

Material teórico – Óptica Geométrica III

Refração e sistemas ópticos (Parte 1)

Segundo Ano do Ensino Médio

Autor: Thales Azevedo

Revisor: Lucas Lima



1. Ângulo limite, reflexão total da luz e fibras óticas

No texto anterior, nós demos início ao estudo do fenômeno da refração da luz, apresentando as leis que o regem. Neste texto, vamos investigar algumas situações particulares que estão relacionadas com o fenômeno da refração.

De fato, veremos que existem situações nas quais um dado raio luminoso não sofre refração ao encontrar a superfície que separa dois meios de propagação, sendo refletido de volta para o meio original. Nesse caso, dizemos que o raio luminoso sofre **reflexão total**, em contraste com a situação usual em que o raio luminoso é parcialmente refletido e parcialmente refratado, como vimos anteriormente. Antes de apresentarmos o fenômeno da reflexão total em si, porém, vamos introduzir o conceito de **ângulo limite**, que é imprescindível para a discussão.

Além disso, comentaremos brevemente sobre as **fibras óticas**, que constituem um importante exemplo de aplicação do fenômeno da reflexão total da luz.

1.1 Ângulo limite

Vimos que uma das consequências da lei de Snell–Descartes é que, ao passar de um meio *mais refringente* para um meio *menos refringente*, ou seja, de um meio com *índice de refração maior* para um meio com *índice de refração menor*, um raio luminoso afasta-se da reta normal à superfície que separa os meios. Em outras palavras, nessa situação, o ângulo de refração é maior que o ângulo de incidência. Sendo assim, quanto maior é o ângulo de incidência, mais distante da normal é o raio luminoso refratado. A figura a seguir ilustra esse fato.

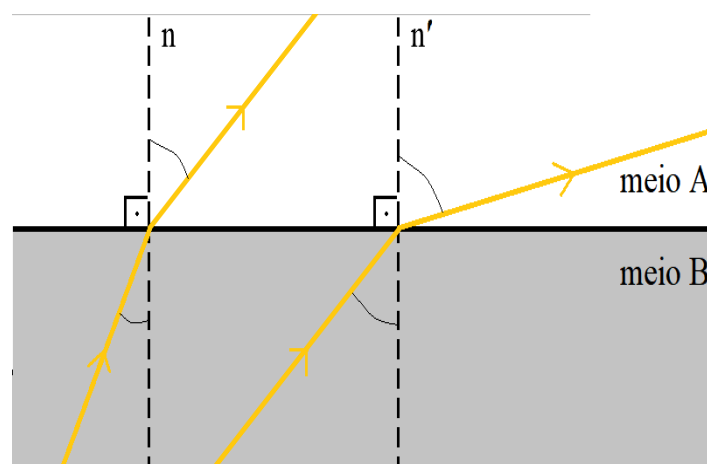


Figura 1: Refração luminosa de diferentes raios luminosos. O meio B é mais refringente que o meio A.

Com base na figura acima, podemos imaginar que, se continuarmos a aumentar o ângulo de incidência, chegaremos a uma situação em que o raio refratado afasta-se tanto da normal que fica perpendicular a ela, como ilustrado na figura 2. Nesse caso, o raio luminoso não é propriamente transmitido, mas passa a tangenciar a superfície que separa os dois meios. De fato, isso pode ser verificado experimentalmente, e o ângulo de

incidência para o qual isso acontece é chamado de *ângulo limite*. Denotaremos o ângulo limite por θ_L .

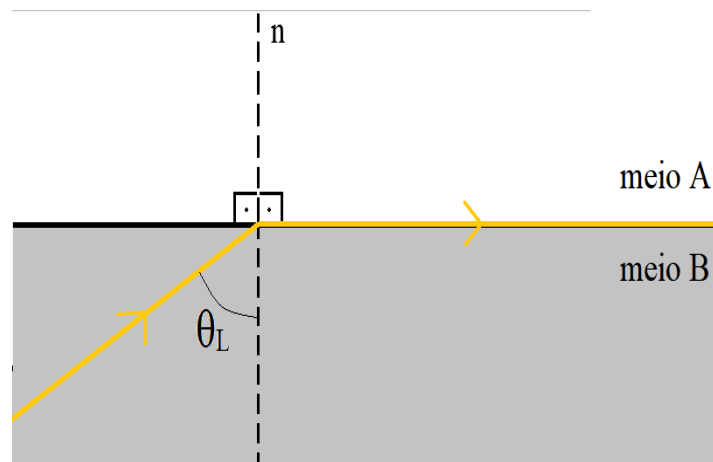


Figura 2: Refração luminosa quando o ângulo de incidência é igual ao ângulo limite.

