Material teórico – Grandezas e unidades de medida

Grandezas Físicas, Medidas e sua Representação

Autor: Beto Pimentel

Revisão: Luna Lima

Portal da Física OBMEP

1. Introdução à Física

1.1 Introdução

A Física é uma das ciências mais antigas: ela surge da necessidade do ser humano de compreender os fenômenos da Natureza em suas expressões mais básicas, fenômenos que manifestam as diferentes formas de interação entre matéria e energia. A Física surge a partir do momento em que os seres humanos preocupam-se em dar explicações para os fenômenos naturais, sem lançar mão de entidades metafísicas ou sobrenaturais, como deuses ou criaturas mitológicas. Ao longo do tempo, o conhecimento físico da natureza foi crescendo e sofisticando-se, acumulando novas evidências através da observação e da experimentação, até se agrupar atualmente em algumas categorias mais ou menos bem-definidas dentro do grande corpo teórico da Física. São elas:

Mecânica – constitui um dos corpos teóricos mais fundamentais da Física, estudando a forma como se dá o movimento dos corpos (*Cinemática*) e suas causas (*Dinâmica*);

Física Ondulatória – ocupa-se do estudo das ondas e de suas propriedades;

Física do Calor – consiste no estudo e medida da temperatura (*Termologia*) e do calor (*Calorimetria*). Uma importante vertente tenta compreender como calor e movimento estão interligados através do conceito de energia (*Termodinâmica*);

Óptica – preocupa-se com os fenômenos associados à luz, como a visão e a formação de imagens;

Eletromagnetismo – conjunto de teorias que congrega os fenômenos elétricos e magnéticos, envolvendo, por exemplo, o estudo das cargas e correntes elétricas e ímãs;

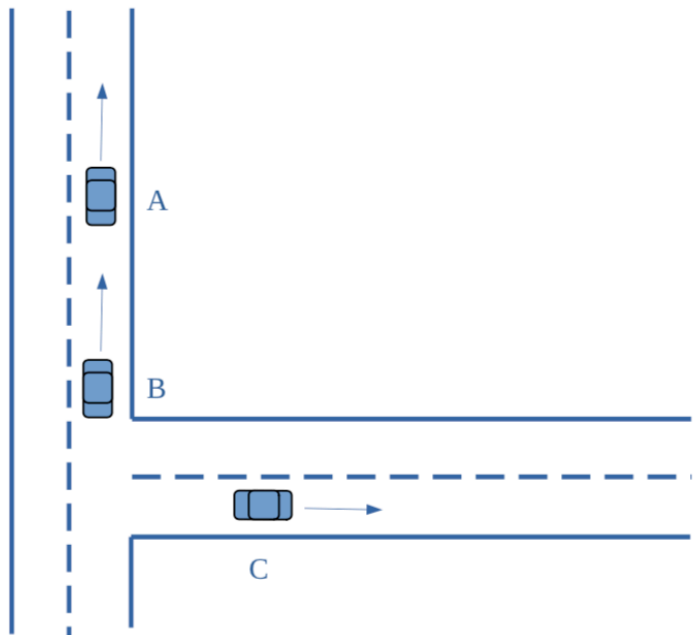
Física Moderna – todo o grupo de novas abordagens teóricas surgidas no início do século vinte e que deram origem a novas concepções sobre a estrutura da matéria e a natureza do espaço e do tempo: a *Mecânica Quântica*, a *Cosmologia* e a *Teoria da Relatividade*.

1.2 Grandezas Físicas

A maneira pela qual a Física estuda os fenômenos naturais é através da definição de grandezas físicas, conceitos abstratos a que se podem associar medidas e valores, permitindo uma análise matemática das relações entre tais grandezas e a verificação experimental de previsões feitas a partir delas. Exemplos de grandezas físicas usadas no dia a dia são: posição, velocidade, aceleração, força, intervalo de tempo, temperatura, corrente elétrica, intensidade luminosa etc.

Para definir o valor de algumas dessas grandezas é preciso apenas atribuir-lhes um valor numérico correspondendo a quantas vezes ela é maior ou menor do que uma certa unidade convencionada para tal grandeza. Essa unidade corresponde, portanto, à expressão de um padrão de medida para essa grandeza. Por exemplo, intervalos de tempo são grandezas dessa natureza. Dizemos que transcorreram 32 segundos, ou seja, convencionamos o segundo como uma unidade de tempo, e o tempo transcorrido equivale a 32 vezes o intervalo correspondente a um segundo. Esse tipo de grandeza é dito uma grandeza *escalar*, pois basicamente estamos aferindo seu valor ao longo de uma escala (neste caso, de tempo).

Para outras grandezas físicas, no entanto, é preciso especificar, além de um valor numérico (*módulo*) e uma unidade, também uma *direção* e *sentido*. Por exemplo, dois carros que seguem a 80 km/h podem estar mantendo a distância entre eles constante, caso estejam se movendo na mesma direção e sentido (carros A e B), ou podem estar se afastando progressivamente, como no caso em que um carro move-se na direção norte-sul e o outro na direção leste-oeste (carros A e C, por exemplo).



Nesses casos as grandezas são ditas *vetoriais*, e são representadas por *vetores*, e não apenas números e unidades. Vetores são entidades matemáticas que requerem *módulo*, expressando sua intensidade, além de *direção* e *sentido*. Assim, vetores podem ser representados por setas. O tamanho da seta dá uma ideia do módulo do vetor; assim, na figura acima, todas as velocidades são representadas por setas de mesmo tamanho porque todos os carros movem-se a 80 km/h, isto é, todas as velocidades têm o mesmo módulo, ou intensidade. Um carro andando a 40 km/h teria sua velocidade representada por um vetor com metade do tamanho.

Além da velocidade, outras grandezas físicas vetoriais são a posição, aceleração, força, campo elétrico, campo magnético etc.

Assim, por exemplo, podemos ter uma força de 10 newtons (lembre-se que toda grandeza tem unidade; aqui, newton é a unidade da força) atuando na direção vertical, no sentido de cima para baixo; ou uma força de 50 newtons atuando na direção horizontal, no sentido da esquerda para a direita. No caso de grandezas escalares, não faz sentido (sem trocadilho) perguntar-se em que direção ou sentido essa grandeza atua. Por exemplo, quando dizemos que hoje a temperatura do ar é de 25 °C, ninguém nos pergunta "mas em que direção e sentido está fazendo 25 °C?", porque como a temperatura é uma grandeza escalar, explicitar um valor numérico e uma unidade é suficiente para defini-la.

