Material Teórico - Módulo de Frações como Porcentagem e Probabilidade

Frações como Porcentagem – Exercícios

Sexto Ano do Ensino Fundamental

Autores: Prof. Francisco Bruno Holanda e Prof. Ulisses Lima Parente
Revisor: Prof. Antonio Caminha M. Neto

20 de junho de 2026

PORTAL DA MATEMÁTICA
OBMEP

1 Introdução

Dando sequência às aulas anteriores, este material apresenta exercícios práticos que exploram a equivalência entre frações e porcentagens. Lembre-se de que uma porcentagem é uma medida relativa e não absoluta. Portanto, ela deve ser sempre interpretada como parte de uma totalidade. Mantenha a atenção redobrada em problemas nos quais porcentagens diferentes representem diferentes totalidades.

Exemplo 1. *Uma empresa de tecnologia lançou um novo tipo de automóvel, que, em testes, foi capaz de percorrer uma distância* 80% *maior do que aquela percorrida pelo modelo tradicional mais econômico, utilizando um tanque de combustível de mesma capacidade. Porém, esse novo carro requer o uso de um combustível que é* 20% *mais caro do que o combustível atual (gasolina). Sabendo que o carro mais antigo consegue percorrer* 180 km *com* 100 *reais de gasolina, quantos quilômetros poderão ser percorridos pelo novo veículo, caso este também seja abastecido com* 100 *reais?*

Solução. Uma vez que o novo modelo é capaz de percorrer uma distância 80% maior que a percorrida pelo carro antigo com um tanque de mesma capacidade, concluímos que, se o modelo tradicional percorrer 180 km, então o novo modelo será capaz de percorrer $\frac{80}{100} \cdot 180 = 144$ quilômetros a mais, totalizando $180 + 144 = 324$ quilômetros.

Por outro lado, como o combustível do novo modelo é 20% mais caro, para que ele percorra esses 324km será necessário gastar $\frac{20}{100} \cdot 100 = 20$ reais a mais, totalizando 120 reais de combustível. Assim, caso o carro seja abastecido somente com 100 reais, ele poderá percorrer

$$\frac{324}{120} \cdot 100 = 270 \text{ quilômetros.}$$

□

Exemplo 2. *A massa de gordura de uma certa pessoa corresponde a* 20% *de sua massa total. Essa pessoa, pesando*

100 *quilogramas, fez uma dieta e perdeu* 40% *de sua gordura, mantendo os demais índices. Quantos quilogramas ela pesava ao final da dieta?*

Solução. Como 20% da massa total dessa pessoa correspondem à massa de gordura, concluímos que a pessoa tinha $20\% \cdot 100 = 20$ quilogramas de gordura no início da dieta.

Ao longo da regime, ela perdeu 40% dessa gordura, ou seja, perdeu $40\% \cdot 20 = 8$ quilogramas de gordura. Como manteve os demais índices, ao final da dieta ela passou a pesar $100 - 8 = 92$ quilogramas. □

Exemplo 3. *O tanque do carro de Esmeralda, com capacidade para 60 litros, contém uma mistura de* 20% *de álcool e* 80% *de gasolina, ocupando metade de sua capacidade. Esmeralda pediu para colocar álcool no tanque até que a mistura ficasse com quantidades iguais de álcool e gasolina. Quantos litros de álcool devem ser colocados?*

Solução. O tanque contém uma mistura de 30 litros, sendo $0{,}2 \cdot 30 = 6$ litros de álcool e $30 - 6 = 24$ litros de gasolina. Portanto, para que as quantidades de gasolina e álcool fiquem iguais, devem ser colocados no tanque $24 - 6 = 18$ litros de álcool. □

Exemplo 4. *Na liquidação super-blaster todos os produtos estão* 50% *mais baratos, e aos sábados existe ainda um desconto adicional de* 20%. *Carla comprou uma calça antes da promoção, e agora se lamenta: "Nesse sábado, poderia ter economizado R$* 50,40 *na calça.". Qual era o preço inicial da calça?*

Solução. Aos sábados, temos um desconto adicional de 20% sobre os preços durante a liquidação. Assim, aos sábados, os preços valem $100\% - 20\% = 80\%$ do que valem nos demais dias de liquidação e, nestes dias, eles valem $100\% - 50\% = 50\%$ do que valiam fora do período de liquidação.

