

Material Teórico - Módulo Sistemas de Medidas e Medidas de Tempo

Unidades de Medida de Tempo Parte 2

Sexto Ano do Ensino Fundamental

Autor: Ulisses Lima Parente
Revisor: Prof. Antonio Caminha M. Neto

25 de Abril de 2025



**PORTAL DA
MATEMÁTICA**
OBMEP

Neste material, apresentamos problemas variados envolvendo unidades de medida de tempo.

Exemplo 1 (OBMEP). *Rosa e Maria começam a subir uma escada de 100 degraus no mesmo instante. Rosa sobe 10 degraus a cada 15 segundos e Maria sobe 10 degraus a cada 20 segundos. Quando uma delas chegar ao último degrau, quanto tempo faltará para a outra completar a subida?*

- (a) *Meio minuto.*
- (b) *40 segundos.*
- (c) *45 segundos.*
- (d) *50 segundos.*
- (e) *1 minuto.*

Solução. Rosa é mais rápida, porque ela sobe 10 degraus em um tempo menor do que Maria: 15 segundos de Rosa contra 20 segundos de Maria. Desse modo, Rosa chegará primeiro ao topo da escada.

Para calcular o tempo total da subida de Rosa, veja que ela sobe 10 degraus a cada 15 segundos, o que corresponde a $10 \cdot 10 = 100$ degraus em $10 \cdot 15 = 150$ segundos. Desse modo, Rosa leva 150 segundos para chegar ao topo da escada. Já Maria sobe 10 degraus a cada 20 segundos, logo, ela sobe $10 \cdot 10 = 100$ degraus em $10 \cdot 20 = 200$ segundos. Assim, quando Rosa chegar ao topo — 150 segundos após o início da subida —, Ainda faltarão $200 - 150 = 50$ segundos para Maria chegar ao topo. Portanto, a alternativa correta é a da letra (d). $\square$

Exemplo 2 (OBMEP). *Quando João vai para a escola a pé e volta de ônibus, ele gasta uma hora e quinze minutos; quando vai e volta de ônibus, ele gasta meia hora. Para cada meio de transporte, o tempo gasto na ida é igual ao tempo gasto na volta. Quanto tempo ele gasta quando vai e volta a pé?*

- (a) *Uma hora e meia.*

(b) Uma hora e quarenta e cinco minutos.

(c) Duas horas.

(d) Duas horas e quinze minutos.

(e) Duas horas e meia.

Solução. Cada trecho de ida ou volta de ônibus demora $30\text{min} \div 2 = 15\text{min}$. Uma vez que para ir à escola a pé e voltar de ônibus João gasta $1\text{h}15\text{min}$ e a volta de ônibus demora apenas 15min , o trecho de ida, feito a pé, demora

$$1\text{h}15\text{min} - 15\text{min} = 1\text{h}.$$

Logo, para ir e voltar a pé, João gasta $2 \cdot 1\text{h} = 2\text{h}$. □

Exemplo 3. Joaquim deveria embarcar em um voo às $8\text{h}45\text{min}$. A duração do voo seria 5 horas e 20 minutos, mas houve um atraso de 50 minutos. A que horas Joaquim chegará ao seu destino agora, se não houver mais atrasos, considerando que os locais de partida e chegada estão em um mesmo fuso-horário?

Solução. Como o voo atrasou 50 minutos, o horário de partida foi

$$\begin{aligned} 8\text{h}45\text{min} + 50\text{min} &= 8\text{h}45\text{min} + 15\text{min} + 35\text{min} \\ &= 9\text{h}35\text{min}. \end{aligned}$$

Adicionando ao horário de partida as 5 horas e 20 minutos de duração do voo, obtemos

$$\begin{array}{r} 9\text{h } 35\text{min} \\ + 5\text{h } 20\text{min} \\ \hline 14\text{h } 55\text{min} \end{array}$$

Logo, Joaquim chegou ao seu destino às $14\text{h}55\text{min}$. □

Exemplo 4. Pela manhã, um entregador começa a trabalhar às $5\text{h}35\text{min}$ e termina às $9\text{h}20\text{min}$. Então, ele retorna para fazer o seu segundo turno de trabalho, que inicia às $12\text{h}35\text{min}$ e termina às $16\text{h}15\text{min}$. Quanto tempo dura o expediente do entregador durante o dia?