1.2 Unidades de medida

As intensidades das grandezas físicas são sempre expressas como múltiplos de unidades definidas por consenso entre as pessoas. Essas unidades derivam de padrões de medida. Por exemplo, o *metro* constitui talvez o mais comum padrão de comprimento (ou distância) em uso no mundo atualmente, e, originalmente, quando de sua definição durante a Revolução Francesa, correspondia a 1 / 10.000.000 da distância entre o polo norte e a linha do equador ao longo de um meridiano. Essa distância podia ser medida e, a partir dela, padrões práticos do metro materializados na forma de barras metálicas podiam ser fabricadas e distribuídas para a disseminação da unidade. A evolução da tecnologia e da ciência permitiu medir o metro com precisões cada vez maiores, e aos poucos foi se mostrando interessante redefinir o metro de maneiras diferentes. Desde 1983, o metro é definido como a distância percorrida pela luz no vácuo num intervalo de tempo de 1 / 299.792.458 de segundo. Esse número é a quantidade exata de segundos considerada, e foi escolhido para ser compatível com definições anteriores.

Antigamente diversos padrões eram usados por pessoas em diferentes lugares para medirem grandezas físicas, muitas vezes tendo nomes semelhantes e variando apenas ligeiramente de lugar para lugar e de época para época. Os primeiros padrões de comprimento, por exemplo, eram baseados em distâncias definidas pelo próprio corpo humano, como a *polegada*, o *pé*, ou a *jarda* (distância média da ponta do nariz ao final do braço esticado), etc. De maneira análoga havia diferentes padrões de temperatura, com diferentes escalas termométricas co-existindo; diferentes padrões de intensidade luminosa (velas, lampiões); e assim por diante, de modo que era bastante confuso comunicar uma medição para alguém de outro país, por exemplo. Esse estado de coisas levou a um esforço de organização de um sistema único de unidades de medida pelos cientistas, e no século vinte foi definido internacionalmente um Sistema Internacional de unidades, mais conhecido por sua sigla "S.I.", que torna clara e simples a comunicação entre os cientistas e tecnólogos. Assim, embora no dia a dia algumas unidades de uso comum sejam mais utilizadas pelas pessoas, como, por exemplo, as unidades de temperatura (graus Celsius, graus Fahrenheit), porque as pessoas já estão muito habituadas com elas, na prática científica são as unidades do S.I. que são preferidas e utilizadas.

O S.I. tem dois tipos de unidades: unidades *de base* e unidades *derivadas* ou compostas. Ele é baseado em apenas sete unidades de base; todas as outras unidades podem ser escritas como combinações dessas sete unidades de base. Por exemplo, o *metro* (símbolo *m*) é a unidade S.I. de distância, e o *segundo* (símbolo *s*) é a unidade S.I. de intervalo de tempo, e as duas são unidades de base. Já a velocidade, uma grandeza física que expressa quanta distância é percorrida num certo intervalo de tempo, é expressa, portanto, em metros por segundo (símbolo *m/s*), uma unidade derivada que consiste na razão entre a unidade de distância e a unidade de intervalo de tempo.

As unidades de base no S.I. são as seguintes:

grandeza	unidade S.I.	símbolo	outras unidades comumente utilizadas
distância	metro	m	centímetro (cm), milímetro (mm), pé (ft), jarda (yd), polegada (in), quilômetro (km)
intervalo de tempo	segundo	s	minuto (min), hora (h), dia, ano
massa	quilograma	kg	grama (g), onça (oz), tonelada (ton)
temperatura	kelvin	K	grau Celsius (℃), grau Fahrenheit (℉)
corrente elétrica	ampère	A	-
intensidade luminosa	candela	cd	-
quantidade de matéria	molécula-grama	mol	-

Alguns exemplos de unidades derivadas:

grandeza	unidade S.I.	símbolo	relação com as unidades de base
velocidade	metro por segundo	m/s	-
aceleração	metro por segundo ao quadrado	m/s^2	-
força	newton	N	$N = kg.m/s^2$
pressão	pascal	Pa	$Pa = N/m^2 = kg/m.s^2$
trabalho/energia	joule	J	$J = N.m = kg.m^2/s^2$
potência	watt	W	$W = J/s = kg.m^2/s^3$
carga elétrica	coulomb	C	C = A.s

Por simplificação, diversas unidades derivadas ganham nomes específicos, em geral homenageando cientistas que deram grandes contribuições para a compreensão de fenômenos físicos envolvendo aquela grandeza em particular. Assim em vez de dizer que uma potência de 1 $kg.m^2/s^3$ configura entregar um trabalho de 1 $kg.m^2/s^2$ a um corpo ao longo de um segundo, os físicos preferem dizer que a potência de um watt representa realizar um trabalho de um joule em um segundo.

Sempre que uma unidade é uma homenagem a um cientista, ela é escrita por extenso em minúsculas (newton, pascal, volt etc.), para não confundir com o próprio cientista, e seu símbolo inicia com uma letra maiúscula (N, Pa, V etc.). Os símbolos não levam '*s*' no plural ou ponto após o símbolo: o correto é 20 m (e não 20 'ms', ou, pior ainda, 20 'mts.').

1.3 Material complementar

Documento oficial definindo a nomenclatura de grandezas e unidades em países de língua portuguesa, emitido no Brasil pelo Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia (Inmetro), responsável legal pela guarda e disseminação dos padrões de medida no país:

http://www.inmetro.gov.br/inovacao/publicacoes/vim_2012.pdf

Uma história da criação do metro e do sistema decimal durante a Revolução Francesa:

https://www.bbc.com/portuguese/vert-tra-59576741

Unidades de distância usadas na Antiguidade:

https://canalmetrologia.com.br/medidas-da-antiguidade/

Pequena história da evolução das unidades de medida ao longo do tempo:

