Material teórico – Óptica Geométrica I

Reflexão da luz, espelhos planos e suas propriedades

Segundo Ano do Ensino Médio

Autor: Thales Azevedo

Revisor: Lucas Lima

Portal da Física OBMEP

1. Leis da reflexão e espelhos planos

Quando um raio de luz encontra uma superfície que separa dois meios diferentes, ele pode tanto ser transmitido, e continuar se propagando no novo meio, quanto ser impedido de atravessar a superfície, retornando ao meio de origem. A primeira situação está associada ao fenômeno da **refração** da luz, que estudaremos mais adiante, enquanto no segundo caso ocorre a chamada **reflexão**, cujo estudo será iniciado nesta aula.

Diretamente ligada ao fenômeno da reflexão da luz, está a ideia de espelho, como veremos a seguir. Dois tipos de espelho são de particular importância: o **espelho plano**, que estudaremos neste texto, e os **espelhos esféricos**, que serão abordados no próximo módulo. Antes de discutir qualquer tipo de espelho, porém, é imprescindível falarmos de **superfícies refletoras**, o que faremos na próxima seção.

1.1 Superfícies refletoras

A superfície que separa dois meios distintos é, por definição, chamada de refletora, quando ela é capaz de interagir com os raios de luz que incidem sobre ela, de maneira a reemiti-los de volta para o meio de onde vieram, ou seja, quando a superfície é capaz de refletir os raios de luz incidentes. Podemos classificar as superfícies refletoras em duas categorias: superfícies *polidas* (ideais) e superfícies *não polidas* (rugosas).

Superfícies polidas são aquelas que, quando atingidas (em uma parte plana) por um feixe de luz composto de raios paralelos, refletem esses raios de tal modo que eles permanecem paralelos após a reflexão (veja a figura 1.a).

Superfícies não polidas, por sua vez, não preservam o paralelismo dos raios incidentes após a reflexão, devido à sua rugosidade (veja a figura 1.b).

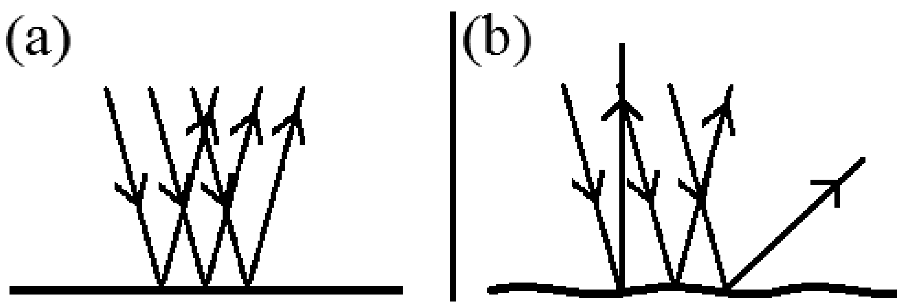

Figura 1: Superfícies refletoras. (a) Polida. (b) Não polida.

É claro que não existe na natureza uma superfície perfeitamente polida, sendo essa uma idealização. No entanto, chapas metálicas em geral podem ser tratadas de forma a atingirem altíssimos graus de polidez. Para a fabricação de espelhos, como os que costumamos encontrar em banheiros, por exemplo, é interessante usar superfícies as mais polidas possíveis.

Como nosso objetivo é estudar espelhos, no que se segue suporemos sempre que a superfície refletora analisada é polida.

1.2 Leis da reflexão

Conforme vimos, ao incidir sobre uma superfície refletora, um raio de luz é refletido, ou seja, reemitido de volta para o meio de origem. Mas de que maneira dá-se tal reflexão?

Para poder responder satisfatoriamente a essa pergunta, é conveniente definir entes geométricos de acordo com a tabela abaixo (veja também a figura 2):

Ente geométrico	Símbolo correspondente
Raio incidente	R.I.
Raio refletido	R.R.
Ângulo de incidência	θ_i
Ângulo de reflexão	θ_r
Reta normal	n

