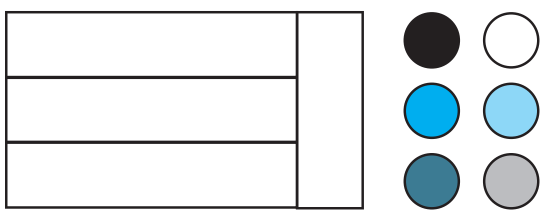
3.3. PROBLEMA 3 – ADAPTADO DE PIC OBMEP – APOSTILA 2 (p. 12-13)

O Problema 3 explora a transição entre a Aritmética e a visualização com representação pictórica, como um meio de consolidação das técnicas já estudadas nos problemas de contagem em situação geométrica.

Para pintar a bandeira abaixo estão disponíveis as seis cores dadas, sendo que regiões adjacentes devem ser pintadas de cores diferentes.

(a) Qual é o número mínimo de cores a serem usadas?

(b) De quantos modos a bandeira pode ser pintada?



RECOMENDAÇÃO PARA O PROFESSOR: Este é um problema que pode ser abordado depois dos anteriores que trabalham a contagem, pois o reconhecimento da situação de contagem, fazendo uma análise comparativa com situações abordadas em problemas anteriores, serve como uma avaliação da compreensão efetiva dos princípios de contagem que nortearam as suas resoluções.

3.4. PROBLEMAS 4 E 5 E O MODELO DE BARRAS

RECOMENDAÇÕES PARA O PROFESSOR: O Modelo de Barras, como estratégia que auxilia a transição do pensamento aritmético com dados numéricos concretos para a abstração requerida nos problemas de Álgebra, por meio da compreensão da atribuição de significados aos símbolos no lugar de valores numéricos, é uma das técnicas de ensino e aprendizagem da Matemática em nível básico no currículo de Singapura que se revela um valioso auxiliar na transição entre a Aritmética e a Álgebra do Ensino Fundamental, especialmente no 6º e 7º ano.

Neste texto, trabalhamos alguns problemas para explorar o Modelo de Barras como uma estratégia de resolução, destacando os significados das deduções a partir da análise de dados que conduzem à solução do problema proposto e sua validação.

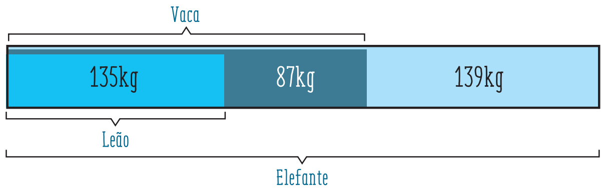
O Modelo de Barras tem o papel de minimizar o salto existente entre o ensino de Aritmética e a Álgebra, com abordagem puramente abstrata, oferecendo oportunidades de trabalhar com modelo pictórico como representação visualmente concreta de situações abstratas, antes de partir para a representação simbólica com letras e/ou expressões e equações.

Os Problemas 4 e 5 são exemplos retirados da Matemática de Singapura e são usados para mostrar como o Modelo de Barras pode ser trabalhado desde o 2º ano para associar significados a situações-problema.

PROBLEMA 4. Exemplo criado por professor (2º ano elementar) Escola Primária Telok Kurau, Singapura

(Exemplo de Modelo de Barras, Matemática de Singapura, Ban Har Yeap, para NCTM 2010. Problema de 2º ano Escola Telok Kurau)

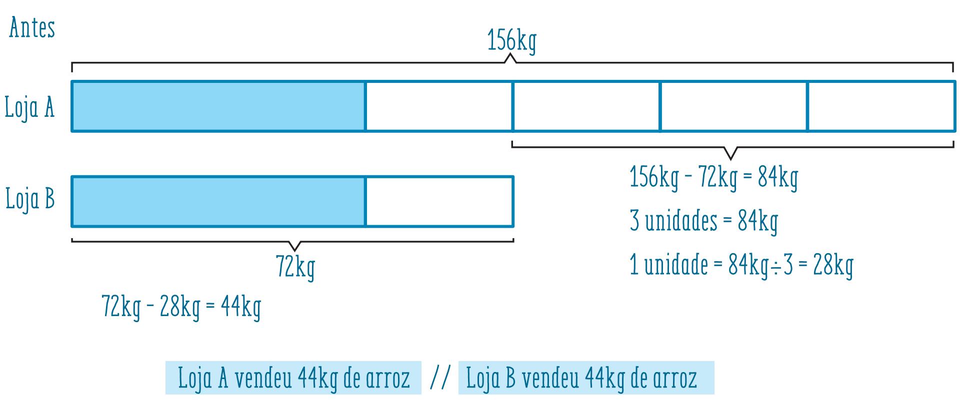
Um leão pesa 135kg. Uma vaca pesa 87kg a mais do que o leão. Um elefante pesa 139kg a mais do que a vaca.
Quanto pesa o elefante (Qual é a massa do elefante?)



