

Material teórico – Módulo Eletrostática I

Força Elétrica

Terceiro Ano do Ensino Médio

Autor: Vinicius Henning

Revisor: Lucas Lima



1. Força eletrostática e a lei de Coulomb

Nesta parte da matéria vamos quantificar o que foi discutido nas seções anteriores. Até o presente momento, entendemos que existe uma propriedade da matéria que chamamos de carga elétrica. Nós discutimos que existem dois tipos de cargas elétricas, que convencionamos como sendo positivas e negativas. Se considerarmos a interação elétrica entre duas cargas, essas podem se repelir ou se atrair, dependendo do sinal que possuam.

Apesar de saber tudo isso, para realizarmos algum tipo de aplicação com precisão, precisamos quantificar essa força.

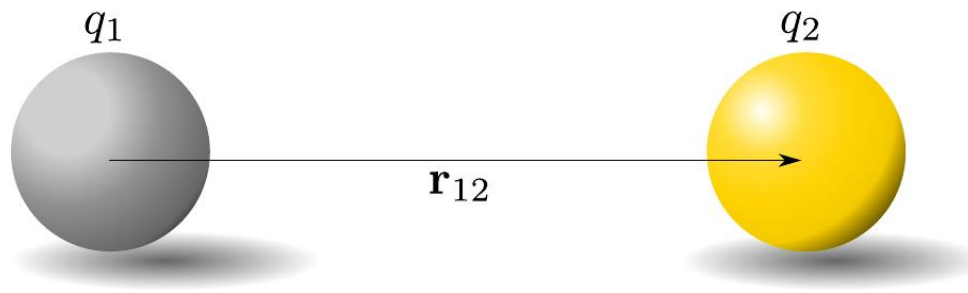


Fig. (1): Ilustração para o sistema de duas cargas interagindo via uma interação eletrostática. Os corpos possuem cargas q_1 e q_2 e que estão separadas por uma distância r_{12} . O vetor r_{12} aponta da carga q_1 para a carga q_2 .

Por exemplo, considere o sistema de duas cargas mostrado na Fig. (1). Vamos por agora assumir que as duas cargas são positivas para a nossa discussão. Nós sabemos que as cargas experimentam uma força repulsiva, pelo fato de ambas terem o mesmo sinal. Se nós aumentarmos o valor da carga q_1 em um Coulomb – lembre que o Coulomb é a unidade de medida de carga elétrica –, o que acontece com a força¹ $F_{1(2)}$ exercida na carga q_2 ? Essa força aumenta? Diminui? Fica inalterada? Como muitos de nós podemos esperar, quanto mais carga, maior a intensidade da força. Todavia, aumenta quanto? Por exemplo: se nós dobrarmos a quantidade de carga q_1 , a força exercida na carga q_2 também dobrará? Ou será que a força exercida quadruplicará (ou seja, se dobrarmos a quantidade de carga, a força é aumentada em quatro vezes)? Essa, e mais algumas perguntas foram respondidas por Coulomb, e nós discutiremos esquematicamente, logo abaixo, o experimento realizado por ele.

¹ Lê-se: a força exercida pela carga 1 sobre a carga 2. Ou então a força exercida na carga 2, devido à presença da carga 1.

