Material Teórico - Módulo de Frações, O Primeiro Contato

Frações e Suas Operações - Parte 5

Sexto Ano do Ensino Fundamental

Autor: Prof. Ulisses Parente
Revisor: Prof. Antonio Caminha

10 de Dezembro de 2025

Finalizando o estudo das operações aritméticas com frações, apresentamos, neste material, a divisão de frações.

1 Divisão de frações

Iniciamos com o seguinte

Exemplo 1. *Joquim deseja dividir os 5 litros de suco de morango contidos no recipiente abaixo em garrafas iguais, cujas capacidades são de $\frac{1}{4}$ de litro. Quantas garrafas ele conseguirá encher, supondo que não haverá desperdício de suco?*

Solução. É claro que podemos transformar para mililitros tanto a capacidade de cada garrafa — $\frac{1}{4}$ de litro corresponde a 250 mililitros — quanto o volume total de suco a ser distribuído — 5 litros correspondem a $5 \times 1000 = 5000$ mililitros — e, em seguida, efetuar a divisão $5000 \div 250 = 20$, obtendo 20 garrafas como resposta.

Entretanto, também podemos pensar do seguinte modo: como cada garrafa tem $\frac{1}{4}$ de litro de capacidade, com 1 litro de suco podemos encher 4 garrafas. Logo, com 5 litros de suco, podemos encher $5 \times 4 = 20$ garrafas.

Esse raciocínio pode ser interpretado por meio de uma *divisão de frações*, caso *definamos* $5 \div \frac{1}{4}$ como sendo igual a 5×4:

$$5 \div \frac{1}{4} = 5 \times 4 = 20.$$

$\square$

Vejamos mais alguns exemplos.

Exemplo 2. *Quantas garrafas com capacidade de* $\frac{2}{3}$ *de litro são necessárias para distribuir* 18 *litros de suco?*

Solução. Note que com 2 litros de suco é possível encher 3 garrafas, pois

$$3 \times \frac{2}{3} = \frac{\cancel{3} \times 2}{\cancel{3}} = 2.$$

Como 18 litros de suco correspondem a $\frac{18}{2} = 9$ vezes 2 litros de suco, é possível encher

$$\frac{18}{2} \times 3 = 9 \times 3 = 27 \text{ garrafas.}$$

Note que, uma vez mais, podemos representar os cálculos acima como uma divisão de frações, caso definamos $18 \div \frac{2}{3}$ como sendo igual a $18 \times \frac{3}{2}$:

$$\frac{18}{2} \times 3 = 18 \times \frac{3}{2} = 18 \div \frac{2}{3}.$$

$\square$

Exemplo 3. *Numa corrida de revezamento, cada uma das equipes deve percorrer um total de* $\frac{9}{2}$ *quilômetros e cada um dos atletas deve percorrer* $\frac{3}{4}$ *de quilômetro. Quantos atletas deve ter cada equipe?*

Solução. Observe que, se o revezamento fosse realizado por 4 atletas, o total percorrido seria igual a

$$4 \times \frac{3}{4} = \frac{\cancel{4} \times 3}{\cancel{4}} = 3$$

quilômetros. Assim, se cada equipe tivesse de percorrer 9 quilômetros, seriam necessários

$$\frac{9}{3} \times 4 = 12 \text{ atletas.}$$

Portanto, para percorrer $\frac{9}{2}$ quilômetros são necessários

$$\frac{1}{2} \times \frac{9}{3} \times 4 = \frac{1}{2} \times 12 = 6$$

atletas. Juntando as contas acima, vemos que elas podem ser interpretadas da seguinte maneira:

$$\frac{9}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{9}{3} \times 4 = \frac{9 \times 4}{2 \times 3} = \frac{9}{2} \times \frac{3}{4}.$$

□

De modo geral, temos a seguinte definição:

Divisão de frações: para dividir uma fração por outra, basta multiplicar a primeira fração pela inversa da segunda.

Em símbolos, podemos reescrever a regra acima da seguinte forma:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}.$$

Por exemplo, ao dividir a fração $\frac{3}{7}$ pela fração $\frac{4}{11}$, obtemos:

$$\frac{3}{7} \div \frac{4}{11} = \frac{3}{7} \times \frac{11}{4} = \frac{3 \times 11}{7 \times 4} = \frac{33}{28}.$$

Observação 4. Seguindo a ideia da divisão de números inteiros, a divisão de frações também é caracterizada como a operação inversa da multiplicação. Isso quer dizer que se multiplicamos o resultado da divisão de frações $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$ pela segunda fração $\frac{c}{d}$, obtemos a primeira fração $\frac{a}{b}$. Desse modo, temos:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{m}{n} \Longleftrightarrow \frac{m}{n} \times \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \Longleftrightarrow \frac{mc}{nd} = \frac{a}{b},$$

ou seja,

$$\frac{m}{n} = \frac{ad}{bc}.$$

Logo,

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{m}{n} = \frac{ad}{bc} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}.$$

No restante deste material, apresentamos outros exemplos que envolvem a divisão de frações.

Exemplo 5 (CMF). *O resultado da expressão numérica*

$$\left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 \div \frac{3}{4} - \frac{2}{3} \times \left(1 - \frac{1}{4}\right)$$

é igual a

(a) 0,5.

(b) 2,5.

(c) 2.

(d) 1.

(e) 3,2.

