Material Teórico - Módulo Operações Básicas

Operações com números na forma decimal
Parte 2

Sexto Ano do Ensino Fundamental

Autor: Ulisses Lima Parente
Revisor: Prof. Antonio Caminha M. Neto

20 de maio de 2024

PORTAL DA MATEMÁTICA
OBMEP

Também é possível realizar operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação e divisão) com números decimais. Atividades rotineiras, como fazer compras em um supermercado, remetem ao uso de tais operações. Neste material, apresentaremos diversas situações-problema a partir das quais explicaremos os algoritmos utilizados para realizar as operações de *adição* e *subtração* com números decimais.

Adição e subtração com decimais

Exemplo 1. *Beto percorreu* 24,53 *quilômetros no primeiro trecho de uma corrida de rua. Depois de uma rápida parada para hidratação, ele percorreu outros* 13,44 *quilômetros, até finalizar o trajeto previsto. Quantos quilômetros Beto percorreu ao todo?*

Solução. Devemos somar os decimais 24,53 e 13,41 para saber o total de quilômetros percorridos por Beto. Como

$$24{,}53 = 2 \cdot 10 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot \frac{1}{10} + 3 \cdot \frac{1}{100}$$

e

$$13{,}44 = 1 \cdot 10 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot \frac{1}{10} + 4 \cdot \frac{1}{100},$$

obtemos

$$\begin{aligned} 24{,}53 + 13{,}44 &= 2 \cdot 10 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot \frac{1}{10} + 3 \cdot \frac{1}{100} \\ &+ 1 \cdot 10 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot \frac{1}{10} + 4 \cdot \frac{1}{100} \\ &= (2+1) \cdot 10 + (4+3) \cdot 1 + (5+4) \cdot \frac{1}{10} \\ &+ (3+4) \cdot \frac{1}{100} \\ &= 3 \cdot 10 + 7 \cdot 1 + 9 \cdot \frac{1}{10} + 7 \cdot \frac{1}{100} \\ &= 37{,}97. \end{aligned}$$

A soma de números decimais que efetuamos acima também pode ser calculada do seguinte modo:

$$
\begin{array}{cccccc}
 & 2 & 4, & 5 & 3 \\
+ & 1 & 3, & 4 & 4 \\
\hline
 & 3 & 7, & 9 & 7
\end{array}
$$

Portanto, Beto percorreu um total de 37,97 quilômetros. □

Exemplo 2. *Um relógio custava* R\$125,63 *no início de dezembro de 2018. Na última semana do ano, o preço do relógio teve um aumento de* R\$4,95*. Quanto passou a custar o relógio após o aumento?*

Solução. Note que o preço do relógio após o aumento é dado pelo resultado da adição $125{,}63 + 4{,}95$. Uma vez que

$$125{,}63 = 1 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 5 \cdot 1 + 6 \cdot \frac{1}{10} + 3 \cdot \frac{1}{100}$$

e

$$4{,}95 = 4 \cdot 1 + 9 \cdot \frac{1}{10} + 5 \cdot \frac{1}{100},$$

obtemos:

$$
\begin{aligned}
&125{,}63 + 4{,}95 = \\
=&\, 1 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 5 \cdot 1 + 6 \cdot \frac{1}{10} + 3 \cdot \frac{1}{100} \\
&+ 4 \cdot 1 + 9 \cdot \frac{1}{10} + 5 \cdot \frac{1}{100} \\
=&\, 1 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + (5+4) \cdot 1 + (6+9) \cdot \frac{1}{10} + (3+5) \cdot \frac{1}{100} \\
=&\, 1 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 9 \cdot 1 + 15 \cdot \frac{1}{10} + 8 \cdot \frac{1}{100} \\
=&\, 1 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 9 \cdot 1 + (10+5) \cdot \frac{1}{10} + 8 \cdot \frac{1}{100} \\
=&\, 1 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + (9+1) \cdot 1 + 5 \cdot \frac{1}{10} + 8 \cdot \frac{1}{100} \\
=&\, 1 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + (10) \cdot 1 + 5 \cdot \frac{1}{10} + 8 \cdot \frac{1}{100}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= 1 \cdot 100 + (2+1) \cdot 10 + 0 \cdot 1 + 5 \cdot \frac{1}{10} + 8 \cdot \frac{1}{100} \\
&= 1 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 0 \cdot 1 + 5 \cdot \frac{1}{10} + 8 \cdot \frac{1}{100} \\
&= 130{,}58.
\end{aligned}
$$

