Material teórico – Módulo Eletrodinâmica I

Leis de Ohm

Terceiro Ano do Ensino Médio

Autor: Vinicius Henning

Revisor: Luna Lima

Portal da Física OBMEP

1. Introdução

Neste texto vamos aprofundar um pouco mais nosso conhecimento sobre correntes elétricas. Nós vamos entender um pouco melhor como objetos eletrônicos, ao serem ligados, esquentam devido ao chamado efeito Joule – a conversão de energia elétrica em energia térmica. Vamos definir também o conceito de resistência de um material e identificá-lo como o agente responsável por tal dissipação. Na segunda parte veremos como a resistência depende do formato e do material do qual o fio é composto.

1.2 O efeito Joule e a perda de energia das cargas em movimento

O efeito Joule é responsável por gerar energia térmica (calor) a partir da energia elétrica. Esse fato tem muitas **implicações desejáveis**, por exemplo: podemos usar essa conversão de energia elétrica em calor para esquentar o ferro e passarmos roupa. Podemos esquentar água do chuveiro para tomarmos banho, e, em regiões mais frias, temos aquecedores nas casas, que funcionam pelo mesmo mecanismo. Todavia, quando queremos transportar energia elétrica de um lugar para o outro, o efeito Joule gera um **impacto indesejável**. Suponha que você produza num dado ponto A uma quantidade de energia $E_A = 10J$. Essa é conduzida por um fio até um ponto B; neste ponto, chega somente $E_B = 8J$. Ou seja, $\Delta E = 2J$ foram perdidos por efeito Joule durante o transporte do ponto A até o ponto B. Em condutores convencionais **sempre** haverá perda de energia por efeito Joule, ou seja, sempre parte da energia elétrica será convertida (dissipada) em calor.

1.3 A origem microscópica do efeito Joule

Do ponto de vista de curiosidade, é interessante discutirmos a origem do efeito Joule de forma qualitativa. Quando os elétrons deslocam-se de um ponto a outro no meio material (imaginemos um fio condutor muito fino, por exemplo), esses precisam passar por uma coleção de núcleos positivos, como representado na Fig. (1) abaixo.

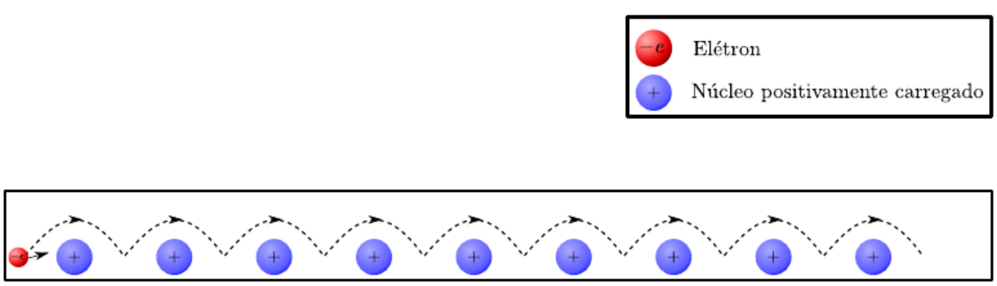

Fig. (1): Ilustração da propagação de elétrons no meio material

É interessante mencionar que quando estudamos em detalhe essa propagação de elétrons em meios materiais, os elétrons "aprendem o caminho" para não colidir com nenhum átomo. Todavia, para "aprender tal caminho" os elétrons precisam que esses átomos (ou sítios) tenham uma periodicidade espacial bem definida. Mas para problemas da vida real, tais sólidos possuem imperfeições durante a sua formação, e tal periodicidade não ocorre perfeitamente. Assim, os elétrons “erram o caminho” e acabam colidindo com esses átomos e podem transferir energia para eles. Por conta disso esses átomos passam a vibrar (na posição que eles estão), o que significa que os elétrons perderam energia. Assim, por via de regra, todo material dissipa energia quando uma corrente elétrica flui nesse material. A exceção que conhecemos são os supercondutores, materiais que a temperaturas muito baixas passam a não dissipar energia (e, por consequência disso, eles também permitem a *levitação magnética* – o efeito por trás dos trens Maglev).