https://www.fisica.net/unidades/pesos-e-medidas-historico.pdf

2. Algarismos Significativos

2.1 Introdução

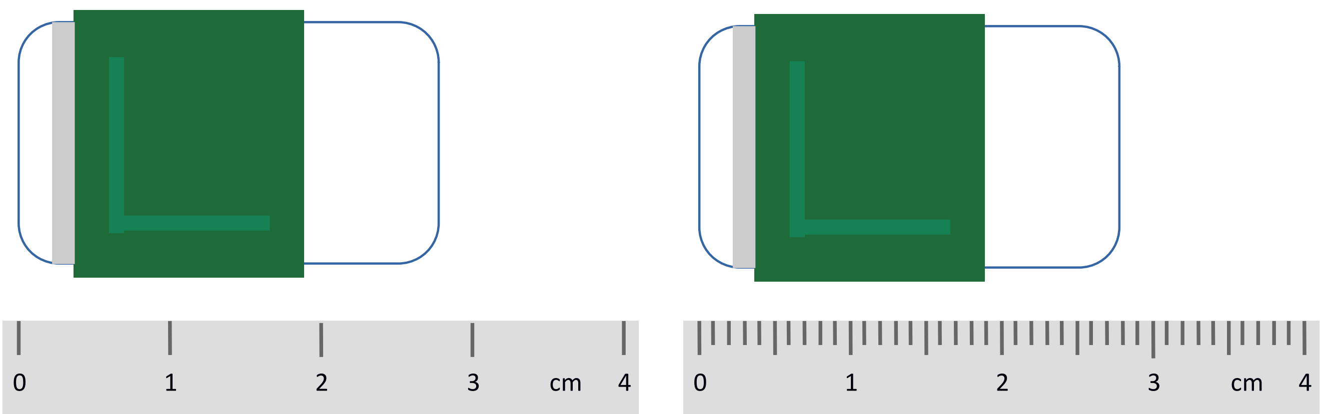
Como vimos, a Física é uma ciência experimental, que se utiliza de medidas dos valores de grandezas para corroborar ou refutar previsões teóricas a partir de experimentos. Portanto, a maneira de expressar os dados obtidos experimentalmente, em geral, o resultado quantitativo de medidas efetuadas em laboratório, é de fundamental importância para a Física.

De particular interesse para as discussões envolvendo a análise e interpretação dos resultados de experimentos é o quão precisamente podemos conhecer um resultado, isto é, com quantas casas decimais podemos expressá-lo, por exemplo. Isso tem a ver com a resolução do instrumento de medida que usamos para realizar a medição, e em alguns casos também com o método utilizado para realizar a medição, e mesmo com a habilidade técnica e experiência do observador. Portanto expressar uma medição corretamente envolve conhecer bastante bem todo o processo que levou àquela medição, e ser honestos com o que realmente podemos confiar que sabemos e o que introduz incertezas no processo.

Um dos conceitos mais importantes para a expressão de uma medida em Física é o de algarismos significativos, que discutiremos nesta seção.

2.2 Algarismos significativos

Imagine que queremos medir o comprimento de uma pequena borracha como a da figura abaixo, e que para isso temos duas réguas, a primeira das quais apenas com as marcações dos centímetros, e a outra normal, milimetrada, isto é, contendo também as marcações dos milímetros. Para efeitos didáticos, a figura mostra os instrumentos e a barra ampliados, de modo que as distâncias representadas na página não representam centímetros e milímetros "de verdade".



Repare que não temos acesso ao "comprimento real" da borracha, mas sempre somente a uma aproximação possível desse valor, dadas as limitações de nossos métodos e instrumentos. No caso da medida desse comprimento, o método é tão simplesmente uma comparação direta, portanto a limitação é basicamente a resolução de nosso instrumento de medição.
Na régua da esquerda, as menores divisões da escala correspondem às marcações de centímetros, enquanto que na da direita as menores divisões são as dos milímetros, portanto dizemos que a régua da direita tem uma melhor *resolução* que a da esquerda.

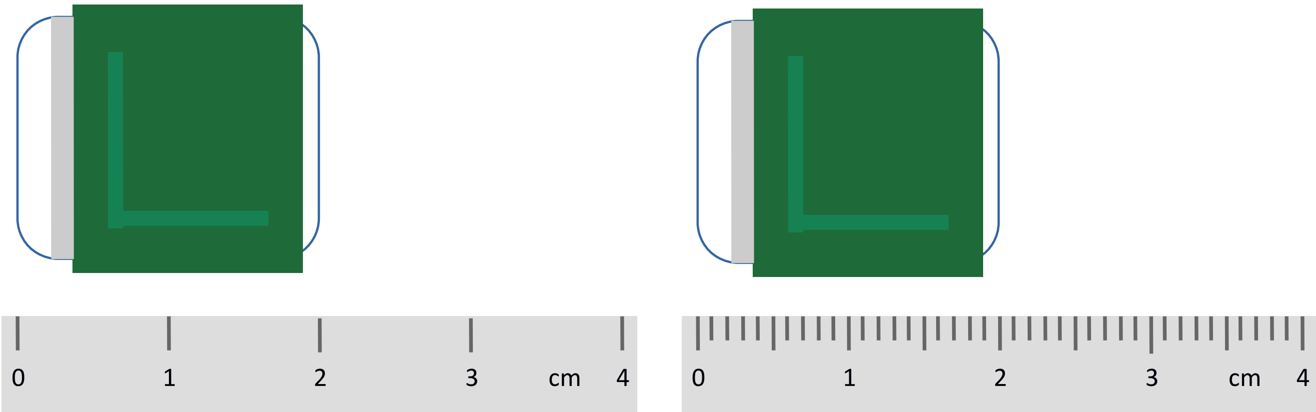
Isso tem implicações na maneira de expressar nossa medida para o valor do comprimento da borracha. Em ambos os casos, para realizar a medição alinhamos da melhor maneira possível a lateral esquerda da borracha com o zero da régua, e posição em que a lateral direita encontra-se na régua marcará o comprimento da borracha. No primeiro caso, sabemos que o comprimento é maior do que 2 cm e menor do que 3 cm, e como a lateral direita da borracha está muito mais perto da marca de 3 cm do que da de 2 cm, é razoável supor que o comprimento deve ser de, digamos, 2,8 cm. Talvez ao olhar para a figura você ache que deva ser 2,7 cm, ou talvez 2,9 cm. Não tem problema. Todas essas medidas estão corretas. Utilizando a régua da esquerda, só podemos ter certeza de um algarismo (o 2, que representa os centímetros), e podemos "chutar", isto é, estimar aproximadamente, o algarismo que representa os milímetros (8, 7 ou 9). O 2 então é o que chamamos de *algarismo correto*, enquanto que o 8 (ou o 7, ou o 9) é um algarismo que chamamos na expressão da medida de *algarismo duvidoso*.

Talvez você ache que tendo um olho de águia e uma percepção extremamente aguçada você possa dizer que o comprimento da régua é de 2,75 cm, ou, minha nossa, 2,815 cm, por exemplo. Porém essas medidas não fazem sentido para a figura da esquerda. Se você já não tem certeza do 7 ou do 8, como estimar os algarismos seguintes? De fato, se você usar mais algarismos significativos do que o seu instrumento (ou método, em alguns casos) permite, você irá induzir a pessoa que ler a sua medida a pensar que você usou um instrumento mais preciso do que o que você usou, e ela vai, portanto, achar que pode confiar numa precisão que não é verdadeira. Por isso é importante expressar as medidas de maneira adequada. Jamais saberemos o comprimento da borracha com precisão infinita; as medidas em Física sempre têm um limite de resolução e, portanto, um número finito de algarismos significativos.