Solução. Quando adicionamos o tempo de duração de determinada tarefa ao seu horário de início, utilizamos um algoritmo parecido com o que utilizamos para adicionar números naturais. A diferença é que o “vai um” ocorre quando a soma é maior do que 60. Deve ser assim porque transformamos cada grupo de 60 segundos em 1 minuto e cada grupo de 60 minutos em 1 hora. Do mesmo modo, transformamos 1 hora em 60 minutos e 1 minuto em 60 segundos quando desejamos efetuar uma diferença e não há minutos (segundos) suficientes. Isso é o que faremos nesse caso: para saber quanto tempo o entregador trabalhou pela manhã, devemos efetuar a subtração abaixo:

$$\begin{array}{r} 9\text{h } 20\text{min} \\ - 5\text{h } 35\text{min} \\ \hline \end{array}$$

Como não é possível subtrair 35 minutos de 20 minutos, transformamos uma das 9 horas em 60 minutos. Desse modo, obtemos

$$\begin{array}{r} 8\text{h } 80\text{min} \\ + 5\text{h } 35\text{min} \\ \hline 3\text{h } 45\text{min} \end{array}$$

Também podemos calcular o tempo trabalhado pela manhã mais diretamente, do seguinte modo: se o entregador tivesse trabalhado até 9h35min, o tempo trabalhado seria $9\text{h}35 - 5\text{h}35 = 4\text{h}$. Como ele trabalhou até 9h20min, isso significa que ele trabalhou 15 minutos a menos do que as 4 horas calculadas anteriormente, ou seja, trabalhou por 3h45min.

Para calcular o tempo trabalhado pelo entregador à tarde, temos de efetuar a subtração $16\text{h}15\text{min} - 12\text{h}35\text{min}$. Fazendo isso, obtemos

$$\begin{array}{r} 15\text{h } 75\text{min} \\ - 12\text{h } 35\text{min} \\ \hline 3\text{h } 40\text{min} \end{array}$$

Agora, temos de adicionar os tempos trabalhados pela manhã e à tarde para obter o total de tempo trabalhado durante o

dia.

$$\begin{array}{r} 3\text{h } 45\text{min} \\ + 3\text{h } 40\text{min} \\ \hline 6\text{h } 85\text{min} \end{array}$$

Mas observe que $85\text{min} = 1\text{h}25\text{min}$, logo,

$$\begin{array}{r} +1\text{h} \\ 3\text{h } 45\text{min} \\ + 3\text{h } 40\text{min} \\ \hline 7\text{h } 25\text{min} \end{array}$$

Portanto, a jornada de trabalho diária do entregador é de $7\text{h}25\text{min}$. $\square$

Exemplo 5. *No inverno, o horário em Pequim, na China, é 8 horas mais tarde que em Londres. No último inverno, Ezequias partiu em um voo do aeroporto de Londres diretamente para o aeroporto de Pequim. Se o voo teve uma duração de 10 horas e 25 minutos e o horário da partida foi $19\text{h}15\text{min}$, qual foi o horário do pouso em Pequim?*

Solução. Como o horário em Pequim é 8 horas à frente do horário em Londres, para calcular o horário em Pequim correspondente a $19\text{h}15\text{min}$ em Londres devemos adicionar 8h a este horário:

$$\begin{array}{r} 19\text{h } 15\text{min} \\ + 8\text{h } 00\text{min} \\ \hline 27\text{h } 15\text{min} \end{array}$$