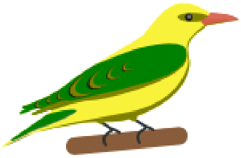
Como $\frac{80}{100} \cdot \frac{50}{100} = \frac{40}{100}$, nos sábados da liquidação cada peça custará 40% do valor inicial. Logo, Carla deixou de economizar 60% do preço, o que corresponde a R$ 50,40.

Para descobrir o valor inicial, basta montar a proporção

$$\frac{60}{100} = \frac{50{,}40}{P},$$

na qual P representa o preço inicial da calça. Resolvendo esta proporção, obtemos $P = 84$ reais. $\square$

Exemplo 5. *Na população de uma espécie rara de* 1.000 *aves da floresta amazônica,* 98% *tinham cauda de cor verde. Após uma misteriosa epidemia que matou parte das aves com cauda verde, esta porcentagem caiu pra* 95%*. Quantas aves foram eliminadas com a epidemia?*



Solução. Inicialmente, existiam 980 aves com a cauda verde e 20 das demais. Após a epidemia, estas 20 aves correspondiam a $5\% = \frac{1}{20}$ do total, de forma que o total de aves agora é $20 \cdot 20 = 400$. Então, após a epidemia teremos $400 - 20 = 380$ aves de cauda verde, de forma que morreram $980 - 380 = 600$ aves. $\square$

Exemplo 6. *Em uma sala de aula,* 40% *dos alunos não enxergam bem sem correção. Desses,* 70% *usam óculos e os outros* 30% *usam lentes de contato. Sabendo que* 21 *alunos usam óculos, quantos são os alunos dessa sala de aula?*

Solução. Se 70% dos 40% dos alunos da sala que não enxergam bem sem correção usam óculos, então os alunos que usam óculos representam

$$\frac{70}{100} \cdot \frac{40}{100} = \frac{28}{100} = 28\%$$

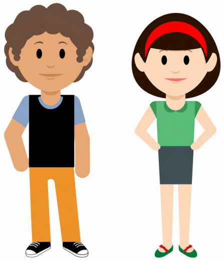
do total de alunos na sala.

Se esses 28% de estudantes correspondem a 21 alunos, concluímos que 4% deles correspondem a $\frac{1}{7} \cdot 21 = 3$ alunos (uma vez que $4\% = \frac{1}{7} \cdot 28\%$). Por fim, como $100\% = 25 \cdot 4\%$ concluímos que a sala de aula tem, ao todo $25 \cdot 3 = 75$ alunos. □

Exemplo 7. *Em uma festa, o número de mulheres era quatro vezes o número de homens. Após a chegada de cinco casais, a porcentagem de homens na festa passou a ser de 26%. Pergunta-se:*

(a) *Qual era o percentual de homens na festa antes da chegada dos cinco casais?*

(b) *Quantos homens e quantas mulheres a festa passou a ter depois da chegada dos cinco casais?*



Solução. Sendo M o número de mulheres e H o número de homens antes da chegada dos cinco casais, temos que $M = 4H$. Desse modo, a fração que representa a quantidade de homens na festa, antes da chegada dos cinco casais, pode ser representada por:

$$\frac{H}{H+M} = \frac{H}{H+4H} = \frac{H}{5H} = \frac{1}{5}.$$

Como $\frac{1}{5} = \frac{20}{100}$, concluímos que o percentual de homens na festa, antes da chegada de cinco casais, era de 20%. Esta é a resposta para o item (a).

Para o item (b), note que, após a chegada dos cinco casais, o número de homens passou a ser de $H + 5$ e o de mulheres, $M + 5$. Desse modo, a fração de homens na festa tornou-se

$$\frac{H+5}{H+5+M+5} = \frac{H+5}{H+M+10} = \frac{26}{100}.$$

Como já sabemos que $M = 4H$, a igualdade acima pode ser reescrita como

$$\frac{H+5}{5H+10} = \frac{26}{100}.$$

Multiplicando em x, obtemos

$$100H + 500 = 130H + 260 \ \therefore \ 30H = 240 \ \therefore \ H = 8.$$

Como $M = 4H$, segue que $M = 4 \cdot 8 = 32$. Logo, após a chegada de cinco casais, havia $H+5 = 13$ homens e $M+5 = 37$ mulheres na festa. □