Na figura da direita, usando a régua com marcação de milímetros, veja que agora podemos ter certeza de que a medida é (bem) maior do que 2,7 cm e (um pouco) menor do que 2,8 cm. Agora não apenas o 2 mas também o 7 são algarismos corretos, e podemos estimar os décimos de milímetro, dizendo por exemplo que o comprimento da borracha é de 2,78 cm ou 2,79 cm. Tanto faz, na verdade: lembre-se que o 8 e o 9 nesses casos são algarismos duvidosos.

Então perceba que ao apresentar as medidas que fizemos para o comprimento como 2,7 cm ou 2,8 cm, no primeiro caso, e 2,78 cm ou 2,79 cm no segundo caso, estamos de fato dizendo que na segunda medição nosso instrumento (ou nosso método) permitiu uma medição com uma maior precisão.

Para uma situação interessante e ilustrativa da necessidade do uso correto dos algarismos significativos para a expressão de uma medida, vamos considerar que, depois de algum uso, a borracha agora ficou reduzida a um comprimento menor, e que agora queremos novamente estimar seu tamanho (figura a seguir).



Que valor devemos atribuir ao novo comprimento em cada caso, medindo novamente com as nossas duas réguas de resoluções diferentes? É tentador dizer que agora sabemos que o comprimento da borracha é EXATAMENTE dois centímetros em ambos os casos, porque a lateral direita da borracha agora parece alinhar-se perfeitamente com a marca de 2 cm em ambas as réguas. Porém lembremos que não existe medida infinitamente precisa, e que nossa expressão do valor da grandeza deve levar em conta a resolução de nosso instrumento de medida. Assim, no primeiro caso devemos dizer que o comprimento da borracha é de 2,0 cm, enquanto no segundo caso 2,00 cm, marcando o fato de que no primeiro nosso algarismo duvidoso corresponde aos milímetros e no segundo aos décimos de milímetro[1]. No primeiro caso dizemos que expressamos o comprimento da borracha com *dois algarismos significativos* (1 correto e um duvidoso) e no segundo caso com *três algarismos significativos* (2 corretos e um duvidoso).

Atenção: zeros à esquerda não contam como algarismos significativos, porque correspondem apenas a mudanças de escala. Por exemplo, podemos medir a massa de um clipe de papel com uma balança de precisão e obter o valor de, digamos, 1,25 grama (ou 1,25 g). Temos, portanto, três algarismos significativos, o 5 correspondendo ao algarismo duvidoso – e podemos ver daí já que a nossa balança tem resolução de décimos de grama, portanto, obrigando-nos a "chutar" os centésimos de grama como um algarismo duvidoso. Se quisermos expressar a massa do clipe em quilogramas (kg), teremos que dividir a medida por 1.000 (porque o prefixo "quilo" quer dizer "mil vezes", e, portanto, 1 kg = 1.000 g). Fazendo isso teremos a massa do clipe expressa como 0,00125 kg. Os zeros à esquerda decorrem apenas dessa divisão; não podemos dizer que ao converter de gramas para quilogramas "ganhamos" mais três algarismos significativos! Ao converter de uma unidade para outra é preciso sempre manter o número de algarismos significativos da medida, ou estaríamos "trapaceando" e alterando significativamente a medida.

---

1 Portanto perceba que, diferentemente do caso dos *números* (nas aulas de Matemática, por exemplo), em que 2 ou 2,0 ou 2,00 correspondem à mesma coisa, no caso de *medidas* 2,0 cm não é a mesma coisa que 2,00 cm!

2.2 Soma e subtração de medidas

Um problema coloca-se quando queremos fazer operações matemáticas com valores de medidas; por exemplo, quando precisamos somar ou subtrair duas medidas.

Não há problema quando a precisão obtida nas duas medidas é a mesma; por exemplo quando somamos duas distâncias obtidas com precisão de décimos de milímetro, digamos, 83,5 mm e 54,5 mm. Imagine que precisamos projetar uma peça que vai vestir em torno de duas outras peças menores cujas larguras são essas distâncias. O espaçamento interno da peça que vamos projetar precisa acomodar essas duas larguras somadas:

$$\begin{array}{r} 83{,}5 \text{ mm} \\ +\ 54{,}5 \text{ mm} \\ \hline 138{,}0 \text{ mm} \end{array}$$

E o espaçamento interno necessário é, portanto, de 138,0 mm. Repare que é importante manter o zero final na expressão da medida, porque temos que ter certeza de que ao fazer a peça estaremos medindo esse espaçamento com um instrumento de medida com resolução (menor marcação da escala do instrumento) de milímetros também, de forma que o zero ao final representa que nosso algarismo duvidoso encontra-se na casa dos décimos de milímetro.

Algo semelhante aconteceria se precisássemos subtrair uma largura da outra:

$$\begin{array}{r} 83{,}5 \text{ mm} \\ -\ 54{,}5 \text{ mm} \\ \hline 29{,}0 \text{ mm} \end{array}$$

Um problema pode ser colocado se, por qualquer motivo, as medidas que precisamos operar não foram obtidas com instrumentos de mesma resolução, e, portanto, têm precisões diferentes. Imagine que a segunda medida que usamos nos exemplos anteriores, 54,5 mm, tivesse sido obtida com uma régua que não possuísse a marcação de milímetros, mas apenas de centímetros, e a medida obtida tivesse sido então de 5,4 cm (= 54 mm). Como faríamos as operações anteriores?

$$\begin{array}{r} 83{,}5 \text{ mm} \\ +\ 54 \text{ mm} \\ \hline 137{,}5 \text{ mm} \end{array}$$

Repare que não temos certeza do 7, uma vez que o 4 já é um algarismo duvidoso, e, portanto, não podemos expressar essa soma como 137,5 – ela conteria *dois* algarismos duvidosos! O correto nesse caso é arredondar o resultado para o valor mais próximo com o número correto de algarismos significativos, neste caso 138 mm.[2]

2 A bem da verdade, 137,5 mm está exatamente entre 137 mm e 138 mm, então teoricamente poderíamos arredondar tanto para cima quanto para baixo. Para evitar um viés, adota-se em geral uma regra que faz com que em metade

O mesmo vale para a subtração:

$$
\begin{array}{l}
\ 83{,}5 \text{ mm} \\
-\ 54 \ \text{ mm} \\
\hline
\ 29{,}5 \text{ mm}
\end{array}
$$

E, portanto, arredondaríamos o resultado para 30 mm.

Então, o importante ao somar ou subtrair medidas é que o resultado precisa ter o mesmo número de casas decimais da medida com *menor* número de casas decimais.