A representação pictórica de valores numéricos dos dados por meio de barras colocadas juntas para identificar a "junção" (adição de valores) é uma estratégia que os alunos assimilam integrando os significados para as primeiras operações básicas da Aritmética.

PROBLEMA 5. Antes, a loja A tinha 156kg de arroz para vender e a loja B 72kg. Depois de venderem a mesma quantidade de arroz, verificou-se que a loja A tinha ainda 4 vezes a quantia que havia restado na loja B. Qual foi a quantia que a loja A vendeu?

(Exemplo de Modelo de Barras, Matemática de Singapura, Ban Har Yeap, para NCTM 2010. Problema de 6º ano elementar)

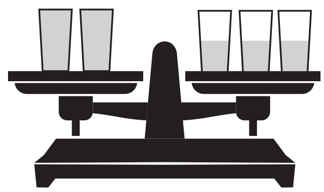


Podemos observar que a representação pictórica por barras possui a vantagem de registrar todos os dados do problema com sua interpretação, de modo que permite rastrear os argumentos e raciocínios passo a passo, durante e após a resolução do problema, permitindo inclusive validar a solução. A identificação de uma "unidade", chave para justificar a operação a ser efetuada, está no cerne da estratégia de resolução.

3.5. PROBLEMA 6 – OBMEP 2012 – 1ª FASE – QUESTÃO 11 – NÍVEL 1

Para compreender melhor a Metodologia apresentada acima, adaptamos seus princípios para trabalhar as noções de Álgebra que estão subjacentes no seguinte problema da OBMEP.

A balança da figura está equilibrada. Os copos são idênticos e contêm, ao todo, 1400 gramas de farinha. Os copos do prato da esquerda estão completamente cheios e os copos do prato da direita estão cheios até a metade de sua capacidade. Qual é o peso, em gramas, de um copo vazio?



Para começar o problema é preciso inicialmente entender os dados e o que está sendo solicitado, como destacado a seguir:

- Há dois tipos de objetos na balança: copos e seu conteúdo, a farinha.
- O peso total da farinha é dado.
- O número de copos em cada lado da balança é dado. O modo como a farinha está distribuída nos copos é dado.
- Sabe-se que a balança "está equilibrada". (O que significa está equilibrada?)
- É solicitado calcular o peso de 1 copo.

RECOMENDAÇÕES PARA O PROFESSOR: O questionamento sobre a interpretação da balança estar equilibrada, leva a analisar o significado das diversas formas em que o sinal da igualdade (=) é usado no contexto elementar da Matemática (ver quadro a seguir).

ENTENDER O CONCEITO DE EQUAÇÃO E O SIGNIFICADO DE =

1. Quando operamos números, por exemplo, somamos 13 e 18, o resultado 31 é representado como 13 + 18 = 31, significando que a expressão (13 + 18) tem valor igual a 31.

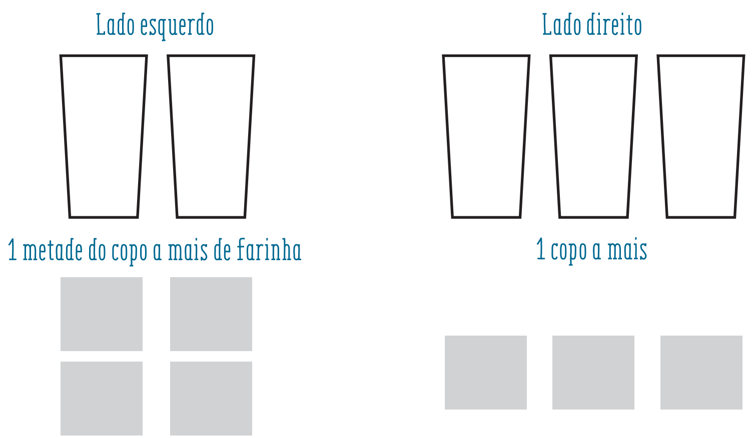
2. Quando comparamos duas quantidades/expressões que são iguais, usamos o sinal = e temos uma igualdade, por exemplo, 8 – 2 = 3 x 2.