Exemplo 8. *Em uma cidade,* 40% *das mulheres são loiras e* 52% *da população é formada por mulheres. Qual percentual da população corresponde às mulheres loiras?*

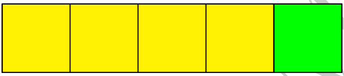
Solução. Uma vez que as mulheres representam 52% da totalidade da polulação e as loiras representam 40% da totalidade das mulheres, concluímos que a fração que representa as mulheres loiras no conjunto da população é

$$\frac{40}{100} \cdot \frac{52}{100} = \frac{2080}{10000} = \frac{20{,}8}{100}.$$

Logo, o percentual de mulheres loiras nessa população é de 20,8%. □

Exemplo 9. *Numa festa, o número de pessoas que dançam é igual a* 25% *do número de pessoas que não dançam. Que porcentagem do total de pessoas na festa corresponde às pessoas que não dançam?*

Solução. Veja que $25\% = \frac{1}{4}$. Portanto, o número de pessoas que não dançam é quatro vezes maior do que o número de pessoas que dançam. Podemos representar essa situação utilizando a figura a seguir, onde o quadradinho verde representa as pessoas que dançam e os quadradinhos amarelos aquelas que não dançam.



Assim, para cada 5 pessoas na festa, 4 não dançam. Por sua vez, isso representa uma fração de $\frac{4}{5} = \frac{80}{100} = 80\%$ da totalidade de pessoas na festa. □

Exemplo 10. *Em uma olimpíada de Matemática,* 15% *dos estudantes não resolveram nenhum problema,* 25% *resolveram pelo menos um problema mas cometeram algum erro, e os demais* 156 *estudantes resolveram todos os problemas corretamente. Qual foi o número de estudantes que participaram da olimpíada?*

Solução. Observe que uma fração de $100\% - 15\% - 25\% = 60\%$ dos alunos foi capaz de resolver todas as questões. Por sua vez, esse porcentual corresponde a 156 estudantes. Agora, como $10\% = \frac{1}{6} \cdot 60\%$ concluímos que uma fração de 10% dos alunos corresponde a $\frac{1}{6} \cdot 156 = 26$ estudantes. Por fim, como $100\% = 10 \cdot 10\%$, concluímos que um total de $26 \cdot 10 = 260$ estudantes participaram dessa olimpíada. □

Exemplo 11. *Uma loja de roupas realizará uma liquidação e, para isso, o gerente pediu para Anderlaine multiplicar todos os preços das peças por* 0,68*. Nessa liquidação, qual desconto essa loja está oferecendo?*

Solução. Vamos tomar como exemplo o preço de determinada peça que estava sendo vendida por 100 reais antes da promoção. Como essa peça passará a custar $68 \cdot 100 = 68$ reais, concluímos que a loja descontou 32 reais do preço inicial da peça. Uma vez que esse desconto representa uma fração de $\frac{32}{100} = 32\%$ do preço original, temos que o desconto oferecido pela loja é de 32%. $\square$

Exemplo 12. *Cogumelos frescos contêm* 90% *de água. Após serem desidratados, eles passam a conter* 20% *de água. Quantos quilogramas de cogumelos frescos são necessários para obter exatamente* 1 *kg de cogumelos desidratados?*

Solução. A chave para resolver problemas de evaporação é focar naquilo que não muda: a matéria seca, que é a parte do cogumelo que não é água. Durante a desidratação, apenas a água evapora, logo, a massa de matéria seca permanece constante.

Em 1 kg de cogumelos desidratados (que contêm 20% de água), a quantidade de matéria seca é de $100\% - 20\% = 80\%$. Ou seja, temos 0,8 kg de matéria seca.