2.3 Material complementar

Medidas de pequenos comprimentos podem ser obtidas com precisão bem maior do que a de uma régua milimetrada, utilizando-se instrumentos como *paquímetros* e *micrômetros*. O princípio de operação desses instrumentos é um pouco mais complexo, no entanto. Eles podem ser aprendidos no *link* abaixo, em material montado pelo Instituto de Física da Universidade de São Paulo (USP):

http://macbeth.if.usp.br/~gusev/PaquimetroMicrometro.pdf

---

das vezes o arredondamento seja feito para cima e metade das vezes para baixo: se o algarismo que antecede o 5 final for par, arredonda-se para baixo; se for ímpar, para cima. Assim, 137,5 mm é arredondado para cima porque antes do 5 vem um 7 (ímpar). Se a soma tivesse dado 134,5 mm, por exemplo, arredondaríamos para baixo como 134 mm, porque antes do 5 teria vindo um 4 (par).

3. Algarismos Significativos – Multiplicação e Divisão

3.1 Introdução

Na última seção, vimos como somar e subtrair medidas de grandezas físicas, levando em conta a posição dos algarismos duvidosos. Aqui trataremos de como fazemos para operar a multiplicação e divisão de medidas levando em conta o número de algarismos significativos de cada uma.

3.2 Multiplicação com algarismos significativos

Para multiplicar valores de medidas precisamos lembrar que o resultado de qualquer operação com medidas não pode *aumentar* o nível de precisão que tínhamos antes da operação. Assim sendo, a regra geral para a multiplicação de medidas é que o resultado da multiplicação deve ser expresso com o mesmo número de algarismos significativos que a medida que contém o *menor* número de algarismos significativos.

Por exemplo, digamos que queremos calcular o trabalho (W) realizado por uma força **F** que medimos como de intensidade igual a 35,6 newtons ao longo de um deslocamento **d** de 2,678 m na mesma direção e no mesmo sentido da força. O trabalho de uma força nessas condições pode ser calculado como o produto do módulo da força pelo módulo do deslocamento, isto é:

$$W = F \,.\, d = 35{,}6 \text{ N} \times 2{,}678 \text{ m}$$

Ao fazer a conta, normalmente obteríamos:

$$\begin{array}{r} 35{,}6 \\ \times\ 2{,}678 \\ \hline 2848 \\ 2492 \\ 2136 \\ 712 \\ \hline 95{,}3368 \end{array}$$

No entanto perceba que não é possível sabermos o produto com seis algarismos significativos se na expressão do deslocamento temos apenas quatro e na da força apenas três. Quando multiplicamos o “2” pelo “6” duvidoso do fator de cima, isso já gera uma dúvida na primeira casa decimal do produto!

```
    35,6
× 2,678
--------
    2848
   2492
  2136
  712
--------
 95,3368
```

Para sermos honestos com relação à posição do algarismo duvidoso na expressão do produto, é preciso “truncar” (arredondar) o resultado obtido na multiplicação, de modo a que ele tenha o mesmo número de algarismos significativos que o fator com o menor número de algarismos significativos (a medida da força, no caso). Assim devemos expressar o resultado como:

$$W = 95{,}3 \text{ N.m} = 95{,}3 \text{ J}$$

uma vez que o primeiro “3” após a vírgula já é um algarismo duvidoso.

Repare que arredondamos para 95,3 J porque 95,3368 está mais próximo de 95,3 do que de 95,4.[3]

3.3 Divisão com algarismos significativos

Ao realizar a divisão de valores de medidas, valem as mesmas regras da multiplicação: o quociente deverá ser expresso com o mesmo número de algarismos significativos do fator da divisão com o menor número de algarismos significativos.

Digamos que queremos calcular a velocidade média de uma bola de boliche lançada ao longo de uma pista. Para isso, medimos a distância que a bola tem que percorrer (d), e o intervalo de tempo que ela leva para percorrê-la (Δt). Dividindo um pelo outro obtém-se a velocidade média. Digamos que com uma trena medimos d = 21,2350 m para a distância, e com um cronômetro encontramos o intervalo de tempo igual a Δt = 4,57 s. A divisão resultará em:

```
21,2350 | 4,57
        |________
            4,646608315
```

[3] Claro que se os três últimos algarismos fossem algo maior que 500 deveríamos arredondar para 95,4 então. Por exemplo, 95,3782 → 95,4. Caso tivéssemos encontrado 95,3500, ou seja, exatamente no meio do caminho entre 95,3 e 95,4, arredondaríamos para 95,4 porque 3 é ímpar, conforme a regra que adotamos na seção anterior.

No entanto, precisamos "truncar" o resultado na segunda casa decimal, já que o quociente só pode ser expresso com três algarismos significativos, mesmo número de algarismos significativos do divisor (Δt). Assim, a velocidade média será expressa como:

$$v_m = d / \Delta t = 4{,}64\cancel{6608315} = 4{,}65 \text{ m/s}$$

Repare que dessa vez aproximamos o resultado para 4,65 porque 4,646608315 está mais próximo de 4,65 do que de 4,64.

3.4 Múltiplas operações com multiplicação e divisão

Muito frequentemente precisamos fazer contas que envolvem multiplicação e divisão de mais de duas medidas físicas simultaneamente. Isso pode ser feito sem problema, aplicando novamente a regra geral de manter o número de algarismos significativos do fator com o menor número de algarismos significativos.

Por exemplo, para calcular o calor específico (c) de uma determinada substância, dividimos a quantidade de calor (Q) pelo produto da massa (m) da amostra pela variação de temperatura (ΔT) que ela sofreu:

$$c = \frac{Q}{m.\Delta T}$$

Digamos que realizamos medidas para essas três grandezas, obtendo-as com diferentes precisões de modo que:

Q = 1850 calorias = 1850 cal
m = 24,55 gramas = 24,55 g
$\Delta T = 12{,}0\,℃$

O calor específico será expresso, portanto, como:

$$c = \frac{Q}{m.\Delta T} = \frac{1850cal}{24{,}55g.12{,}0℃} = 6{,}27970129\frac{cal}{g.℃} = 6{,}27\cancel{970129}\frac{cal}{g.℃} = 6{,}28\frac{cal}{g.℃}$$

Arredondamos para três algarismos significativos porque a variação de temperatura só era conhecida com essa precisão, enquanto as outras grandezas o eram com mais algarismos significativos.

Repare que isso indica-nos que para melhorar nosso conhecimento do valor de uma grandeza (por exemplo o calor específico desse exemplo), é preciso melhorar a precisão com que conhecemos o valor das medidas mais imprecisas. Se conhecêssemos a variação de temperatura com cinco algarismos significativos, usando termômetros e processos mais sofisticados e precisos, agora nosso valor para o calor específico estaria limitado aos quatro algarismos significativos com que sabemos o valor da massa da amostra, e assim por diante. Portanto a maneira de expressar e calcular o número de algarismos significativos de uma grandeza mostra-nos onde se pode trabalhar para melhorar sua precisão a partir das medidas dos fatores que usamos para o cálculo.