Solução. Lembramos que, em expressões numéricas, resolvemos primeiro os parênteses, depois colchetes e, por fim, as chaves. Em relação às operações, resolvemos primeiro potências, depois multiplicações ou divisões (a operação que aparecer primeiro deve ser resolvida primeiro) e, por último, adições ou subtrações (novamente, com a operação que aparecer primeiro sendo resolvida primeiro). Além disso, quando uma fração for multiplicada por ela mesma, representamos essa operação como uma potência de fração[1]. Assim,

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} = \frac{a^2}{b^2}, \quad \left(\frac{a}{b}\right)^3 = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} = \frac{a^3}{b^3}$$

e assim por diante. Desse modo, obtemos

$$\begin{aligned}
&\left(1+\frac{1}{2}\right)^2 \div \frac{3}{4} - \frac{2}{3} \times \left(1-\frac{1}{4}\right) = \\
&= \left(\frac{2+1}{2}\right)^2 \div \frac{3}{4} - \frac{2}{3} \times \left(\frac{4-1}{4}\right) \\
&= \left(\frac{3}{2}\right)^2 \div \frac{3}{4} - \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \\
&= \frac{9}{4} \div \frac{3}{4} - \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \\
&= \frac{9}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{4}}{3} - \frac{2}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3}}{4} \\
&= \frac{9}{3} - \frac{2}{4} \\
&= 3 - \frac{1}{2} \\
&= 3 - 0{,}5 \\
&= 2{,}5.
\end{aligned}$$

Portanto, a alternativa correta é a da letra (b). □

Exemplo 6. *Encontre números naturais a, b e c tais que*

$$a = \frac{3}{4} \div \frac{b}{c}, \quad b = 12 \div \frac{c}{a} \quad e \quad abc = 48.$$

Solução. Veja que

$$a = \frac{3}{4} \div \frac{b}{c} = \frac{3}{4} \times \frac{c}{b} = \frac{3c}{4b}$$

[1]Teremos mais a dizer sobre isso na próxima aula.

e

$$b = 12 \div \frac{c}{a} = 12 \times \frac{a}{c} = \frac{12a}{c}.$$

Daí, obtemos

$$\begin{aligned}
48 = abc = a \times \frac{12a}{\cancel{c}} \times \cancel{c} \\
\implies 48 = 12a^2 \\
\implies a^2 = 4 \\
\implies a = 2
\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
48 = abc = \frac{3c}{4\cancel{b}} \times \cancel{b} \times c \\
\implies 48 = \frac{3c^2}{4} \\
\implies 3c^2 = 4 \times 48 \\
\implies c^2 = \frac{4 \times \cancel{48}}{\cancel{3}} \\
\implies c^2 = 4 \times 16 \\
\implies c^2 = 64 \\
\implies c = 8.
\end{aligned}$$

Por fim, uma vez que $abc = 48$ e $ac = 16$, obtemos

$$b = \frac{48}{16} = 3.$$

□

Exemplo 7. *Um carro percorre a metade de um trajeto a $\frac{3}{4}$ da velocidade máxima permitida e a outra metade a $\frac{2}{3}$ da velocidade máxima permitida. A que fração da velocidade máxima permitida corresponde a velocidade média do carro durante o trajeto?*

(*a*) $\frac{5}{7}$.

(*b*) $\frac{6}{12}$.

(c) $\frac{12}{17}$.

(d) $\frac{17}{12}$.

(e) $\frac{1}{12}$.

Solução. Digamos que a distância total percorrida no trajeto seja D e que a velocidade máxima permitida seja v. Denotando por t_1 e t_2 os tempos gastos para percorrer a primeira e a segunda metades do trajeto, respectivamente, obtemos

$$t_1 = \frac{D}{2} \div \frac{3v}{4} = \frac{D}{2} \times \frac{4}{3v} = \frac{4D}{6v}$$

e

$$t_2 = \frac{D}{2} \div \frac{2v}{3} = \frac{D}{2} \times \frac{3}{2v} = \frac{3D}{4v}.$$

Agora, denotando $t_1 + t_2 = t$ (o tempo total gasto no percurso), obtemos

$$t = t_1 + t_2 = \frac{4D}{6v} + \frac{3D}{4v} = \frac{8D + 9D}{12v} = \frac{17D}{12v}.$$

A velocidade média no trajeto é dada por

$$\begin{aligned} v_m = D \div t &= D \div \frac{17D}{12v} \\ &= \cancel{D} \times \frac{12v}{17\cancel{D}} = \frac{12v}{17} \\ &= \frac{12}{17} \times v. \end{aligned}$$

Assim, v_m corresponde a $\frac{12}{17}$ de v, de forma que a alternativa correta é a da letra (c). $\square$

Sugestões para o Professor

Assim como em todos os materiais anteriores que tratam das operações com frações, também neste material optamos por uma abordagem a partir da resolução de problemas, para que os alunos possam perceber situações nas quais a divisão de frações possa ser naturalmente utilizada. Nesse sentido, recomendamos que o professor proponha problemas adicionais, com menor e maior dificuldades quando comparados aos que foram apresentados neste material, a depender do nível da turma.

Uma vez mais, destacamos a importância de dar um tempo para que os alunos tentem resolver os problemas propostos por meios próprios. Recomendamos, ainda, que o professor tenha bastante cuidado ao avaliar as soluções apresentadas pelos alunos. Caso encontre soluções incomuns, não as descarte antes de verificar se estão corretas.

Dois encontros de 50 minutos devem ser suficientes para cobrir o conteúdo deste material.