Quanto vale o ângulo limite? Naturalmente, tal valor deve depender dos meios em questão. Para obter esse valor, basta aplicar a lei de Snell–Descartes à situação representada na figura 2. Temos

$$\begin{aligned} n_B \text{sen} \theta_L &= n_A \text{sen}(90^\circ) \\ \Rightarrow \text{sen} \theta_L &= \frac{n_A}{n_B}, \end{aligned}$$

onde usamos o fato de que $\text{sen}(90^\circ) = 1$. Portanto, concluímos que θ_L é o ângulo entre 0° e 90° cujo seno vale n_A/n_B . Uma maneira equivalente de enunciar tal resultado é usar a função inversa do seno, conhecida como função arco seno, de modo que

$$\theta_L = \arcsen\left(\frac{n_A}{n_B}\right).$$

Note que, se $n_A > n_B$, então $n_A/n_B > 1$. No entanto, não existe nenhum número real cujo seno é maior que 1. Essa é uma forma de ver que toda essa discussão só faz sentido quando o raio luminoso analisado parte de um meio mais refringente em direção a um meio menos refringente. Na situação contrária, não existe ângulo limite, o que está de acordo com o fato de que, ao passar de um meio menos refringente para um meio mais refringente, o raio luminoso aproxima-se da normal.

1.2 Reflexão total da luz e fibras óticas

Uma vez entendido o conceito de ângulo limite, surge uma pergunta muito natural: e se o ângulo de incidência for maior que o ângulo limite? Em tal caso, a experiência mostra que não ocorre mais refração. O raio luminoso, que normalmente seria parcialmente refletido e parcialmente transmitido, é apenas refletido. Por esse motivo, o fenômeno recebe o nome de *reflexão total da luz*. A figura abaixo ilustra essa situação.

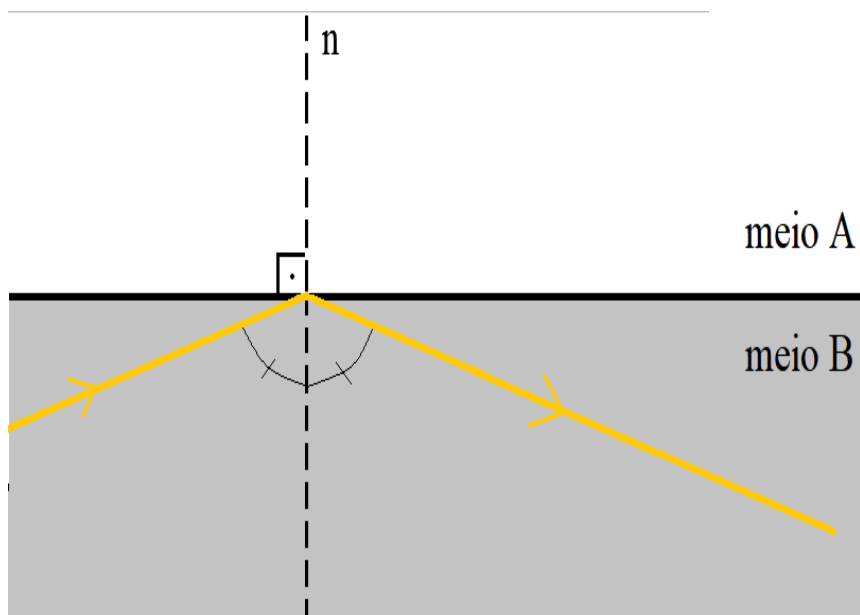


Figura 3: Reflexão total da luz. O ângulo de incidência é maior que o ângulo limite.

A reflexão total está ligada à transmissão de informação por meio de fibras óticas. Tais fibras são geralmente feitas de vidro ou plástico, coberto com um material menos refringente que aqueles. Dessa forma, a luz pode se propagar no interior da fibra, sofrendo sucessivas reflexões nas paredes laterais, transportando assim a informação a grandes distâncias com baixa atenuação do sinal transmitido.

A figura a seguir representa esquematicamente uma fibra ótica cujo interior (*core*) possui índice de refração n_1 e cuja cobertura (*cladding*) possui índice de refração n_2 . Note que, para que os ângulos de incidência no interior da fibra sejam sempre maiores que o ângulo limite (denotado por θ_C na figura), ou seja, para que de fato ocorram as sucessivas reflexões totais, a inclinação do feixe de luz incidente em relação ao eixo da fibra deve ser menor que um certo ângulo θ_{max} , que pode ser calculado em função dos índices de refração dos materiais que compõem a fibra.