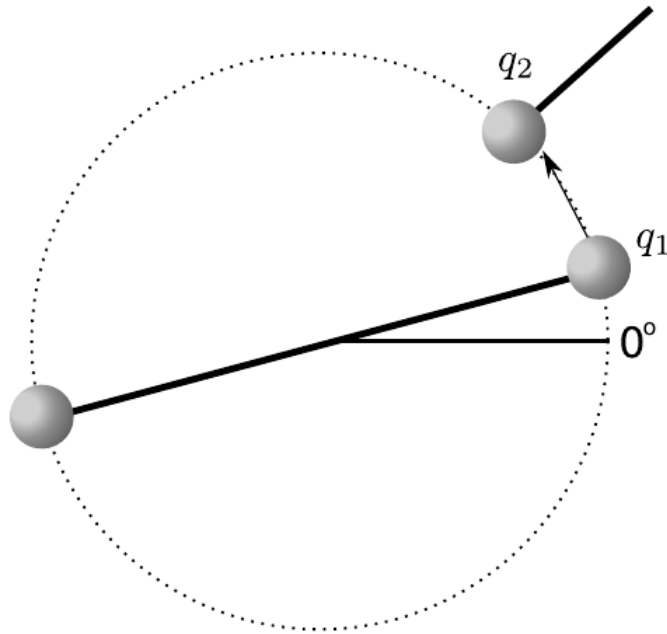


Fig. (2): Ilustração do pêndulo de torção utilizado por Coulomb para quantificar a interação eletrostática. Ilustração para o sistema de duas cargas interagindo via interação eletrostática. Uma carga q_1 calibrada na posição de zero grau é atraída por uma carga q_2 . Utilizando o pêndulo de torção, pode-se calcular a força entre as cargas q_1 e q_2 , e, assim, estudar a influência da distância e da quantidade de cargas em cada esferinha.

O pêndulo de torção consiste de duas esferinhas condutoras que estão conectadas por uma haste isolante. Uma das esferinhas serve apenas para contrabalancear o peso da outra. Com a balança em equilíbrio, carrega-se uma das bolinhas com carga q_1 . Ao aproximarmos uma carga q_2 (mantendo-a sobre o círculo gerado pela haste que contém a esfera q_1), e considerando que q_1 e q_2 têm sinais opostos, a esfera de carga q_1 é atraída, fazendo com que a haste rode em torno do seu eixo. Medindo o ângulo de rotação gerado pela presença de q_2 , Coulomb pôde medir a força de torção do fio, e por consequência a força eletrostática sofrida pela carga q_1 , que deve ter o mesmo módulo, mas sentido oposto à força de torção.

Existe a possibilidade de fazer esse experimento em casa! Em [1] mostra-se como. Um pouco sobre a história da medição realizada por Coulomb no século XVIII é narrada em [2].

Coulomb percebeu que a força de interação entre as esferinhas de carga q_1 e q_2 possuía uma dependência linear nas cargas. Isto é, se dobrarmos a quantidade em uma das duas esferinhas, a força também dobraria. Além disso, Coulomb também percebeu que se a distância entre as esferinhas for a metade, isto é, $\frac{r_{12}}{2}$ em vez de r_{12} , a força é quatro vezes maior. De um modo geral, Coulomb descobriu que ao reduzir a distância por um fator α , a força era aumentada por um fator

α^2 , isto é, a força é inversamente proporcional ao quadrado da distância. Além disso, Coulomb também constatou que a força elétrica dava-se ao longo da linha que une as cargas, assim,

$$\mathbf{F}_{1(2)} \propto \frac{q_1 q_2}{|\mathbf{r}_{12}|^2} \hat{\mathbf{r}}_{12} \quad (1)$$

A força é uma grandeza vetorial e, portanto, é dotada de módulo direção e sentido. O vetor distância r_{12} , é o vetor que aponta da esferinha de carga q_1 para a esferinha de carga q_2 . O objeto ...V na equação acima representa o módulo, isto é, o tamanho desse vetor. Além disso, nós introduzimos um “novo objeto”: o vetor r_{12} com um chapéu. O termo $\hat{\mathbf{r}}_{12}$ é o vetor de módulo um, cujo sentido é da carga q_1 para a carga q_2 . Tal objeto não altera o valor da força em módulo. Ele apenas nos indica que temos um vetor que aponta do objeto 1 para o objeto 2 e explicita a direção desse vetor. Por exemplo, se adotarmos um sistema de coordenadas e dissermos que ambas as cargas q_1 e q_2 estão sobre o eixo \mathbf{X} , esse vetor com chapéu será o vetor unitário ao longo da direção \mathbf{X} , ou seja, será o vetor i . Se você se sente inseguro com cálculo vetorial, não se preocupe! Nós vamos fazer exercícios juntos para trabalharmos com vetores e tudo ficará muito simples mais para a frente. Vale a pena fazermos esses exercícios extras sobre vetores, pois facilitará muito nossa compreensão ao longo do curso.