3. Resolver uma equação, como 3 + X = 8, significa encontrar um número X que torna a equação uma igualdade.

Com o problema apresentado, podemos interpretar e representar os dados visualmente por figuras pictóricas, que estimulem o reconhecimento das operações que necessitam ser executadas, após a identificação da incógnita adequada para a estratégia de resolução. O reconhecimento do conceito de equação no problema proposto, é um dos primeiros resultados alcançados pela modelagem pictórica. Observa-se que o pensamento algébrico é desenvolvido antes de introduzir a linguagem simbólica com letras para a incógnita.

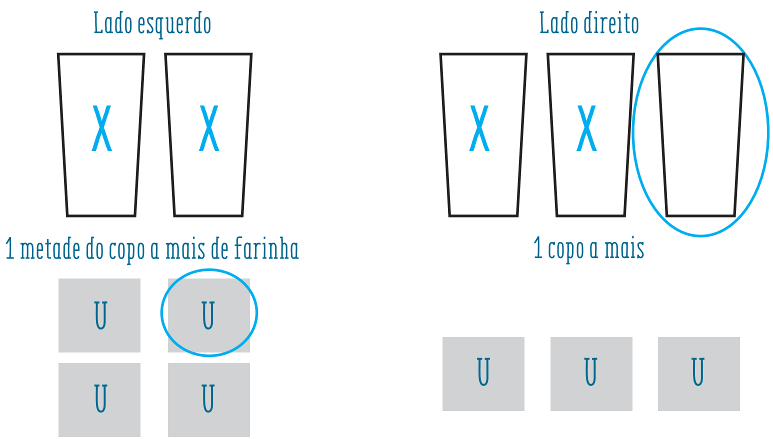
Visualizando o Problema 5:

Uma balança de dois pratos (cada quadro representa um prato)



Comparando os dois lados da balança, o lado esquerdo tem 1/2 copo de farinha a mais que o lado direito, que por sua vez tem um copo a mais, representado na parte inferior do quadro anterior, para facilitar a identificação da metade. Esta diferença, resultante da comparação, permite concluir que, como a balança está "equilibrada", a massa de 1 copo é igual à de ½ copo de farinha. Assim, para se chegar à resposta, precisamos saber a massa de meio copo de farinha. Na figura "vemos" que ½ copo de farinha pode ser utilizado como "unidade de contagem" e observar que existem 7 unidades no "total", que é um dado do problema (1400 gramas). Agora, podemos calcular o valor da "unidade" desta modelagem, e a comparação dos lados da balança permite obter o solicitado.

Visualizando uma estratégia



RESOLVENDO O PROBLEMA SEGUINDO A ESTRATÉGIA:
CALCULANDO A UNIDADE:
7 unidades = 1400
1 unidade = 1400 ÷ 7 = 200
1 unidade = massa de ½ copo de farinha
Massa de ½ copo de farinha é igual à massa de 1 copo
Logo temos:
RESPOSTA: 1 copo pesa 200g

VALIDANDO O RESULTADO OBTIDO:
LADO ESQUERDO DA BALANÇA: 2 copos cheios
Massa dos copos: 2 x 200 = 400
Massa da farinha: 4 x 200 = 800
Massa total do lado direito: 400 + 800 = 1200 (g)
LADO DIREITO DA BALANÇA: 3 copos com farinha pela metade
Massa dos copos: 3 x 200 = 600
Massa da farinha: 3 x 200 = 600

Massa total do lado esquerdo: 600 + 600 = 1200 (g)
Massa total do lado esquerdo = Massa total do lado direito
Balança está equilibrada, confere com o dado.
Peso total da farinha: 800 + 600 = 1400 (g). Confere com o dado.