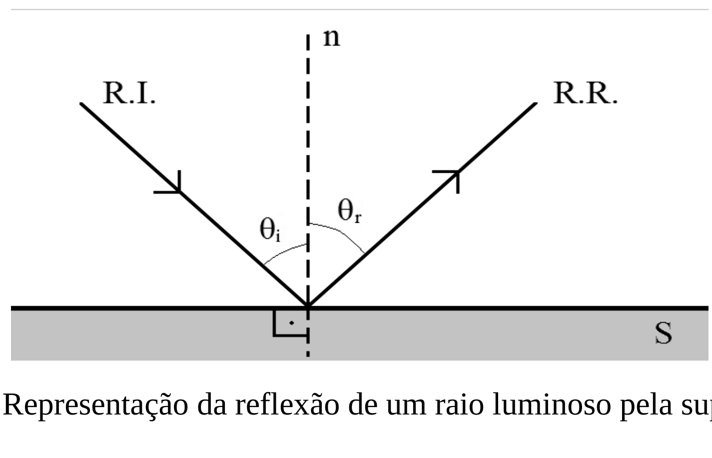

Figura 2: Representação da reflexão de um raio luminoso pela superfície S.

Dadas essas definições e a figura acima, podemos enunciar claramente as duas leis que caracterizam o fenômeno da reflexão:

1. O ângulo de reflexão (ângulo entre R.R. e a reta normal) é sempre igual ao ângulo de incidência (ângulo entre R.I. e a reta normal), ou seja, $\theta_r = \theta_i$.
2. R.R. sempre pertence ao plano definido por R.I. e a reta normal. Em outras palavras, R.R, R.I. e n pertencem ao mesmo plano, denominado *plano de incidência*.

1.3 Espelhos planos e a imagem de um ponto luminoso

Espelhos planos são objetos compostos por uma superfície refletora plana apoiada sobre um material não polido. Os espelhos que normalmente vemos pendurados em paredes são exemplos de espelhos planos. A representação esquemática de um espelho plano pode ser encontrada na figura 3. Note que a superfície refletora corresponde ao lado do espelho sem traços paralelos em suas extremidades.

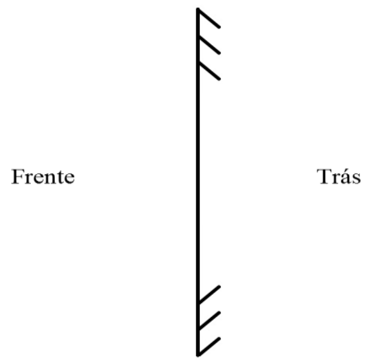

Figura 3: Representação de um espelho plano. Os traços paralelos indicam o lado não polido do espelho.

A partir das leis da reflexão enunciadas na seção anterior, podemos analisar a formação da imagem de um ponto luminoso através de um espelho plano. Considere um ponto luminoso *O* colocado a uma distância d_O de um espelho plano. Para localizar a imagem de *O*, é suficiente analisar dois raios luminosos quaisquer emitidos pelo objeto na direção do espelho.

Na figura 4, representamos um raio emitido na direção perpendicular (normal) ao espelho e um outro raio emitido em uma direção que faz um ângulo θ_i com a normal, além dos raios refletidos correspondentes. O ponto *I* onde está localizada a imagem é, então, determinado a partir do prolongamento dos raios refletidos para dentro do espelho (linhas tracejadas). Mais precisamente, o ponto *I* é dado pela interseção daqueles prolongamentos. Usando as leis da reflexão, não é difícil ver que os prolongamentos de todos os infinitos raios refletidos (dos quais representamos apenas dois) cruzam-se no ponto *I*, sendo esse o motivo de concluirmos que essa será a posição da imagem.

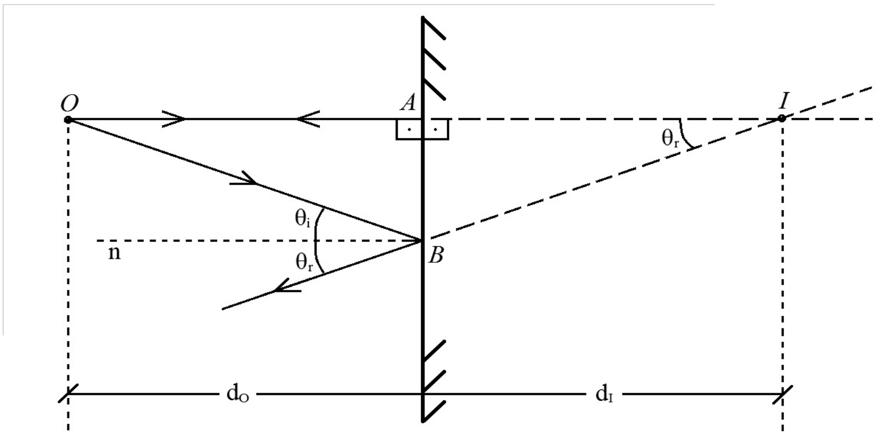

Figura 4: Imagem (*I*) de um ponto luminoso (*O*) através de um espelho plano.