Passemos, agora, a uma discussão sobre a constante de proporcionalidade que aparece na equação (1). Uma vez que força é expressa em **Newton**, carga em **Coulomb** e distância em **metro**, a constante de proporcionalidade k_0 associada à proporção (1), deve ter unidade de

$$\frac{\text{Newton} \times \text{distância}^2}{\text{Coulomb}^2}.$$

Essa constante k_0 é chamada de constante eletrostática do vácuo e possui o seguinte valor:

$$k_0 = 9.10^9 \text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2.$$

Daqui a alguns módulos discutiremos como podemos obter esse valor, mas antes necessitaremos desenvolver mais alguns conceitos de eletromagnetismo. Em termos da constante eletrostática, a lei de Coulomb é escrita na forma

$$\mathbf{F}_{1(2)} = k_0 \frac{q_1 q_2}{|\mathbf{r}_{12}|^2} \hat{\mathbf{r}}_{12}.$$

Essa é a famosa lei de Coulomb que quantifica a interação eletrostática entre duas cargas. Como essa é uma força entre dois corpos, a lei de ação e reação continua válida. Por exemplo, se considerarmos duas esferas com cargas de mesmo sinal, ambas as esferas sofrerão uma força repulsiva, ou seja, tenderão a se afastar uma da outra. Considerando a Fig. (1), por exemplo, o módulo da força elétrica que a esfera de carga q_1 gera na carga q_2 é igual ao módulo da força que

a esfera q_2 gera na carga q_1 . Se quisermos incluir o caráter vetorial das forças, essas serão na mesma direção, porém em sentidos contrários.

Um comentário importante é que a rigor tal expressão vale apenas para cargas puntiformes, isto é, partículas destituídas de dimensão. Em algumas aplicações esse será o caso, em boa aproximação. Quando não for, a situação é mais complicada, e pode ser descrita ao considerarmos o corpo extenso como uma composição de cargas puntiformes. No entanto, salvo menção em contrário, em todas as aplicações discutidas em nosso curso suporemos que as dimensões dos corpos possam ser desprezadas.

No próximo texto faremos uma sequência de exercícios relacionados a cálculo com vetores. Começaremos com exercícios bem simples, e aumentaremos a dificuldade aos poucos. Logo em seguida, apresentaremos exercícios utilizando a lei de Coulomb para praticarmos o que aprendemos nesta aula. Veremos que a digressão para nos familiarizarmos com a notação será importante para analisar corretamente as situações.

Como recomendação de material extra para este conteúdo, segue abaixo um *link* para uma experiência para realizar o experimento de Coulomb com coisas que vocês têm em casa. Além disso, eles ilustram o conceito de transferência de cargas, e como isso influencia a força. Em [2] é apresentada um pouco da história de como Coulomb encontrou a equação que hoje em dia leva seu nome, e uma imagem do aparato experimental utilizado por ele também.

1.1 Material adicional para a seção 1

[1] <https://www.youtube.com/watch?v=T41VKdFa3eU>

[2] <https://www.ufjf.br/fisica/files/2013/10/FIII-01-03-A-lei-de-Coulomb.pdf>

2. Digressão sobre vetores em Física

Desde o início do estudo em física, na cinemática, dinâmica, leis de Newton etc., nós somos apresentados aos vetores. Apesar de vetores serem uma classe muito mais ampla no sentido matemático, conforme o leitor interessado poderá apreciar em cursos futuros, no contexto do nosso curso será suficiente a seguinte definição: uma quantidade vetorial é uma quantidade que possui módulo, direção e sentido. Para ilustrarmos de maneira clara a necessidade de entender bem os vetores, vamos pensar no seguinte exemplo: imagine que temos um bloco de massa M na beira de um precipício, como ilustrado na Fig. (3) abaixo.