4. *Notação Científica*

4.1 Introdução

Muitas vezes queremos apresentar os resultados de medições em unidades nas quais os valores numéricos ficam muito grandes, ou muito pequenos, dificultando comparações e visualizações. Por isso os cientistas preferem expressar medições no que se convencionou chamar de "notação científica".

4.2 Como expressar uma medida em notação científica

A tabela abaixo mostra alguns exemplos de como expressar medidas em notação científica usando potências de dez:

medida original	medida expressa em notação científica
m = 25,0 kg	m = 2,50 × 10^1 kg
d = 3,46 cm	d = 3,46 × 10^0 cm
T_0 = – 145 °C	T_0 = – 1,45 × 10^2 °C
i = 0,02 A	i = 2 × 10^{-2} A
c = 299.792.458 m/s	c = 2,99792458 × 10^8 m/s
e = 0,000000000000000000160217663 C	e = 1,60217663 × 10^{-19} C

Note que em todos os exemplos a expressão da medida obedece um formato específico, caracterizado por:

$$\underbrace{T_0}_{\text{símbolo da grandeza medida}} = -\underbrace{1{,}45}_{\substack{\text{mantissa: valor numérico}\\ \text{maior ou igual a 1 e menor}\\ \text{do que 10 (em módulo)}}} \times \underbrace{10^2}_{\text{potência de 10}}\ \underbrace{°\mathrm{C}}_{\text{unidade}}$$

Repare que o número de algarismos significativos na expressão do valor numérico da medida não deve ser alterado ao expressá-lo em termos de potências de dez.

Ao expressar um valor como um múltiplo de uma potência de 10 estamos fazendo o mesmo que "caminhar" com a vírgula ao longo do número, pois usamos uma base decimal para expressá-lo. Assim, por exemplo, poderíamos transformar 25,0 kg em um múltiplo de diferentes potências de dez percebendo que

$$25{,}0kg = 2{,}50kg \times 10 = 2{,}50 \times 10^1 kg, \text{ ou, alternativamente,}$$

$25{,}0kg = \frac{250kg}{10} = 250 \times 10^{-1}kg$, ou, ainda, $25{,}0kg = 0{,}250kg \times 10^{2} = 0{,}250 \times 10^{2}kg$

Todas essas (e inúmeras outras) são expressões do mesmo valor em diferentes potências de 10. Porém a notação científica usa aquela expressão em que o valor numérico que multiplica a potência (a "mantissa") corresponde a um número (em módulo) maior ou igual a 1 e menor do que 10. Veja que 250 é maior do que 10, e 0,250 menor do que 1, portanto as duas últimas expressões obtidas para a massa de 25,0 kg em termos de potências de 10 não estão em notação científica. É a primeira expressão que está, pois 2,50 encontra-se entre 1 e 10.

$$m = 25{,}0 \text{ kg} = 2{,}50 \times 10^{1} \text{ kg}$$

Ou seja, ao "caminhar" uma casa *para a* ***esquerda***, temos que ***adicionar*** 1 ao expoente da potência de 10 que corresponde ao mesmo número.

Se, ao contrário, a medida original traz um valor menor do que 1, será preciso "caminhar" com a vírgula *para a* ***direita***, o que equivale a ***subtrair*** 1 ao expoente da potência de 10:

$$i = 0{,}02 \text{ A} = 0{,}2 \times 10^{-1} \text{ A}$$

$$i = 0{,}2 \times 10^{-1} \text{ A} = 2 \times 10^{-2} \text{ A}$$

4.3 Adição e subtração com medidas expressas em notação científica

Vamos ver agora como realizar operações matemáticas usando notação científica. Por exemplo, digamos que queremos somar duas massas m_1 e m_2 medidas numa balança[4] tais que:

$m_1 = 273{,}5$ g e $m_2 = 340{,}5$ g

Nesse caso ainda seria bem simples somar as massas sem expressá-las em notação científica, pois ambas as medidas têm o mesmo número de algarismos significativos e casas decimais:

$$\begin{array}{rr} & 273{,}5 \\ + & 340{,}5 \\ \hline & 614{,}0 \end{array}$$

4 Só podemos somar ou subtrair grandezas de mesma natureza (massas, no caso). Não faz sentido portanto tentar somar 273,5 g com 18 °C, por exemplo.

Portanto fazer a mesma operação com notação científica parece desnecessariamente complexo. Vamos, no entanto, entender o procedimento nesse exemplo simples e depois verificar como ele vai facilitar as coisas para operações mais complexas. As mesmas massas expressas em notação científica seriam agora:

$$m_1 = 2{,}735 \times 10^2 \text{ g} \qquad \text{e} \qquad m_2 = 3{,}405 \times 10^2 \text{ g}$$

Ao somar potências de 10 de igual expoente basta somarmos as mantissas, e repetirmos a potência. Assim:

$$\begin{array}{rr} & 2{,}735 \times 10^2 \\ + & 3{,}405 \times 10^2 \\ \hline & 6{,}140 \times 10^2 \end{array}$$

O resultado de $m_1 + m_2$ é, evidentemente, o mesmo nos dois casos, pois $6{,}140 \times 10^2$ g é o mesmo que 614,0 g em notação científica.

De maneira semelhante poderíamos obter a diferença entre as duas massas procedendo à subtração das medidas:

$$\begin{array}{rr} & 340{,}5 \\ - & 273{,}5 \\ \hline & 067{,}0 \end{array}$$

Obtivemos como resultado final da subtração portanto $m_2 - m_1 = 67{,}0$ g.[5]

Em notação científica, teríamos:

$$\begin{array}{rr} & 3{,}405 \times 10^2 \\ - & 2{,}735 \times 10^2 \\ \hline & 0{,}670 \times 10^2 \end{array}$$

Repare, no entanto, que a diferença entre as massas não pode ser expressa em notação científica como $m_2 - m_1 = 0{,}670 \times 10^2$ g porque 0,670 não é um número maior do que 1. Devemos então "caminhar" com a vírgula para a direita uma casa decimal e subtrair 1 do expoente da potência de 10, chegando ao valor equivalente (e agora em notação científica):

5 Repare que a soma e a diferença são dadas com o mesmo número de casas decimais que o fator com menor número de casas decimais, e por isso a diferença acaba sendo expressa por um número de algarismos significativos menor do que qualquer de seus fatores. Isso está de acordo com as regras que estabelecemos para operações com algarismos significativos (ver seção anterior).

$$m_2 - m_1 = 0{,}670 \times 10^2 \text{ g} = 6{,}70 \times 10^1 \text{ g}$$

4.4 Multiplicação e divisão com medidas expressas em notação científica

Multiplicar e dividir medidas em notação científica fica simplificado, pois agora podemos operar com as potências de dez e números entre 1 e 10, em vez de números muito grandes ou muito pequenos.

