Material Teórico - Módulo Sistemas de Medidas e Medidas de Tempo

Exercícios de Unidades de Medida de Tempo

Sexto Ano do Ensino Fundamental

Autor: Ulisses Lima Parente
Revisor: Prof. Antonio Caminha M. Neto

23 de maio de 2025

Portal da Matemática
OBMEP

Neste material, continuamos a apresentar problemas variados envolvendo unidades de medida de tempo.

Exemplo 1 (OBMEP). *Pedro Américo e Cândido Portinari foram grandes pintores brasileiros e Leonardo da Vinci foi um notável artista italiano. Pedro Américo nasceu em* 1843*. Já Leonardo nasceu* 391 *anos antes de Pedro Américo e* 451 *anos antes de Portinari. Em que ano Portinari nasceu?*

(a) 1903.

(b) 1904.

(c) 1905.

(d) 1906.

(e) 1907.

Solução 1. Como Pedro Américo nasceu em 1843 e Leonardo da Vinci nasceu 391 anos antes de Pedro Américo, concluímos que Leonardo da Vinci nasceu em $1843 - 391 = 1452$.

Agora, como Leonardo da Vinci nasceu 451 anos antes de Portinari, este último nasceu em $1452+451 = 1903$. Portanto, a alternativa correta é a da letra (a). $\square$

Solução 2. Como Leonardo nasceu 391 anos antes de Pedro Américo e 451 anos antes de Portinari, Portinari nasceu $451 - 391 = 60$ anos depois de Pedro Américo, ou seja, Portinari nasceu em $1843 + 60 = 1903$. $\square$

Exemplo 2. *As horas que passam do meio-dia correspondem a $\frac{1}{3}$ das que faltam para a meia-noite. Que horas são?*

Solução 1. Observe que, dividindo um todo em quatro partes iguais, uma dessas partes corresponde a $\frac{1}{3}$ das outras três partes.

Tomando como o todo as 12 horas entre meio-dia e meia-noite, o enunciado diz que passaram-se $\frac{1}{3}$ das que faltam para a meia-noite, logo, passaram-se $\frac{1}{4} \cdot 12 = 3$ horas. Então, são $12 + 3 = 15$h. $\square$

Solução 2. Se denotamos por x a quantidade de horas que passam do meio-dia, então faltam $12 - x$ horas para a meia-noite. Como as horas que passam do meio-dia correspondem a $\frac{1}{3}$ das que faltam para a meia-noite, concluímos que

$$x = \frac{1}{3}(12 - x).$$

Resolvendo a equação, obtemos

$$\begin{aligned} x = \frac{1}{3}(12 - x) &\Longleftrightarrow 3x = 12 - x \\ &\Longleftrightarrow 3x + x = 12 \\ &\Longleftrightarrow 4x = 12 \\ &\Longleftrightarrow x = \frac{12}{4} = 3 \text{ horas.} \end{aligned}$$

Desse modo, são exatamente $12 + 3 = 15$ horas. □

Exemplo 3. *Em certo ano, o mês de Janeiro teve exatamente quatro terças-feiras e quatro sábados. Em que dia da semana caiu o dia* 1° *de Janeiro?*

Solução. Veja que Janeiro possui 31 dias e

$$\begin{array}{r|l} 3\ 1 & 7 \\ \cline{2-2} 3 & 4 \end{array}$$

Desse modo, em Janeiro, três dias da semana ocorrem exatamente 5 vezes e os outros quatro dias ocorrem exatamente 4 vezes. Ademais, perceba que os quatro dias da semana que ocorrem 4 vezes o fazem em sequência. De fato, se o mês começar em um determinado dia da semana, esse dia e os dois seguintes ocorrem 5 vezes, enquanto os demais dias da semana ocorrem 4 vezes.