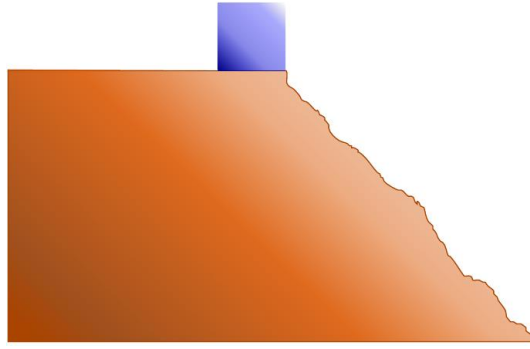


Fig. (3): Bloco de massa M à beira do precipício. Exemplo usado para discutir a necessidade de entendermos vetores em física

Ao se dizer que o bloco possui massa $M = 8\text{kg}$, essa informação é suficiente e não necessita de algo a mais para estar completa. Para nós, essas grandezas como a massa do bloco ou a quantidade de carga em um corpo eletrizado são grandezas escalares. Elas são definidas completamente pela sua magnitude. Força, por outro lado, é uma grandeza vetorial e, portanto, é especificada pela sua magnitude, direção e sentido. No exemplo do bloco à beira do precipício, se aplicarmos uma força ao longo da direção vertical de cima para baixo, nada acontece com o bloco. Todavia, se aplicarmos uma força ao longo da direção horizontal, faz **total** diferença sabermos se a força é aplicada da direita para a esquerda (o bloco continua no alto da montanha) ou da esquerda para a direita (o bloco cairá precipício abaixo).

Para descrevermos isso de maneira precisa e concisa nós utilizamos o caráter vetorial da força, onde a mesma é descrita como um segmento de reta orientada, e definimos um centro de referência, pelo qual nós estamos nos baseando para descrever o nosso problema. Para conseguirmos completar essa tarefa, vamos **primeiramente** definir nosso centro de referência.

1. Para o problema do bloco, nós vamos escolher o centro de referência (ou origem do sistema de coordenadas) no centro do bloco;
2. A direção horizontal é definida pelo eixo x e a direção vertical é definida pelo eixo y ;
3. A sentido positivo de x é definido da esquerda para a direita, e o sentido positivo de y é definido de baixo para cima.

As escolhas de **1-3** são escolhas arbitrárias. Poderíamos ter escolhido uma outra origem para o centro do sistema de coordenadas e também ter escolhido eixos x e y diferentes. Mas essa é uma escolha natural para o problema que vamos discutir, como ficará claro em um instante.

Dito isso, vamos assumir o seguinte: temos uma força com intensidade (ou módulo) de cinco Newtons atuando sobre o corpo, $F \vee 5\text{N}$. Nós vamos utilizar a figura (4) e vamos discutir três situações diferentes e analisar o vetor F .

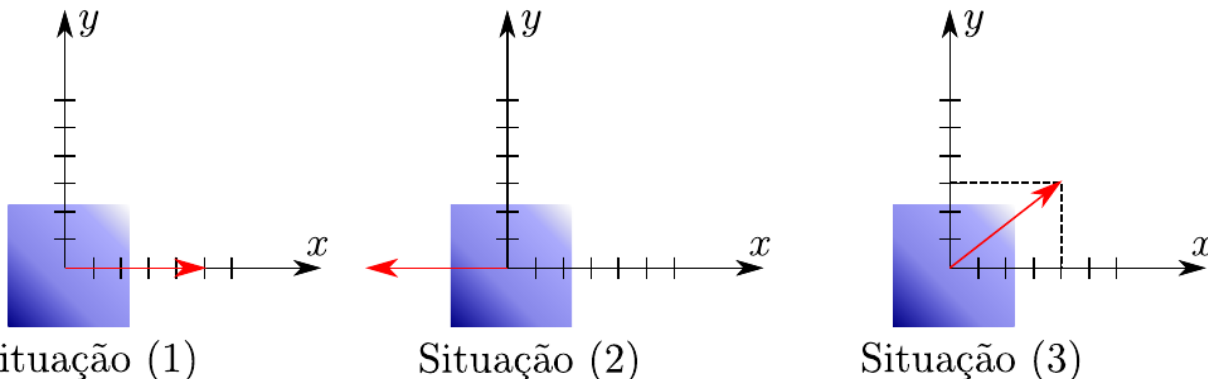


Fig. (4): Três situações onde a força é aplicada sobre um bloquinho. Na situação (1) a força é paralela ao eixo x , com sentido positivo. Na situação (2), a força é antiparalela ao sentido positivo de x . A situação (3) é um pouco mais complicada e envolve uma força com componentes ao longo dos dois eixos.