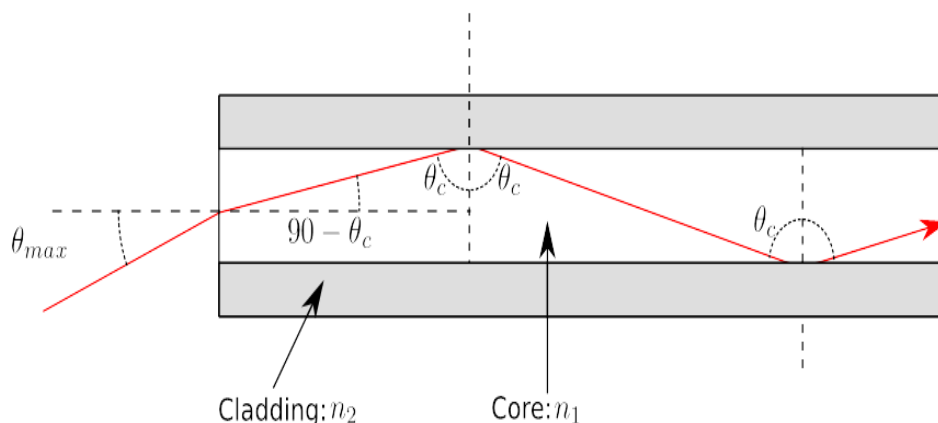


Figura 4: Representação esquemática das sucessivas reflexões totais que ocorrem no interior (*core*) de uma fibra óptica.

2. Dioptro plano e lâmina de faces paralelas

Continuando nossos estudos sobre o fenômeno da refração da luz, faremos nesta seção uma breve discussão sobre as imagens formadas por dois sistemas ópticos que estão estreitamente relacionados àquele fenômeno.

Como comentamos no texto inicial sobre a refração da luz, este fenômeno está por trás de alguns tipos de ilusões de óptica, como, por exemplo, a situação em que olhamos para o fundo de uma piscina e tendemos a pensar que ela é menos profunda do que realmente é. O sistema formado pela água da piscina e o ar acima dela forma um **dioptro plano**, que definiremos na próxima seção. Neste texto, abordaremos essa questão de um ponto de vista mais quantitativo, ou seja, buscaremos calcular a relação entre a profundidade real e a aparente.

O outro sistema de que trataremos neste texto consiste de uma **lâmina de faces paralelas**. Tal sistema está associado à impressão que temos de que um canudo parcialmente imerso em uma bebida está “quebrado”, ou seja, apresenta uma descontinuidade (veja a figura 7 abaixo). Nesse caso, vamos calcular a distância que separa os raios luminosos incidentes e transmitidos por uma lâmina de faces paralelas.

2.1 Imagem formada por um dioptro plano

Um dioptro é qualquer sistema formado por dois meios transparentes à luz que mantêm contato entre si. No caso particular em que a superfície que separa os dois meios é plana, dizemos tratar-se de um dioptro plano. De fato, nós já nos deparamos com dioptros planos várias vezes ao longo do nosso estudo da refração luminosa.

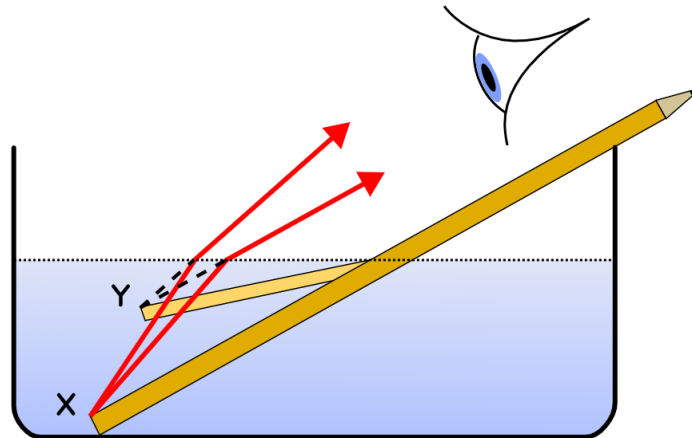


Figura 5: Representação da imagem formada em um dióptro plano. Note que a extremidade X do lápis aparenta estar no ponto Y, uma posição menos profunda que X.