Uma observação importante após ter vivenciado a Metodologia do Modelo de Barras (pictórico), na resolução de um problema da OBMEP, é sobre a "validação" do resultado obtido dentro da Metodologia de Resolução de Problemas.

É frequente, alunos interpretarem a validação de um resultado obtido como "conferência" da operação realizada, isto é, se o cálculo foi realizado corretamente. É necessário muita atenção para elevar esta percepção a um novo patamar em que a validação do resultado deva envolver também a análise da coerência da resposta em relação ao requerido pelo problema. Isto quer dizer que devemos verificar se o resultado realmente atende, sem contradições, aos dados solicitados pelo problema. A fase de investigação apontada por Polya se faz presente sob esta perspectiva.

REFLEXÃO:
A introdução à resolução de equações pode ser feita, nos anos elementares e no início do 2º ciclo, sem usar abstração do registro formal com o uso de letras para representar 'valores numéricos' das variáveis.

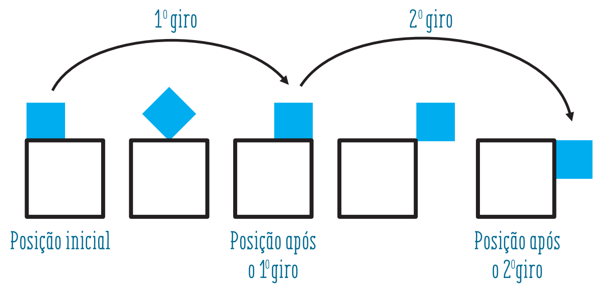
A compreensão do problema e o raciocínio por trás da estratégia, que são facilitados pela representação por modelos pictóricos, auxiliam a transição para a linguagem abstrata da Álgebra nos últimos anos do Ensino Fundamental.

A reflexão acima se refere à constatação de que é possível, com uma metodologia adequada, desenvolver raciocínio algébrico resgatando o conhecimento prévio construído de maneira mais direta por visualização concreta, antes de associar este raciocínio à abstração da simbologia da Álgebra, uma das dificuldades de aprendizagem no final do Ensino Fundamental.

3.6. PROBLEMA 7 – QUESTÃO 9 – NÍVEL 1 – 1ª FASE – OBMEP 2012

O Problema 7 aborda tópicos de Aritmética e de Álgebra cuja resolução envolve fortemente a compreensão da situação do problema por meio de propriedades geométricas dos dados para modelar uma equação algébrica. Os questionamentos apropriados fazem parte da estratégia de resolução deste problema.

Um quadrado de lado 1cm roda em torno de um quadrado de lado 2cm, como na figura, partindo da posição inicial e completando um giro cada vez que um de seus lados fica apoiado em um lado do quadrado maior. Qual é a posição dos dois quadrados após o 2012º giro?



ALGUNS QUESTIONAMENTOS POSSÍVEIS:

- Quantos giros são necessários para o quadrado menor mudar de lado?
- Quantos giros são necessários para o quadrado menor voltar à posição inicial?
- O que acontece de 8 em 8 giros?
- Qual é a posição do quadrado menor após o 40º giro?
- E após o 41º giro?
- E após o 2012º giro?

Os questionamentos levam a um reconhecimento do conceito de algoritmo da divisão na modelagem contextualizada em uma situação-problema geométrica. Problemas de Matemática que integram áreas distintas trazem uma variação rica para o material que pode ser trabalhado em sala de aula. Um problema correlato é apresentado no quadro a seguir:

Em que dia da semana caiu 7 de setembro de 1822?

SETEMBRO 2016

SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB	DOM
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30		

3.7. PROBLEMA 8 – OBMEP 2012 – 1ª FASE – QUESTÃO 10 – NÍVEL 2

O próximo problema requer raciocínio algébrico, mas o conteúdo matemático envolve apenas a representação decimal posicional e a distinção que existe entre algarismo e o valor numérico do algarismo na representação posicional.

Se A e B representam algarismos diferentes e o valor de A x A + A é o número de dois algarismos AB, qual é o valor de B x B + B?