Como é dito que terça e sábado ocorreram 4 vezes e é impossível que a sequência de dias terça, quarta, quinta, sexta e sábado tenha ocorrido exatamente 4 vezes — pois somente quatro dias ocorreram 4 vezes —, a única possibilidade é a sequência sábado, domingo, segunda e terça-feira tenha ocorrido 4 vezes. Desse modo, quarta, quinta e sexta-feira ocorreram 5 vezes e o dia 1° de Janeiro foi uma quarta-feira. □

Exemplo 4. *Em um ano, no máximo quantos meses têm cinco domingos?*

Solução. Observe que

$$\begin{array}{r|l} 3\,6\,5 & 7 \\ \cline{2-2} 1\,5 & 5\,2 \\ 1 & \end{array}$$

Logo, o número máximo de domingos em um ano, seja ele bissexto ou não, é $52 + 1 = 53$.

Como cada mês possui, no mínimo, 28 dias, há pelo menos 4 domingos em cada mês. Retirando $12 \cdot 4 = 48$ do total de 53 domingos, obtemos $53 - 48 = 5$ domingos.

Como nenhum mês pode ter 6 domingos (pois isso daria pelo menos $7 \cdot 5 + 1 = 36$ dias no mês), concluímos que esses 5 domingos que restam devem ser distribuídos em meses diferentes. Portanto, em princípio, no máximo cinco meses possuem cinco domingos.

Resta observar que é possível que um certo ano realmente tenha cinco meses com cinco domingos. Para tanto, a tentativa óbvia é de um ano bissexto em que 1° de Janeiro seja um domingo, e ela já funciona: nesse caso, os meses de Janeiro, Abril, Julho, Setembro e Dezembro teriam cinco domingos cada. Isso aconteceu pela última vez em 1984 e acontecerá novamente em 2032. □

O próximo exemplo refina o raciocínio empregado no último parágrafo da solução do exemplo anterior.

Exemplo 5 (Olimp. Portuguesa de Matem.). *Um determinado ano tem* 53 *domingos. É possível que nesse ano o dia* 8 *de Março seja uma sexta-feira?*

Solução. Veja que

$$\begin{array}{r|l} 3\,6\,5 & 7 \\ \cline{2-2} 1\,5 & 5\,2 \\ 1 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 3\,6\,6 & 7 \\ \cline{2-2} 1\,6 & 5\,2 \\ 2 & \end{array}$$

Logo, para que um ano tenha 53 domingos, ele deve começar em domingo, caso não seja bissexto, e em sábado ou domingo, caso seja bissexto. Analisemos esses dois casos separadamente:

- Em um ano não bissexto, os meses de Janeiro e Fevereiro têm, respectivamente, 31 e 28 dias. Uma vez que $31 + 28 + 8 = 67$, temos que o dia 8 de Março é o 67° dia do ano. Além disso,
$$\begin{array}{r|l} 6\,7 & 7 \\ \cline{2-2} 4 & 9 \end{array}$$
Portanto, o dia 8 de Março deve ser uma quarta-feira.

- Em um ano bissexto, contando um dia a mais em Fevereiro, o dia 8 de Março é o 68° dia do ano. Como
$$\begin{array}{r|l} 6\,8 & 7 \\ \cline{2-2} 5 & 9 \end{array}$$
temos que, se o ano começar em um sábado, então o dia 8 de Março será quarta-feira e, se o ano começar em um domingo, o dia 8 de Março será quinta-feira.

Assim, num ano com 53 domingos, o dia 8 de Março não pode ser uma sexta-feira. □

Exemplo 6 (FUVEST). *Se o mês de Dezembro tiver apenas* 4 *domingos, então o dia de Natal não poderá ser:*

(*a*) *Quarta-feira.*

(*b*) *Quinta-feira.*

(*c*) *Sexta-feira.*

(*d*) *Sábado.*

(e) *Domingo.*

Solução. Dezembro possui 31 dias. Como vimos no Exemplo 3, em meses assim três dias da semana ocorrem 5 vezes e os outro quatro dias da semana ocorrem 4 vezes, pois

$$\begin{array}{r|l} 31 & 7 \\ \cline{2-2} 3 & 4 \end{array}$$

Além disso, os quatro dias que ocorrem 4 vezes aparecem em sequência.

Como o mês de Dezembro em questão possui apenas quatro domingos, os quatro dias da semana que ocorrem quatro vezes podem ser:

(i) quinta, sexta, sábado e domingo;

(ii) sexta, sábado, domingo e segunda;

(iii) sábado, domingo, segunda e terça;

(iv) domingo, segunda, terça e quarta.