Nos cogumelos frescos, que contêm 90% de água, a matéria seca representa apenas $100\% - 90\% = 10\%$ da massa total. Portanto, denotando por x a massa de cogumelos frescos necessária, sabemos que 10% de x deve ser igual aos mesmos 0,8 kg de matéria seca. Assim, obtemos

$$\frac{10}{100} \cdot x = 0{,}8 \ \therefore \ x = 8.$$

Portanto, são necessários 8 kg de cogumelos frescos. $\square$

Exemplo 13. *Em uma eleição com apenas dois candidatos, A e B,* 40% *dos eleitores votaram em A e os demais votaram em B. Não houve votos brancos ou nulos. Descobriu-se que, se* 20% *dos eleitores que votaram no candidato B tivessem mudado seus votos para o candidato A, o candidato A teria vencido a eleição com uma vantagem exata de* 200 *votos. Quantos eleitores participaram dessa eleição, ao todo?*

Solução. Seja x o número total de eleitores. Inicialmente, A recebeu $0{,}4x$ votos e B recebeu $0{,}6x$ votos.

Supondo que 20% dos eleitores de B mudassem o voto para A, o número de votos que seriam transferidos de B para A equivaleria a 20% de 60% do total, ou seja,

$$\frac{20}{100} \cdot 0{,}6x = 0{,}12x.$$

Com essa transferência, o candidato A ganharia esses votos, passando a ter

$$0{,}4x + 0{,}12x = 0{,}52x;$$

o candidato B, por outro lado, perderia esses votos, passando a ter

$$0{,}6x - 0{,}12x = 0{,}48x.$$

Também é dito que, após essa migração de votos, a vantagem do candidato A sobre o candidato B seria de 200 votos; assim, obtemos a equação

$$0{,}52x - 0{,}48x = 200.$$

Como

$$\begin{aligned} 0{,}52x - 0{,}48x = 200 &\iff 0{,}04x = 200 \\ &\iff x = \frac{200}{0{,}04} = 5000, \end{aligned}$$

concluímos que 5000 eleitores participaram da eleição. □

Exemplo 14. *Um recipiente está completamente cheio de uma mistura de álcool e água, de tal forma que* 30% *do volume total é composto por álcool. Se retirarmos* 20 *litros dessa mistura do recipiente e substituirmos por* 20 *litros de álcool puro, a nova mistura passará a ter* 50% *de álcool. Qual é a capacidade total desse recipiente?*

Solução. Seja V o volume total do recipiente. Inicialmente, a quantidade de álcool lá dentro é de $0{,}3V$.

Ao retirar 20 litros da mistura, retiramos junto uma partes de álcool e de água proporcionais aos totais dessas substâncias na mistura. Como a mistura é homogênea e tem 30% de álcool, a quantidade de álcool que sai nesses 20 litros é:

$$0{,}3 \cdot 20 = 6 \text{ litros de álcool.}$$

Assim, o volume de álcool que sobrou dentro do recipiente passa a ser $0{,}3V - 6$.

Em seguida, adicionamos 20 litros de álcool puro para encher o recipiente de novo. Ao fazermos isso, o novo volume de álcool passará a ser

$$(0{,}3V - 6) + 20 = 0{,}3V + 14 \text{ litros.}$$

O problema nos diz que, agora, essa nova quantidade representa 50% do volume total V. Dessa forma, montamos a equação:

$$0{,}3V + 14 = 0{,}5V.$$

Por fim, uma vez que

$$\begin{aligned} 0{,}3V + 14 = 0{,}5V &\iff 14 = 0{,}5V - 0{,}3V \\ &\iff 14 = 0{,}2V \\ &\iff V = \frac{14}{0{,}2} = 70, \end{aligned}$$

concluímos que o recipiente tem uma capacidade total de 70 litros. □

2 Sugestões ao professor

Recomenda-se dividir a apresentação destes exercícios em dois encontros de 50 minutos.

Ao final da primeira aula, se possível, aplique um teste diagnóstico rápido sobre frações e porcentagens, para mapear quais alunos estão absorvendo o conteúdo e quais precisarão de suporte adicional.

Durante a resolução dos problemas, chame a atenção da turma para um dos erros conceituais mais frequentes ao se lidar com porcentagens: a tendência de somar porcentagens em vez de multiplicá-las. É comum que os alunos tentem somar taxas em problemas de descontos sucessivos ou ao calcular "porcentagem de uma porcentagem" (por exemplo, assumindo erroneamente que 20% de 50% resulta em 70%, quando, em verdade, equivale a 10%). Para prevenir essas falhas de interpretação, inicie as atividades relembrando as propriedades básicas das frações, mostrando como a conversão da porcentagem para fração torna a necessidade de multiplicação muito mais intuitiva.