Compare as seguintes operações envolvendo as mesmas medidas – à esquerda expressas sem o recurso da notação científica, e à direita usando a notação científica:

Vamos calcular a distância em metros percorrida pela luz, propagando-se pelo vácuo com velocidade igual a 299.792.458 m/s, durante o intervalo de um

$$d = v \,.\, \Delta t = 299.792.458 \text{ m/s} \times 0{,}125 \text{ s}$$

299.792.458 m/s	$2{,}99792458 \times 10^8$ m/s
× 0,125 s	× $1{,}25 \times 10^{-1}$ s
37.474.057,25 s.m/s	$3{,}747405725 \times 10^{8-1}$ s.m/s
37.4~~74.057,25~~ m	$3{,}74\cancel{7405725} \times 10^7$ m
37.500.000 m	$3{,}75 \times 10^7$ m
37,5 mil km	

Repare que, do lado esquerdo, temos um problema, pois não podemos expressar a distância como 37.474.057,25 m porque a medida do intervalo de tempo é dada com apenas três algarismos significativos, então o produto tem que ser expresso também com três algarismos significativos. Mas se cortamos os algarismos excedentes, arredondamos para cima e "preenchemos" o valor com zeros; esses zeros ainda seriam significativos e passariam a ideia de que conhecemos a distância com 8 algarismos significativos, o que não é verdade. A única maneira de consertar isso seria alterar a unidade em que a medida é expressa (37,5 mil km), e aí falhamos em conseguir expressar a distância em metros, como pedia o enunciado.

A única maneira de fazer isso corretamente é usar a notação científica, como feito à direita. Ao proceder à multiplicação, multiplicamos normalmente as mantissas e para multiplicar as potências basta somar seus expoentes $(8 + (-1) = 8 - 1 = 7)$.

A operação da divisão segue a mesma lógica: ao dividir duas medidas expressas em notação científica, dividimos as mantissas normalmente, e para dividir as potências de 10 subtraímos a potência do dividendo pela do divisor. Por exemplo, ao calcular a potência de uma máquina que realiza 750,0 J de trabalho ao longo de 25 s, fazemos:

$$P = \frac{\tau}{\Delta t} = \frac{750J}{25s} = \frac{7{,}50 \times 10^2 J}{2{,}5 \times 10^1 s} = 3{,}0\cancel{0} \times 10^{2-1} J/s = 3{,}0 \times 10^1 W$$

Multiplicações e divisões de medidas em notação científica facilitam bastante os cálculos quando justamente há uma sequência de operações a serem feitas com diversas medidas, como por exemplo ao calcular a *condutividade térmica* de um material, uma grandeza que depende de várias outras e que expressa o quão bom condutor de calor um determinado material é:

$$k = \frac{\Phi . L}{A . \Delta T}$$

Nesta expressão, **Φ** é o fluxo de calor e ***L*** o comprimento de uma barra de área de seção reta ***A*** feita do material em questão conectando duas fontes térmicas que experimentam uma diferença de temperatura **Δ*T*** entre elas. Imagine que temos as seguintes medidas para essas grandezas:

$\Phi = 34{,}5$ J/s $= 3{,}45 \times 10^1$ J/s

$L = 30{,}00$ cm $= 0{,}3000$ m $= 3{,}000 \times 10^{-1}$ m

$A = 4{,}000$ cm$^2 = 4{,}000 \times 10^{-4}$ m^2

$\Delta T = 80{,}0$ K $= 8{,}00 \times 10^1$ K

A condutividade térmica *k* seria dada por:

$$k = \frac{\Phi . L}{A . \Delta T} = \frac{3{,}45 \times 10^1 J/s \, . \, 3{,}000 \times 10^{-1} m}{4{,}000 \times 10^{-4} m^2 . \, 8{,}00 \times 10^1 K} = \frac{3{,}45 \times 3{,}000}{4{,}000 \times 8{,}00} \times \frac{10^1 \times 10^{-1}}{10^{-4} \times 10^1} \frac{\frac{J}{s} . m}{m^2 . K} =$$

$$= 0{,}323\cancel{4375} \times 10^{1+(-1)-(-4)-1} \frac{J}{m.s.K} = 0{,}323 \times 10^3 J/m.s.K = 3{,}23 \times 10^2 J/m.s.K$$

Assim, em vez de termos que multiplicar e dividir números muito grandes ou muito pequenos, ficamos com números entre 1 e 10, e em seguida as potências de dez, que são muito simples de operar.

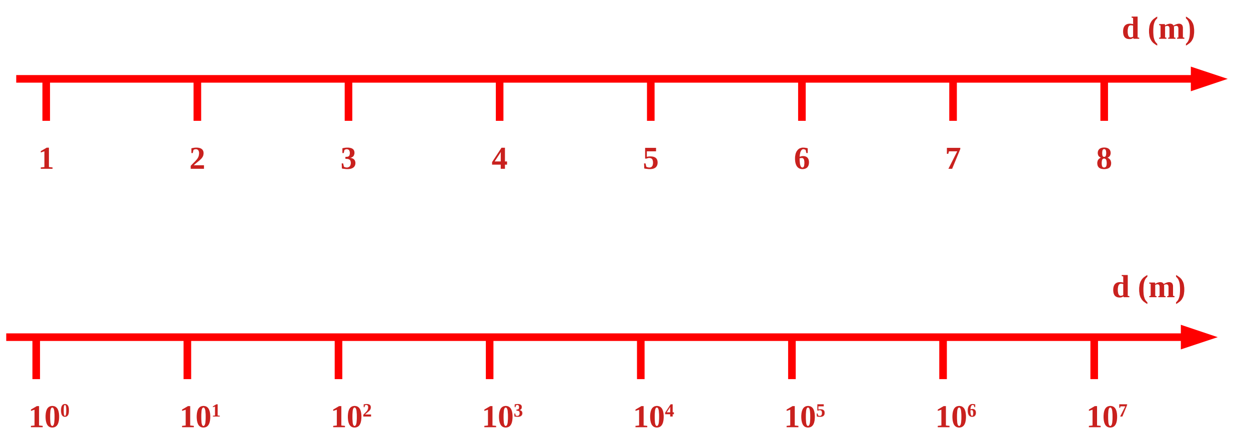
5. Ordem de Grandeza

5.1 Introdução

É comum querermos saber não valores exatos de medidas físicas, com o número correto de algarismos significativos, porém apenas uma estimativa grosseira do valor esperado de uma medida, para por exemplo a partir dela tomarmos decisões envolvendo a escala das coisas. Essa “dimensão” de o quão grande é uma medida aproximadamente pode ser definida de uma forma mais rigorosa em Física com o conceito de *ordem de grandeza* de um valor ou medida.