Esses múltiplos efeitos que convertem energia elétrica em energia térmica são codificados num objeto que chamamos resistor. O resistor é representado pelos dois símbolos abaixo:

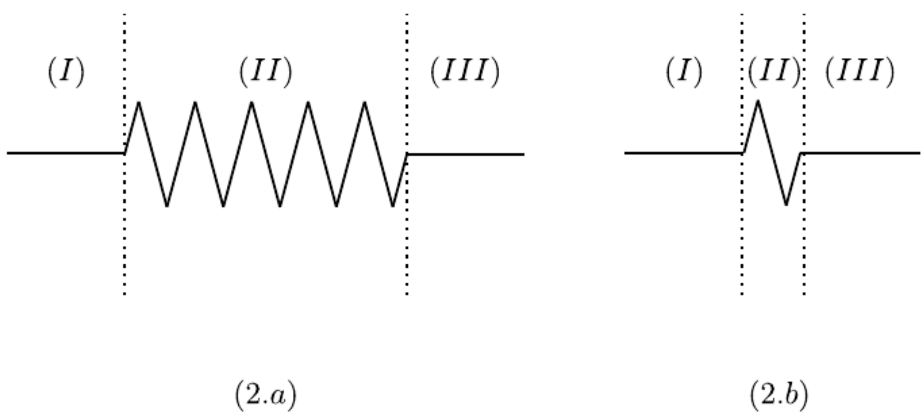

Fig. (2): Ilustração dos resistores em meios materiais, isto é, a parte onde ocorre a conversão da energia elétrica em energia térmica.

Quando formos trabalhar com circuitos, a simbologia utilizada para representarmos os efeitos dissipativos (energia elétrica transformada em energia térmica) no circuito é a mostrada acima. As regiões (I) e (III) representam um fio ideal (sem dissipação), e a região (II) representa a parte que seria responsável por dissipar energia. Tal discussão ficará mais clara mais adiante. Quando trabalhamos com circuitos, geralmente introduzimos um objeto no caminho em que a corrente tem que passar. Esse objeto geralmente oferece muita dissipação (comparado com os fios condutores). Ele é chamado *Resistor,* e atribui uma característica ao circuito chamado *Resistência,* que é responsável por converter energia elétrica em térmica. Todavia, os fios **também** dissipam. Assim, os símbolos na Fig. (2) (região (II)) representam a **dissipação conjunta** (conversão em energia térmica) do resistor e dos fios. Na próxima seção nós vamos definir de maneira precisa o que é o resistor.

1.4 O resistor e a primeira lei de Ohm

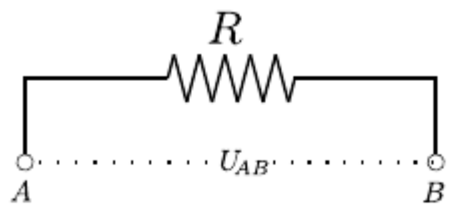

Fig. (3): Ilustração do resistor de resistência R, que está sob uma diferença de potencial U_{AB}

A lei de Ohm é nomeada em homenagem ao físico alemão Georg Ohm, o qual conduziu experimentos envolvendo a passagem de correntes elétricas em resistores. Ohm considerou a passagem da corrente elétrica através de um fio condutor, tal que no meio do fio existia um resistor (Fig. (3)). Os elétrons moviam-se no fio condutor devido à aplicação de uma diferença de potencial nas extremidades desse fio. O que Ohm percebeu é que havia uma resposta linear da corrente elétrica com a voltagem. Isto é, a diferença de potencial é proporcional à corrente:

$$U_{AB} \propto i,$$

onde i é intensidade da corrente elétrica. A constante de proporcionalidade é chamada de resistência e é representada pela letra R. Assim, o gráfico que Ohm observou em seus experimentos era o seguinte