Neste texto, porém, nosso objetivo é especificamente chamar atenção para um efeito que o dióptro plano tem sobre a imagem por ele produzida. Como mencionado na introdução, a profundidade aparente de um dado objeto imerso em um dos meios que compõem o dióptro plano (ou seja, a profundidade da imagem daquele objeto), quando visto por um observador localizado no outro meio, difere da real profundidade daquele objeto. Situação ilustrada na figura 5, acima.

Queremos agora calcular quão diferentes são as profundidades real e aparente de um determinado objeto. Pro caso representado na figura 5, esse cálculo é um pouco complicado. Entretanto, podemos obter um resultado aproximado considerando a seguinte situação especial.

Considere um objeto luminoso o imerso em um meio B, de índice de refração n_B , a uma profundidade h da superfície, como mostra a figura 6. Acima do meio B, existe o meio A, cujo índice de refração é n_A , que é menor que n_B ($n_A < n_B$). Considere, agora, um observador que enxerga a luz emitida pelo objeto em uma direção próxima da vertical, de modo que a distância x que aparece na figura seja muito menor que h . Nessa situação, desejamos calcular a profundidade h' da imagem i (posição a partir da qual o observador vê os raios luminosos sendo emitidos).

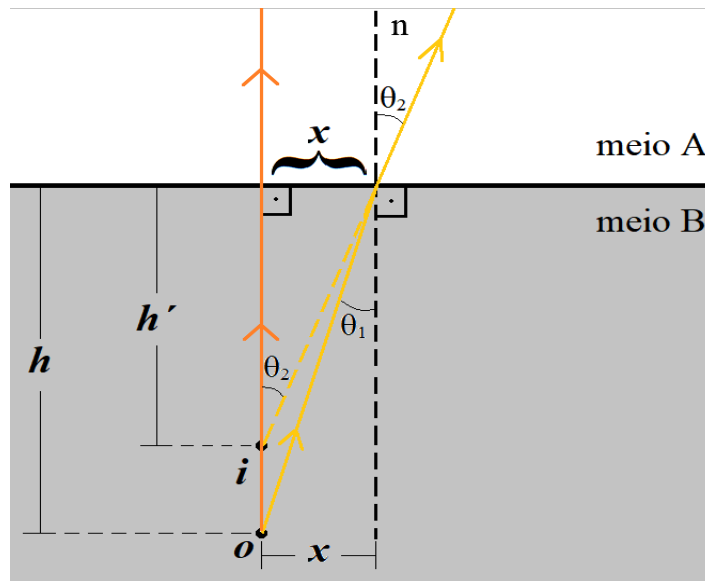


Figura 6: Representação da imagem formada por um dióptro plano.

Para encontrar a relação entre h e h' , começamos relacionando os ângulos θ_1 e θ_2 da maneira usual, através da lei de Snell–Descartes:

$$n_B \text{sen} \theta_1 = n_A \text{sen} \theta_2.$$

Agora, vamos usar a hipótese de que x é muito menor que h . Neste caso, os ângulos θ_1 e θ_2 são muito pequenos, de modo que podemos usar a mesma aproximação que empregamos para determinar a distância focal de um espelho esférico:

$$\cos \theta \approx 1, \text{ para } \theta \text{ muito pequeno.}$$

Dada essa aproximação, podemos substituir a função seno pela função tangente, uma vez que

$$\tan \theta = \frac{\text{sen} \theta}{\cos \theta} \approx \text{sen} \theta.$$

Sendo assim, a lei de Snell–Descartes, *neste caso específico*, fica

$$n_B \tan \theta_1 = n_A \tan \theta_2.$$

Finalmente, lembrando que em um triângulo retângulo a tangente é definida como a razão entre o cateto oposto pelo cateto adjacente, obtemos a partir da figura 6 que

$$\tan \theta_1 = \frac{x}{h} \text{ e } \tan \theta_2 = \frac{x}{h'}.$$

Portanto, substituindo esses resultados na equação anterior, ficamos com

$$n_B \frac{x}{h} = n_A \frac{x}{h'}$$

$$\frac{n_B}{h} = \frac{n_A}{h'}.$$

Esta equação, que relaciona as profundidades real e aparente com os índices de refração dos meios que compõem o dioptro plano, é conhecida como *equação de Gauss para os dioptros planos*.

2.2 Lâmina de faces paralelas

O segundo sistema que vamos analisar é uma lâmina de faces paralelas. Tal sistema consiste de um meio transparente à luz que está inserido entre dois outros meios, sendo as superfícies de separação paralelas. As figuras abaixo ilustram o tipo de fenômeno óptico associado a esse sistema. Na figura 7, vemos a imagem de um canudo parcialmente imerso em um líquido contido em um copo. Naquela situação, o vidro de que é feito o copo faz o papel da lâmina (que tem faces paralelas se considerarmos apenas uma região pequena do copo), que está entre o líquido e o ar. Já a figura 8 representa a trajetória de um raio luminoso que atravessa uma lâmina feita de plástico.