No caso (i), o primeiro dia do mês de Dezembro é uma segunda, no caso (ii) é uma terça, no caso (iii) é uma quarta e no caso (iv) uma quinta-feira. Desse modo, o dia 25 de Dezembro é quinta, sexta, sábado ou domingo, coforme ocorra o caso (i), (ii), (iii) ou (iv), respectivamente. Portanto, 25 de Dezembro não pode ser quarta-feira e a alternativa correta é a da letra (a). □

Exemplo 7 (OBMEP). *O aniversário de Carlinhos é no dia* 20 *de Julho. Em Agosto de* 2005*, ao preencher uma ficha em sua escola, Carlinhos inverteu a posição dos dois últimos algarismos do ano em que nasceu. A professora que recebeu a ficha disse: – Carlinhos, por favor, corrija o ano de seu nascimento, senão as pessoas vão pensar que você tem* 56 *anos! Qual é a idade de Carlinhos?*

(a) 15 *anos.*

(b) 14 *anos.*

(c) 13 *anos.*

(d) 12 *anos.*

(e) 11 *anos.*

Solução. Veja que a data em que o diálogo entre a professora e Carlinhos ocorreu é posterior ao aniversário de Carlinhos. Desse modo, ele já tinha aniversariado em 2005. Logo, ao inverter os dois últimos algarismos do ano em que nasceu, Carlinhos escreveu na ficha o ano $2005 - 56 = 1949$. Daí, deduzimos que ele deveria ter escrito 1994, que é o verdadeiro ano do seu nascimento. Portanto Carlinhos tem $2005 - 1994 = 11$ anos. A alternativa correta é a da letra (e). □

Exemplo 8 (VUNESP - Adaptada). *O relógio de parede que fica na sala da casa de Joaquim apresentou um defeito e começou a atrasar* 5 *segundos a cada* 36 *horas. Depois de* 240 *dias o relógio foi consertado. Qual o atraso apresentado pelo relógio nesses* 240 *dias?*

(a) 3 *minutos e* 20 *segundos.*

(b) 13 *minutos e* 20 *segundos.*

(c) 23 *minutos e* 20 *segundos.*

(d) 33 *minutos e* 20 *segundos.*

(e) 43 *minutos e* 20 *segundos.*

Solução. O relógio atrasou 5 segundos a cada 36 horas, logo, atrasou 10 segundos a cada 72 horas, que correspondem a 3 dias. Uma vez que $240 \div 3 = 80$, obtemos que em 240 dias o atraso foi de $80 \cdot 10 = 800$ segundos. Como

$$\begin{array}{r|l} 8\,0\,0 & 6\,0 \\ \cline{2-2} 2\,0\,0 & 1\,3 \\ 2\,0 & \end{array}$$

concluímos que 800 segundos correspondem a 13 minutos e 20 segundos. Assim, a alternativa correta é a da letra (b). □

Exemplo 9. *O matemático Augustus De Morgan nasceu e morreu no século XIX. Ele dizia: "Eu tinha x anos no ano x^2". Em que ano ele nasceu?*

Solução. Como Augustus De Morgan nasceu no século XIX, o ano de seu nascimento pode variar de 1801 até 1900. Examinando alguns quadrados perfeitos maiores que 40, pois $40^2 = 1600$, chegamos a $41^2 = 1681$, $42^2 = 1764$, $43^2 = 1849$ e $44^2 = 1936$. Assim, concluímos que De Morgan completou 43 anos no ano $43^2 = 1849$, de modo que o ano de seu nascimento foi $1849 - 43 = 1806$. □

Dicas para o Professor

Sugerimos que sejam utilizadas duas sessões de 50min para expor o conteúdo deste material. Recomendamos que o professor dê atenção especial à quantidade de repetições dos dias da semana ao longo de uma sequência de dias consecutivos, pois vários problemas tratam desse assunto. De fato, os alunos devem entender que se uma sequência de n dias consecutivos iniciar em um determinado dia da semana, então o quociente da divisão de n por 7 indicará as frequências dos dias da semana na sequência e o resto dessa divisão indicará o dia da semana em que a sequência de dias consecutivos terminará.