5.2 Escalas logarítmicas

Uma escala logarítmica é uma escala em que os valores progridem não em progressão *aritmética*, como numa escala comum, porém em progressão *geométrica*. No primeiro caso, intervalos de distâncias iguais na escala correspondem a somar valores iguais na escala. No segundo caso, correspondem a multiplicar por potências iguais. Veja por exemplo a figura abaixo: a escala de cima é uma escala de distâncias comum (linear), em que cada intervalo marcado corresponde a somar um metro no valor da medida da distância ***d***. Embaixo, uma escala logarítmica em que cada intervalo marcado corresponde a somar 1 à potência de 10 que expressa a medida.

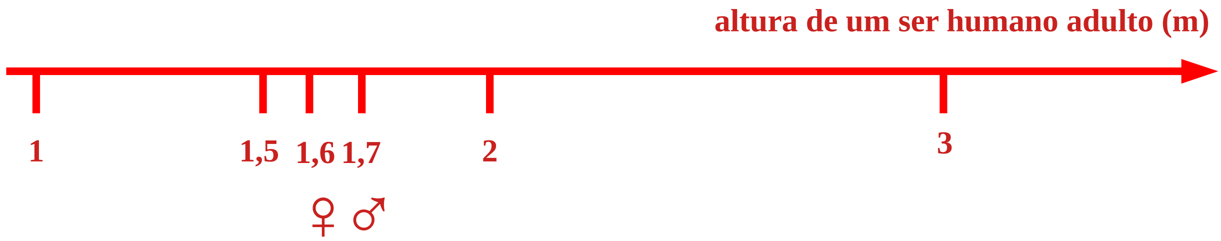


Escalas logarítmicas são úteis quando precisamos comparar medidas que têm valores muito discrepantes, de “dimensões” muito diferentes, como por exemplo as distâncias que separam você de seu colega de sala, de sua casa, de Londres, do Sol, ou de uma estrela do outro lado da galáxia.

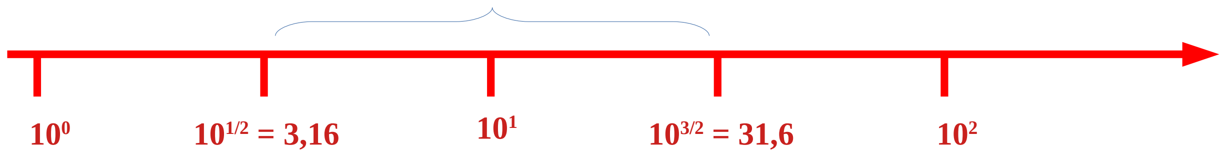
Repare que na escala logarítmica cada intervalo corresponde a somar distâncias progressivamente maiores: de 10^0 m (1 m) para 10^1 m (10 m) estamos somando 9 m no nosso exemplo, e em seguida de 10^1 m para 10^2 m estamos somando 90 m, depois 900 m, 9.000 m e assim por diante.

Quando queremos estimar uma distância numa escala comum, temos que avaliar de qual marcação ela está mais próxima. Assim, por exemplo, a altura média de uma pessoa adulta está mais perto de 2 m do que de 1 m, então 2 m seria uma estimativa razoável, ainda que saibamos que pessoas de exatamente 2 m de altura são pessoas muito altas para a média. O meio do caminho entre 1 m e 2 m na escala comum encontra-se exatamente em 1,5 m, então aproximamos para 2 m se o valor for maior do que 1,5 m e para 1 m se for menor.

Uma pesquisa rápida na internet informa que a altura média de um ser humano adulto é de 1,7 m para os homens e de 1,6 m para as mulheres, de modo que em ambos os casos aproximaríamos o valor para a marcação de 2 m.



No caso de uma escala logarítmica, o meio do caminho entre 10^0 e 10^1 é $10^{1/2}$, isto é, $\sqrt{10} = 3{,}16$ aproximadamente, e entre 10^1 e 10^2 é $10^{1,5}$ ou $10^{3/2}$, isto é, $\sqrt{10^3} = 10\sqrt{10} = 31{,}6$.



Então perceba que quando expressamos valores em termos de potências de dez (o que acontece quando expressamos medidas em notação científica, por exemplo), o meio do caminho entre uma potência e outra corresponde a 3,16 e não a 5,0.

5.3 Ordem de grandeza

Chamamos de *ordem de grandeza* de uma medida a potência de 10 mais próxima de seu valor numérico. Assim, por exemplo, um valor de 2,2 está mais próximo de 10^0 do que de 10^1, enquanto que um valor de 8,9 está mais próximo de 10^1 do que de 10^0. O que parece um pouco contra-intuitivo, porque não estamos acostumados a pensar em termos de potências, mas de escalas comuns (lineares), é que por exemplo 3,8 está também mais próximo de 10^1 que de 10^0!

De fato, todos os números entre 3,16 e 31,6 estarão mais próximos de 10^1 do que de qualquer outra potência, e diremos então que eles são da “dimensão de” ou têm como ordem de grandeza 10^1. Já números entre 31,6 e 316 por sua vez estarão mais perto de e assim terão como ordem de grandeza 10^2, e assim por diante.

Portanto, se temos medidas expressas em notação científica é muito simples determinar suas ordens de grandeza: caso seu valor numérico (mantissa) seja menor do que 3,16 sua ordem de grandeza é a mesma da potência de dez que o segue. Caso a mantissa seja maior ou igual a 3,16 acrescenta-se +1 ao expoente da potência. Seguem alguns exemplos:

d = 25 m = $2{,}5 \times 10^1$ m

Como 2,5 < 3,16, a ordem de grandeza de $\boldsymbol{d}$ é 10^1.

T = 89 °C = $8{,}9 \times 10^1$ °C

Aqui 8,9 > 3,16, então a ordem de grandeza de $\boldsymbol{T}$ é $10^{1+1} = 10^2$.

i = 0,007 A = 7×10^{-3} A

Agora como 7 > 3,16, a ordem de grandeza de **i** é $10^{-3+1} = 10^{-2}$.

5.4 Material adicional

Um vídeo clássico de 1977 mostra como seria se pudéssemos acelerar para cima (e depois para dentro) de modo a aumentar (e depois diminuir) uma ordem de grandeza na distância do nosso campo visual a cada 10 s. No vídeo abaixo (em inglês), cada quadrado sucessivo tem lados 10 vezes maiores (ou menores) do que o seguinte.

https://www.youtube.com/watch?v=0fKBhvDjuy0

Uma releitura e homenagem do vídeo anterior feita mais recentemente, incorporando novas descobertas mais recentes (também em inglês):

https://www.bbc.co.uk/ideas/videos/how-big-is-our-universe/p0b2dl5c