Figura 7: Imagem de um canudo parcialmente submerso em um líquido. Notam-se os efeitos ópticos associados ao dioptro plano (sistema líquido-ar, canudo entortado) e também à lâmina formada pelo copo (sistema líquido-vidro-ar, canudo descontínuo).

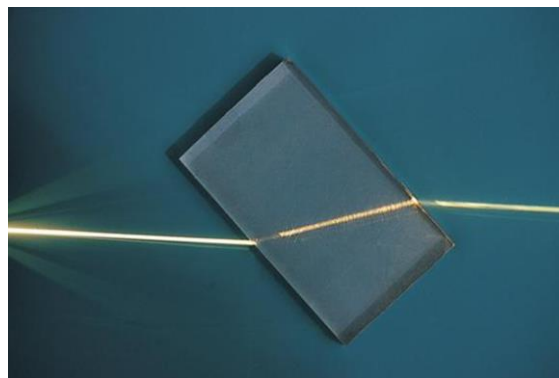


Figura 8: Trajetória de um raio luminoso que atravessa uma lâmina feita de plástico.

A partir da figura 8, podemos deduzir que o raio que emerge da lâmina é paralelo ao raio incidente. Isso ocorre quando a lâmina está inserida entre dois meios de mesmo índice de refração (em particular, quando os dois meios são iguais). De fato, nosso objetivo aqui será demonstrar esse fato, além de calcular a distância entre as retas que representam as trajetórias dos raios luminosos.

Para isso, considere a situação representada na figura abaixo. Como a refração que ocorre no ponto C é simétrica em relação àquela que ocorre no ponto A (apenas trocando os papéis de ângulo de incidência e de refração), podemos concluir que o raio emerge da lâmina fazendo com a normal um ângulo igual ao ângulo de incidência θ_A e, portanto, o raio emergente é paralelo ao incidente.

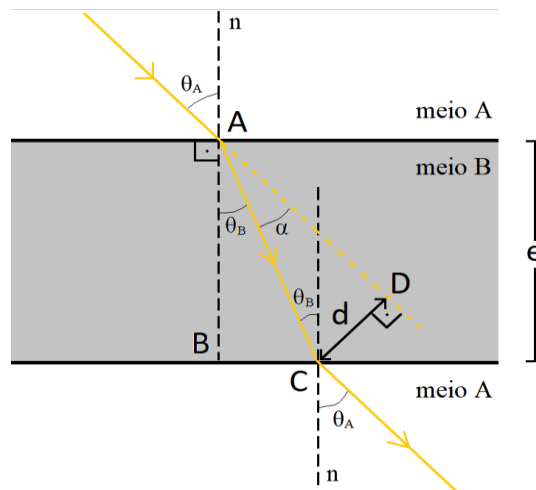


Figura 9: Representação de um raio luminoso que atravessa uma lâmina de faces paralelas.

Para calcular a distância d entre as retas que contêm os dois raios luminosos, considere, na figura 9, os triângulos ABC e ACD. Do triângulo ABC, temos

$$\cos\theta_B = \frac{e}{AC}$$

$$AC = \frac{e}{\cos\theta_B},$$

onde e é a espessura da lâmina. Já do triângulo ACD, temos

$$\text{sen}\alpha = \frac{d}{AC}$$

$$AC = \frac{d}{\text{sen}\alpha}.$$

Logo, igualando as duas expressões para AC, obtemos

$$\frac{d}{\text{sen}\alpha} = \frac{e}{\cos\theta_B}$$

$$d = \frac{\text{sen}\alpha}{\cos\theta_B} e.$$

Como θ_B pode ser calculado diretamente da lei de Snell–Descartes (conhecidos θ_A e os índices de refração da lâmina e do meio em que está inserida) e $\alpha = \theta_A - \theta_B$, concluímos que a expressão acima é suficiente para determinar a distância procurada.

3. Referências

[1]

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/b3/Optic_fibre-numerical_aperture_diagram.svg (acesso em 15/01/2021)

[2]

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/cc/Pencil_in_a_bowl_of_water.svg (acesso em 28/01/2021)

[3]

<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/b9/Refraction-with-soda-straw.jpg> (acesso em 28/01/2021)

[4]

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/85/Refraction_photo.png (acesso em 28/01/2021)