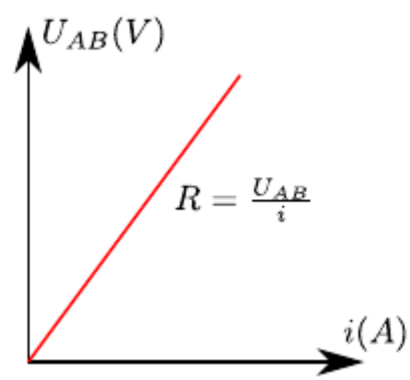

Fig. (4): gráfico $U_{AB} \times i$ *para resistores ôhmicos.*

E a fórmula que obtemos relacionando a corrente e a diferença de potencial é

$$U_{AB} = Ri$$

Recapitulando, o que discutimos até agora: ao conectarmos um resistor (de resistência R) a dois fios condutores, tal que as extremidades AeB (Fig. (3)) desses fios estão sob uma diferença de potencial U_{AB}, esta é responsável por transferir energia para os elétrons gerando uma corrente de intensidade i que irá passar pelo resistor. Nós veremos isso mais pra frente com um pouco mais de detalhes, mas essa energia transferida (trabalho realizado) por unidade de tempo (ou seja, *a potência*) é a potência dissipada no resistor.

A resistência tem unidade de Volt por Ampere, e esse recebe um nome especial: Ohm, representado pela letra grega ômega (Ω). Assim

$$[R] = \frac{[U_{AB}]}{[i]} = \frac{V}{A} \equiv \Omega$$

Todo material (ou resistor) que respeita essa lei linear entre diferença de potencial e corrente é chamado de material ôhmico ou resistor ôhmico. Em alguns livros estes condutores também são chamados condutores lineares.

Apesar de uma vasta gama de materiais respeitar a lei de Ohm, nem todos os materiais o fazem. Geralmente esses materiais são aqueles que quando aquecem acabam tendo sua resistência alterada. Assim, para uma maior diferença de potencial aplicada, uma corrente maior é gerada; consequentemente os materiais aquecem ainda mais (mais dissipação!) e sua resistência é alterada. Logo, tais materiais não apresentam uma relação linear entre a corrente e a diferença de potencial, e podem apresentar, por exemplo, um gráfico do seguinte tipo

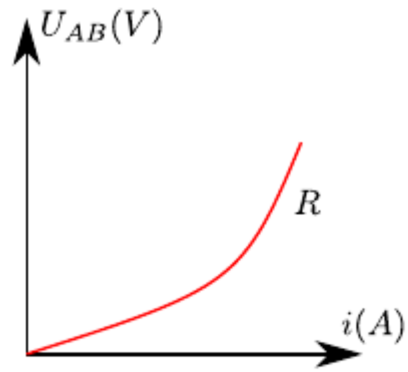

Fig. (5): Gráfico $U_{AB} \times i$ para materiais não ôhmicos.

Esses materiais que não satisfazem a lei de Ohm são chamados materiais não ôhmicos. Um famoso exemplo de material não ôhmico é o diodo, muito utilizado na construção de eletrônicos, por viabilizar o controle do sentido corrente.

2.1 A segunda lei de Ohm e a resistividade do meio condutor

Como discutido anteriormente, a resistência de um material é responsável pela ocorrência do efeito Joule (conversão da energia elétrica em energia térmica). Essa conversão ocorre devido às imperfeições na disposição dos átomos nos condutores, o que faz os elétrons colidirem com os núcleos desses átomos e perderem energia. Assim, se consideramos um fio/cilindro condutor de seção transversal de área A e comprimento L, como ilustrado na Fig. (6), o que aconteceria com a resistência caso aumentássemos o comprimento do fio? E se aumentássemos a área?

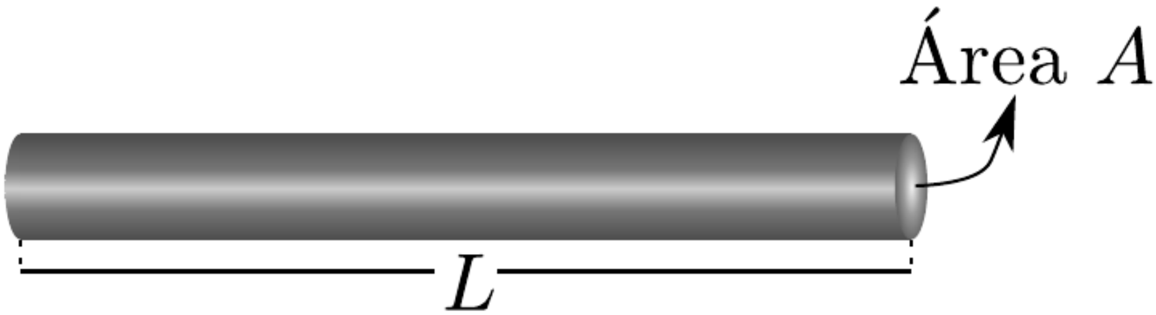

Fig. (6): Ilustração do fio condutor de área A e comprimento L.