RECOMENDAÇÕES PARA O PROFESSOR:

Este é um problema que pode ser usado para a transição entre Aritmética e Álgebra no 2º ciclo do Ensino Fundamental, promovendo o desenvolvimento do raciocínio abstrato. Para isso, é importante ter em mente qual é o objetivo deste problema e por que ele é importante dentro do conteúdo curricular. Observar que o problema se relaciona com a competência de desenvolver pensamento algébrico, isto é, perceber o significado das propriedades algébricas das operações básicas na estrutura da representação decimal, um conteúdo básico da Matemática nos anos iniciais do Ciclo Fundamental, é importante para abordagem em sala de aula.

A seguir estão destacados os dados e a resolução do problema.

Dados do problema:

- São dados dois algarismos diferentes A e B.
- A expressão A x A + A calculada com o valor de A, fornece como resultado o número AB.
- **Solicitado:** O valor da expressão B x B + B.
- **Compreendendo os dados:**
- Significado da representação AB no sistema decimal: O número registrado (representado) como AB significa A na casa das dezenas e B na casa das unidades, logo o valor de AB é: 10 x A + B.
- A igualdade de valores entre a expressão fornecida e o valor de AB se torna uma equação.

Estratégia que emerge da compreensão dos dados:
RESOLVER A EQUAÇÃO

Colocando a estratégia em ação para resolver:
AB = (10 x A) + B (compreensão da representação decimal)
A x A + A = AB (dado do problema) conduz a:
A x A + A = (10 x A) + B, produzindo uma equação
a resolver em B
A x A + A - (10 x A) = (10 x A) - (10 x A) + B (princípio
da balança para a igualdade numa equação),
(A x A) - (9 x A) = B (valor de B depende do valor
do algarismo A)
(A x A) - (9 x A) = (A - 9) x A (propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição ou, em linguagem escolar, colocando A em evidência)
Logo temos A x (9 x A) = B

Questionamento: Qual é o valor de A? Existem muitas soluções? Afinal, o problema diz que A é um algarismo qualquer... sendo diferente de B.

Raciocinando: Afinal, A pode mesmo ser um algarismo qualquer? Sendo B um algarismo, seu valor como número precisa ser não negativo. B é dado como produto de dois "números": A e (A − 9), onde o valor numérico de A também é não negativo. O que os alunos sabem sobre produto de dois números inteiros? Para obter um número não negativo multiplicando um número não negativo, o outro fator tem que ser também não negativo!

Isto é, deduzimos que $0 \leqslant A$ e $9 \leqslant A$. Como A é um algarismo seu valor numérico não pode ser maior que 9. Logo, A precisa ser exatamente 9.

Resposta: $B = A \times (A - 9)$, com $A = 9$, resulta $B = 0$. E neste caso, o valor solicitado de $B \times B + B$ é dado por $0 \times 0 + 0 = 0$.

Validando a resposta:

Com $A = 9$, temos $A \times A + A = 9 \times 9 + 9 = 81 + 9 = 90$.

O número AB formado com os algarismos $A = 9$ e $B = 0$ é $AB = 90$, o que confere a condição $A \times A + A = AB$. Assim, $B = 0$ é de fato o único valor do algarismo B que satisfaz as condições do problema.

3.8. PROBLEMA 9 – QUESTÃO 7 – NÍVEL 2 – 1ª FASE OBMEP 2012.

O Problema 9 trabalha ainda o raciocínio algébrico que proporciona oportunidade de trabalhar equações algébricas num problema de Aritmética.

> *Ana escreveu cinco números em uma folha de papel. Escondendo cada um deles e somando os outros quatro, ela obteve os seguintes resultados:*
> *29, 32, 35, 39 e 41.*
> *Qual é a soma do maior com o menor dos números que Ana escreveu?*

Alguns questionamentos para compreensão dos dados e estabelecimento de estratégia:

- Podemos ter dois números iguais na sequência inicial?
- Como podemos representar os números da sequência inicial?

- Qual o número da sequência “escondido” na menor soma? E na maior soma? E nas demais somas?
- Como podemos relacionar as diferenças das somas e as diferenças entre os termos da sequência inicial?
- Como podemos obter os cinco números?
- Qual é a soma do maior com o menor dos números?