➤ **Situação 1:**

Essa força é aplicada sobre bloquinho ao longo da direção horizontal, da esquerda para a direita. Comparando o sentido do vetor F com o sentido positivo do eixo x que escolhemos, vemos que o vetor F e o sentido positivo de x apontam na mesma direção. Assim, nós dizemos que, **de acordo com nosso sistema de referência, a força possui 5 Newtons de magnitude ao longo do eixo x positivo**. Todavia, não é necessário escrever uma frase tão extensa. Em vez disso, nós podemos simplesmente definir um vetor de módulo (intensidade) um que aponta ao longo do sentido positivo de x , que é o vetor $\hat{i}(1,0)$ (lê-se i-chapéu). Assim, a força na situação (1) com relação ao nosso sistema de coordenadas é representada por

$$\mathbf{F} = 5\hat{i}$$

➤ **Situação 2:**

Aqui estamos considerando uma força sendo aplicada também ao longo da horizontal, todavia, dessa vez ela é aplicada da direita para a esquerda. Assim, a força aponta no sentido contrário do sentido positivo de x que nós escolhemos. Assim, nós escrevemos a força na forma

$$\mathbf{F} = -5\hat{i}$$

➤ **Situação 3:**

As situações (1) e (2) descritas acima tinham um facilitador: a força era descrita inteiramente ao longo do eixo x . Dizemos que a força só tinha componente ao longo do eixo x . Todavia, ao olharmos a situação (3), vemos claramente que isso não ocorre. Assim, além da componente ao longo do eixo x , a força também tem uma componente ao longo do eixo y . Se contarmos as unidades, vemos que a projeção do vetor ao longo do eixo x tem módulo de 4 unidades, e a projeção ao longo do eixo y tem módulo de 3 unidades. Esse “tamanho ao longo dos eixos” é o que chamamos de componentes do vetor.

Da mesma maneira como fizemos para a força ao longo do eixo x precisamos definir o vetor de tamanho unitário que indique o sentido positivo ao longo do eixo y . Definimos, para essa finalidade, o vetor unitário $\hat{j}(0,1)$ (lê-se j-chapéu). Com essa notação, a força pode ser escrita como

$$\mathbf{F} = 4\hat{i} + 3\hat{j}$$

A pergunta que naturalmente surge é: *como fazemos para encontrar as componentes em casos mais complicados?* Devemos analisar o triângulo que é formado pelo vetor e por suas componentes, conforme ilustrado na figura (5). Seja θ o ângulo entre o vetor e o eixo x .

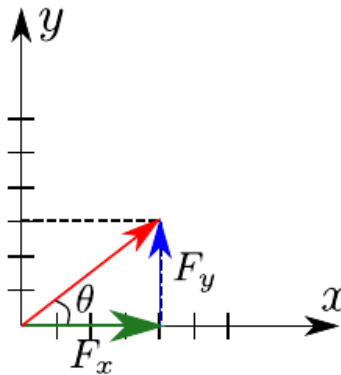


Fig. (5): Um vetor (indicado em vermelho) e suas projeções nos eixos x e y . A componente x é representada em verde e a componente y em azul.

Pela figura acima, temos que o seno do ângulo é dado pela componente F_y dividido pelo módulo da força F . O cosseno do ângulo, definido pela razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa, é obtido pela divisão da componente F_x da força pelo módulo da força F . Dessa maneira, as componentes são dadas por

$$F_x = F \sin\theta, \quad F_y = F \cos\theta.$$

Utilizaremos esses conceitos extensivamente em problemas de forças de Coulomb e outros temas que veremos a seguir ao longo do curso (como campo elétrico). Tal maneira de descrever quantidades vetoriais não nos ajuda muito quando tratamos a interação entre somente duas cargas pontuais. Como vocês podem imaginar, como a força dá-se ao longo de uma única reta, um único eixo dá conta de descrever todo o fenômeno. Todavia, quando formos tratar o problema de três ou mais cargas, manipulações vetoriais serão indispensáveis.