A primeira pergunta é fácil de respondermos: se os elétrons precisam percorrer um fio de tamanho $2L$, em vez de L, os elétrons sofrerão o dobro de colisões e, consequentemente, perderão o dobro de energia. Assim, esperamos que a resistência aumente proporcionalmente ao comprimento.

Agora, para responder a segunda pergunta, precisamos é útil pensarmos que a resistência é calculada pela diferença de potencial por unidade de corrente:

$$R = \frac{U_{AB}}{i}$$

Se aumentarmos a área, para um L fixo, mais elétrons passarão, proporcionalmente ao aumento da área, para uma mesma diferença de potencial. Consequentemente, esperamos que a resistência **diminua** conforme a área **aumente** (visto que passarão mais elétrons num dado intervalo de tempo). Dizemos então que a resistência é inversamente proporcional à área e diretamente proporcional ao comprimento. Matematicamente, isto é expresso da seguinte forma

$$R \propto \frac{L}{A}$$

De maneira muito pragmática podemos ver que precisamos de algum fator multiplicativo para dar a dimensão correta de resistência (Ω). Esse coeficiente de proporcionalidade é uma característica do material e é chamado **resistividade elétrica**. Note que como toda informação da geometria do fio condutor está contida na fração L/R, o que sobra é uma característica intrínseca do material. A resistividade é representada pela letra grega ρ (lê-se "rô") e a fórmula então é dada por:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

Para identificar tal propriedade poderíamos pegar fios de diferentes materiais, por exemplo, cobre, alumínio e ouro, de mesmo comprimento e mesma área, aplicar a mesma diferença de potencial na extremidade dos fios, utilizando uma bateria por exemplo, e medir o valor da intensidade da corrente para os três materiais diferentes utilizando um *Amperímetro*. Assim, obteríamos a resistividade para diferentes materiais e constataríamos que, como fator geométrico entre eles é igual, a dependência está inteiramente no tipo de material que compõe o fio.

A unidade da resistividade é Ohm vezes metro, visto que $[R] = \Omega$, $[A] = m^2$, $[L] = m$ e invertendo a fórmula, obtemos

$$\rho = R\frac{A}{L}.$$

2.3 Modelo cinético para da lei de Ohm e a velocidade dos elétrons no fio condutor

Agora faremos uma análise muito interessante e com um resultado muito intrigante. Vamos considerar um fio condutor, como mostrado na Fig. (1). Para facilitar nossa discussão, vamos pensar que os átomos que compõem o fio possuem somente um elétron que pode "se soltar do átomo" e contribuir para a corrente elétrica. Um átomo que tem tal propriedade (um único elétron na camada de valência) é o cobre, assim consideraremos os fios de cobre no nosso exemplo. A densidade do cobre é $n = 8{,}5 \times 10^{22} átomos/cm^3$, consequentemente, podemos inferir que para cada centímetro cúbico no fio teremos $8{,}5 \times 10^{22}$elétrons.

Vamos considerar um fio de raio $r = 1mm$ (note que um fio muito mais grosso que isso geralmente não corresponde a fios que temos em casa) e calcular a velocidade dos elétrons ao longo do fio. Para tal, vamos considerar uma porção do fio de comprimento $L = 1cm$ e calcular o tempo que os elétrons que aí estão levarão para sair. Vamos considerar uma corrente de intensidade $i = 1A$, conforme ilustrado na Fig. (7) abaixo.