Como a soma acima resultou maior do que 24h, que é a duração de um dia, subtraímos 24h do resultado para encontrar o horário correspondente em Pequim. Isso acontece porque depois de $23\text{h}59\text{min}$ os relógios marcam 0h, em vez de 24h. Desse modo, obtemos

$$\begin{array}{r} 27\text{h } 15\text{min} \\ + 24\text{h } 00\text{min} \\ \hline 3\text{h } 15\text{min} \end{array}$$

Portanto, quando o avião decolou, os relógios em Pequim marcavam 3h15min. Adicionando a este horário o tempo de voo entre as duas cidades, que é de 10h25min, obtemos

$$\begin{array}{r} 3\text{h } 15\text{min} \\ + 10\text{h } 25\text{min} \\ \hline 13\text{h } 40\text{min} \end{array}$$

Dessa forma, concluímos que o horário do Pouso em Pequim foi 13h40min. $\square$

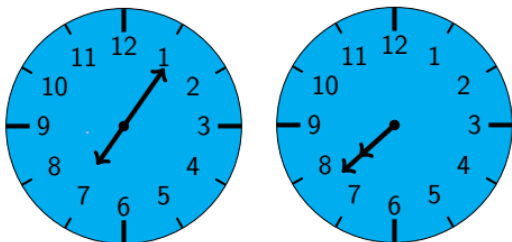
Exemplo 6 (OBM). *Todo relógio analógico tem pelo menos dois ponteiros: um para mostrar a hora e outro, mais comprido, para mostrar os minutos. Joãozinho percebeu que esses ponteiros às vezes ficam alinhados (opostos ou sobrepostos), como mostrado na figura a seguir.*



Quantas vezes isto acontece entre as 7 horas da manhã de um dia até as 7 horas da manhã do dia seguinte?

- (a) 40.
- (b) 44.
- (c) 45.
- (d) 46.
- (e) 47.

Solução. Vamos contar o número de ocorrências em que os ponteiros ficam alinhados (opostos ou sobrepostos) analisando o que acontece de hora em hora. De 7h até 7h59min, o alinhamento ocorre exatamente duas vezes. Veja a figura abaixo:



Do mesmo modo, para cada um dos seguintes intervalos o alinhamento ocorre duas vezes: 8h até 8h59min, 9h até 9h59min, 10h até 10h59min e 11h até 11h59min.

Já de 12h até 12h59min, o alinhamento ocorre apenas uma vez, às 12h. Depois disso, em cada um dos intervalos 13h até 13h59min, 14h até 14h59min,...,23h até 23h59min, o alinhamento ocorre duas vezes.

De 0h até 0h59min o alinhamento ocorre apenas uma vez, à 0h, e nos demais intervalos, 1h até 1h59min, 2h até 2h59min,..., 6h até 6h59min, o alinhamento ocorre duas vezes.

Portanto, concluímos que das 7 horas da manhã de um dia até as 7 horas da manhã do dia seguinte os ponteiros ficam alinhados

$$22 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 44 + 2 = 46 \text{ vezes,}$$

pois os únicos intervalos nos quais os ponteiros ficam alinhados apenas uma vez, em vez de duas vezes, são de 12h até 12h59min e de 0h até 0h59min. Em todos os demais 22 intervalos há 2 alinhamentos. $\square$

Dicas para o Professor

Sugerimos que sejam utilizadas duas sessões de 50min para expor o conteúdo deste material. Recomendamos que o professor explique a leitura de relógios analógicos antes de apresentar o exemplo 6. É importante propor outros exemplos

que envolvesse leitura desse tipo de relógio. Também recomendamos que seja dada uma atenção especial ao exemplo 4, pois ele explica o procedimento para adicionar (e subtrair) o tempo de duração de determinada atividade ao início (término) da mesma, para encontrarmos o horário do término (início).

Portal OBMEP