Essa soma também pode ser calculada do seguinte modo:

$$
\begin{array}{cccccc}
 & & {\scriptstyle 1} & {\scriptstyle 1} & & \\
 & 1 & 2 & 5, & 6 & 3 \\
+ & & & 4, & 9 & 5 \\
\hline
 & 1 & 3 & 0, & 5 & 8
\end{array}
$$

Concluímos que, após o aumento, o relógio passou a custar R\$ 130,58. □

Exemplo 3. *Gabi foi ao açougue e comprou* 2,5 *quilogramas de lombo, além de* 1,95 *quilograma de carne moída e* 3 *quilogramas de filé. Quantos quilogramas de carne Gabi comprou ao todo?*

Solução. Depois de ler as soluções dos exercícios acima, você já deve ter percebido que o algoritmo utilizado para somar números decimais é bem parecido com o que é utilizado para somar números naturais. Entretanto, devemos tomar alguns cuidados: igualar a quantidade de casas decimais e pôr as vírgulas todas alinhadas em uma mesma coluna. Assim, para somarmos $2{,}5+1{,}95+3$, utilizaremos o algoritmo para calcular $2{,}50 + 1{,}95 + 3{,}00$. Portanto,

$$
\begin{array}{cccc}
 & {\scriptstyle 1} & & \\
 & 2, & 5 & 0 \\
 & 1, & 9 & 5 \\
+ & 3, & 0 & 0 \\
\hline
 & 7, & 4 & 5
\end{array}
$$

Logo, concluímos que Gabi comprou 7,45 quilogramas de carne ao todo. □

De modo geral, temos:

Observação 4. ***Adição de números decimais:*** *para somar dois (ou mais) números decimais, devemos igualar a quantidade de casas decimais, colocando algarismos zero à direita, quando necessário, e somar os números respeitando as mesmas regras do algoritmo utilizado para somar números naturais. Não esqueça de que as vírgulas devem ficar alinhadas em uma mesma coluna (vírgula embaixo de vírgula).*

Vejamos mais um exemplo:

Exemplo 5. *Joaquim foi à feira e comprou algumas frutas e legumes. Ele pagou* R\$22,50 *por três quilogramas de tomate,* R\$12,50 *por dois quilogramas de cebola,* R\$5,80 *por uma dúzia de bananas,* R\$6,79 *por cinco maçãs e* R\$3,89 *por um quilograma de manga espada. Quanto Joaquim gastou ao todo.*

Solução. Para saber o total gasto por Joaquim, devemos somar os preços de todos os produtos que ele comprou na feira, ou seja, devemos encontrar o valor da soma $22{,}50 + 12{,}50 + 5{,}80 + 6{,}79 + 3{,}89$:

$$\begin{aligned}
&22{,}50 + 12{,}50 + 5{,}80 + 6{,}79 + 3{,}89 = \\
={}& 2 \cdot 10 + 2 \cdot 1 + 5 \cdot \frac{1}{10} + 0 \cdot \frac{1}{100} \\
&+ 1 \cdot 10 + 2 \cdot 1 + 5 \cdot \frac{1}{10} + 0 \cdot \frac{1}{100} \\
&+ 5 \cdot 1 + 8 \cdot \frac{1}{10} + 0 \cdot \frac{1}{100} \\
&+ 6 \cdot 1 + 7 \cdot \frac{1}{10} + 9 \cdot \frac{1}{100} \\
&+ 3 \cdot 1 + 8 \cdot \frac{1}{10} + 9 \cdot \frac{1}{100} \\
={}& (2+1) \cdot 10 + (2+2+5+6+3) \cdot 1
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&+ (5+5+8+7+8)\cdot\frac{1}{10}\\
&+ (0+0+0+9+9)\cdot\frac{1}{100}\\
&= 3\cdot 10 + 18\cdot 1 + 33\cdot\frac{1}{10} + 18\cdot\frac{1}{100}\\
&= 3\cdot 10 + 18\cdot 1 + 33\cdot\frac{1}{10} + (10+8)\cdot\frac{1}{100}\\
&= 3\cdot 10 + 18\cdot 1 + (33+1)\cdot\frac{1}{10} + 8\cdot\frac{1}{100}\\
&= 3\cdot 10 + 18\cdot 1 + 34\cdot\frac{1}{10} + 8\cdot\frac{1}{100}\\
&= 3\cdot 10 + 18\cdot 1 + (30+4)\cdot\frac{1}{10} + 8\cdot\frac{1}{100}\\
&= 3\cdot 10 + (18+3)\cdot 1 + 4\cdot\frac{1}{10} + 8\cdot\frac{1}{100}\\
&= 3\cdot 10 + 21\cdot 1 + 4\cdot\frac{1}{10} + 8\cdot\frac{1}{100}\\
&= 3\cdot 10 + (20+1)\cdot 1 + 4\cdot\frac{1}{10} + 8\cdot\frac{1}{100}\\
&= (3+2)\cdot 10 + 1\cdot 1 + 4\cdot\frac{1}{10} + 8\cdot\frac{1}{100}\\
&= 5\cdot 10 + 1\cdot 1 + 4\cdot\frac{1}{10} + 8\cdot\frac{1}{100}.
\end{aligned}
$$