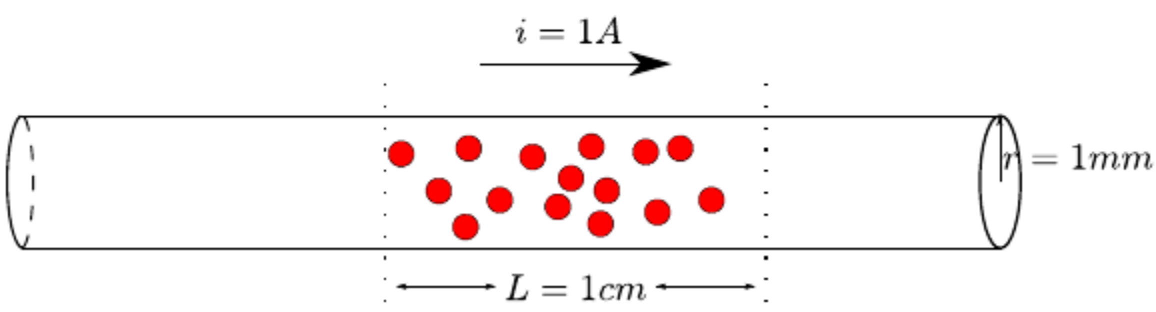

Fig. (7): Ilustração de um fio de cobre com seus elétrons de condução se movendo devido a uma diferença de potencial, gerando uma corrente de intensidade $i = 1A$ ao percorrer um comprimento $L = 1cm$.

Primeiro precisamos descobrir a quantidade de elétrons dentro da porção do fio de comprimento $L = 1cm$. Como sabemos a densidade de elétrons no fio de cobre, podemos descobrir a quantidade de elétrons no nosso exemplo. Convertendo o raio para centímetro, temos $r = 0{,}1cm$ e o volume do cilindro é

$$V = \pi r^2 L = \pi$$

Se em $V = 1cm^3$ *temos* $8{,}5 \times 10^{22}$*elétrons, quanto elétrons temos em* $V = 0{,}0314cm^3$*?* Podemos fazer a multiplicação (regra de três) e obtemos $n_{cil} \simeq 2{,}7 \times 10^{21}$elétrons.

Como sabemos, a intensidade da corrente é $i = \Delta Q/\Delta t$, precisamos então obter o ΔQ multiplicando o número de elétrons no cilíndro, n_{cil}, pela carga elementar $e = 1{,}6 \times 10^{-19}C$.

$$\Delta Q = (2{,}7 \times 10^{21})(1{,}6 \times 10^{-19}C) \simeq 4{,}3 \times 10^2 C$$

Invertendo a fórmula da corrente podemos obter o tempo que os elétrons levam para atravessar a porção do fio de $L = 1cm$:

$$\Delta t = \frac{\Delta Q}{i} = 4{,}3 \times 10^2 s$$

Os elétrons levam em torno de 7 minutos para percorrer um centímetro num fio de cobre (que é um bom condutor) de um milímetro de raio! Isto é, os elétrons percorreriam pouquíssimos centímetros em uma hora! Pense na eternidade que seria ligar um carro, onde a diferença de potencial é aplicada pela bateria e precisa fazer os elétrons chegarem ao motor, ou ligar a luz quando precisa-se estudar até anoitecer (precisaríamos fazer tudo isso com muita antecedência!).

Você pode então perguntar-se: *mas então como a luz da minha casa acende instantaneamente?*

Apesar da **velocidade da corrente** ser muito baixa (mesmo em bons condutores!) a velocidade da luz é muito alta ($c \simeq 300.000\, km/s$), então o campo (que é uma onda eletromagnética e que viaja na velocidade da luz) se propaga muito rapidamente ao longo do fio, e interage com os elétrons de todo o fio fazendo com que eles se movam e assim, os elétrons que estão na parte final do fio podem transferir sua energia para a lâmpada.

Ressaltamos que a **velocidade da corrente** é muito **baixa**, mas a velocidade dos elétrons não o é. Os elétrons em metais se propagam com uma velocidade conhecida como velocidade de Fermi que vale em torno de $v_F \propto 10^6\, m/s$!! O que ocorre no caso da propagação dos elétrons é que eles sofrem múltiplos espalhamentos (com velocidade v_F) e eles tem uma *velocidade de arraste* devido a presença do campo que é da ordem de poucos centímetros por hora. Um exemplo comum para entendermos melhor isto, é pensarmos num enxame de abelhas que voam juntas rapidamente, mas são arrastados por uma brisa de vento (muito mais lenta que a velocidade que as abelhas podem voar). Ou então um cardume de peixes que pode nadar algumas dezenas de quilômetros por hora, mas se movem lentamente devido a uma corrente marítima que está passando.