Podemos resumir as operações feitas acima do seguinte modo:

$$
\begin{array}{ccccc}
 & {\scriptstyle 2} & {\scriptstyle 3} & {\scriptstyle 1} & \\
 & 2 & 2, & 5 & 0\\
 & 1 & 2, & 5 & 0\\
 & & 5, & 8 & 0\\
 & & 6, & 7 & 9\\
+ & & 3, & 8 & 9\\
\hline
 & 5 & 1, & 4 & 8
\end{array}
$$

Portanto, Joaquim gastou R$ 51,48 ao todo.

$\square$

Os próximos exemplos serão resolvidos através de subtrações de números decimais.

Exemplo 6. *O preço de uma geladeira é* R\$1499,99*. João aproveitou um dia de promoção e comprou a geladeira com* R\$225,49 *de desconto. Quanto ele pagou pelo eletrodoméstico?*

Solução. Temos que

$$1499{,}99 = 1 \cdot 1000 + 4 \cdot 100 + 9 \cdot 10 + 9 \cdot 1 + 9 \cdot \frac{1}{10} + 9 \cdot \frac{1}{100}.$$

e

$$225{,}49 = 2 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 5 \cdot 1 + 4 \cdot \frac{1}{10} + 9 \cdot + \frac{1}{100}.$$

Desse modo, o valor que João pagou pela geladeira é igual à diferença entre 1499,99 e 225,49. Para calcular essa diferença, devemos subtrair cada algarismo que ocupa uma determinada ordem no decimal 225,49 do algarismo que ocupa a ordem correspondente no decimal 1499,99. Assim, obtemos

$$\begin{aligned}
&1499{,}99 - 225{,}49 = \\
&= 1 \cdot 1000 + 4 \cdot 100 + 9 \cdot 10 + 9 \cdot 1 + 9 \cdot \frac{1}{10} + 9 \cdot \frac{1}{100} \\
&\quad - 2 \cdot 100 - 2 \cdot 10 + 5 \cdot 1 - 4 \cdot \frac{1}{10} - 9 \cdot \frac{1}{100} \\
&= 1 \cdot 1000 + (4-2) \cdot 100 + (9-2) \cdot 10 + (9-5) \cdot 1 \\
&\quad + (9-4) \cdot \frac{1}{10} + (9-9) \cdot \frac{1}{100} \\
&= 1 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot \frac{1}{10} + 0 \cdot \frac{1}{100} \\
&= 1274{,}50.
\end{aligned}$$

A diferença entre números decimais encontrada acima também pode ser calculada através do seguinte dispositivo prático:

$$\begin{array}{cccccc}
 & 1 & 4 & 9 & 9, & 9 & 9 \\
- & & 2 & 2 & 5, & 4 & 9 \\
\hline
 & 1 & 2 & 7 & 4, & 5 & 0
\end{array}$$

Portanto, aproveitando o desconto, João pagou R\$ 1275,50 pela geladeira. □

Exemplo 7. *A altura de uma casa era de* 4,52 *metros. Foi construído um segundo andar e a altura da casa passou a ser de* 7,49 *metros. Em quantos metros a altura inicial da casa foi aumentada?*

Solução. O número decimal 4,52, que expressa a altura inicial da casa, em metros, pode ser decomposto da seguinte forma:

$$4{,}52 = 4 \cdot 1 + 5 \cdot \frac{1}{10} + 2 \cdot \frac{1}{100}.$$

Depois de construído o segundo andar, o número decimal que representa a altura da casa, em metros, passou a ser 7,49, que pode ser decomposto como abaixo:

$$7{,}49 = 7 \cdot 1 + 4 \cdot \frac{1}{10} + 9 \cdot \frac{1}{100}.$$

Desse modo, a diferença entre 7,45 e 4,58 é igual à quantidade de metros que a casa aumentou depois que foi construído o segundo andar. Uma vez que

$$\begin{aligned} 7{,}49 - 4{,}52 = 7 \cdot 1 + 4 \cdot \frac{1}{10} + 9 \cdot \frac{1}{100} \\ - 4 \cdot 1 - 5 \cdot \frac{1}{10} - 2 \cdot \frac{1}{100}. \end{aligned}$$

Agora, a ideia é subtrair cada algarismo que ocupa uma determinada ordem no decimal 4,52 do algarismo que ocupa a ordem correspondente no decimal 7,49. Entretanto, note que não podemos subtrair $5 \cdot \frac{1}{10}$ de $4 \cdot \frac{1}{10}$. A saída é escrever

$$7 \cdot 1 = (6 + 1) \cdot 1 = 6 \cdot 1 + 10 \cdot \frac{1}{10}.$$

Assim, obtemos

$$\begin{aligned}
7{,}49 - 4{,}52 &= 7 \cdot 1 + 4 \cdot \frac{1}{10} + 9 \cdot \frac{1}{100} \\
&\quad - 4 \cdot 1 - 5 \cdot \frac{1}{10} - 2 \cdot \frac{1}{100} \\
&= (6+1) \cdot 1 + 4 \cdot \frac{1}{10} + 9 \cdot \frac{1}{100} \\
&\quad - 4 \cdot 1 - 5 \cdot \frac{1}{10} - 2 \cdot \frac{1}{100} \\
&= 6 \cdot 1 + 10 \cdot \frac{1}{10} + 4 \cdot \frac{1}{10} + 9 \cdot \frac{1}{100} \\
&\quad - 4 \cdot 1 - 5 \cdot \frac{1}{10} - 2 \cdot \frac{1}{100} \\
&= 6 \cdot 1 + 14 \cdot \frac{1}{10} + 9 \cdot \frac{1}{100} \\
&\quad - 4 \cdot 1 - 5 \cdot \frac{1}{10} - 2 \cdot \frac{1}{100} \\
&= (6-4) \cdot 1 + (14-5) \cdot \frac{1}{10} + (9-2) \cdot \frac{1}{100} \\
&= 2 \cdot 1 + 9 \cdot \frac{1}{10} + 7 \cdot \frac{1}{100} \\
&= 2{,}97.
\end{aligned}$$

Na prática, calculamos a diferença acima do seguinte modo:

$$\begin{array}{cccc}
 & {\scriptstyle 6} & {\scriptstyle 14} & \\
 & \cancel{7}, & \cancel{4} & 9 \\
- & 4, & 5 & 2 \\
\hline
 & 2, & 9 & 7
\end{array}$$

Portanto, depois da construção do segundo andar, a altura da casa aumentou 2,97 metros. □

De modo geral, temos:

Observação 8. ***Subtração de números decimais:*** *para calcular a diferença entre dois números decimais, devemos igualar a quantidade de casas decimais, colocando algarismos* *zero à direita quando necessário, e subtrair os números respeitando as mesmas regras do algoritmo utilizado para calcular a diferença entre números naturais. Não esqueça de que as vírgulas devem ficar alinhadas em uma mesma coluna (vírgula embaixo de vírgula).*

Dicas para o Professor

Sugerimos que sejam utilizadas duas ou três sessões de 50min para expor o conteúdo deste material. É fundamental que os alunos aprendam a utilizar corretamente os algoritmos da adição e da subtração de números na forma decimal, incluindo a razão de pôr vírgula abaixo de vírgula. Sugerimos que sejam apresentados outros exemplos, até que os alunos efetuem adições e subtrações de números racionais na forma decimal com desenvoltura.