Dada a distância do objeto até o espelho, denotada por d_O, podemos determinar a distância da imagem até o espelho, denotada por d_I, da seguinte maneira. Primeiramente, observe que o ângulo interno ao triângulo *OAB* com vértice em *O* (que não representamos na figura 4 para evitar sobrecarregá-la) tem a mesma medida de θ_i, uma vez que escolhemos o raio de luz representado pelo segmento de reta *OA* como paralelo à reta normal ao espelho em *B*. Além disso, as leis da reflexão implicam que $\theta_i = \theta_r$. Portanto, concluímos que os triângulos *OAB* e *IAB* possuem ângulos internos congruentes (de mesma medida), ou seja, são o que em Geometria chama-se de triângulos semelhantes. Assim, valem as seguintes relações entre os comprimentos dos seus lados:

$$\frac{OA}{IA} = \frac{AB}{AB} = \frac{OB}{IB}.$$

Como $OA = d_O$ e $IA = d_I$, a primeira igualdade acima é equivalente a $d_O/d_I = 1$, ou seja,

$$d_I = d_O.$$

Resumindo, chegamos à importante conclusão de que **a distância de um ponto luminoso até um espelho plano é igual à distância da sua imagem até o espelho**.

Por fim, perceba que uma pessoa só conseguiria observar a imagem do objeto luminoso *O* se estivesse localizada em um ponto *P* tal que o segmento de reta *IP* cruzasse o espelho. De fato, se *IP* não cruza o espelho, então não há nenhum raio de luz que seja emitido por *O*, refletido no espelho e então detectado pelos olhos da pessoa em *P*. Esse raciocínio está relacionado com o conceito de *campo visual*, que estudaremos na próxima seção.

2. Imagem de objeto extenso e campo visual de espelhos planos

Nesta aula vamos prosseguir com o estudo de espelhos planos. Uma vez que já mostramos como se forma a imagem de um ponto luminoso através do espelho plano, o próximo passo natural é discutir a **formação de imagens de objetos extensos** e suas características. Além disso, vamos introduzir e estudar o conceito de **campo visual**, mencionado anteriormente, ilustrando-o com um exemplo.

2.1 Formação de imagens de objetos extensos através do espelho plano

No texto sobre as leis da reflexão e espelhos planos, deduzimos que a distância de um ponto luminoso até o espelho plano é igual à distância da sua imagem ao espelho. Podemos, agora, considerar o caso de um objeto extenso, em vez de um ponto. Como um objeto é um conjunto de (infinitos) pontos, podemos aplicar o que sabemos sobre a formação da imagem de cada um deles para obter a formação da imagem de um objeto extenso. A figura 5 ilustra esse procedimento.

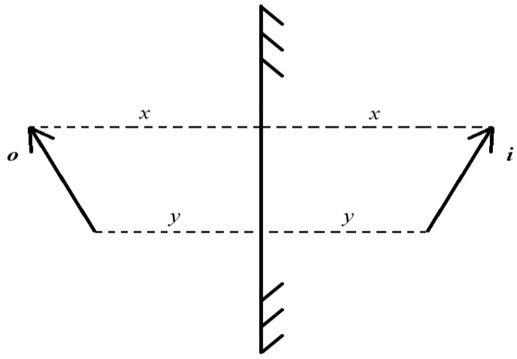

Figura 5: Formação da imagem ***i*** de um objeto extenso ***o*** através de um espelho plano.

A figura acima nos permite determinar várias características da imagem de um objeto (real) através de um espelho plano, as quais estão resumidas na tabela da próxima página. Primeiramente, podemos dizer que a imagem em questão é **virtual** (em vez de real), uma vez que ela é formada pelos *prolongamentos* dos raios luminosos refletidos no espelho (e não pelos raios em si). Vemos também que se trata de uma imagem **direita** (e não invertida), ou seja, sua extremidade mais alta corresponde à extremidade mais alta do objeto, ou, ainda, a imagem está "de cabeça para cima". Além disso, dizemos que a imagem é **normal** (e não maior ou menor), pois ela possui o mesmo tamanho que o objeto.

Aqui é interessante fazer uma pausa para esclarecer uma confusão que, às vezes, se faz com relação ao tamanho da imagem gerada pelo espelho plano. Podemos ter a impressão de que, à medida que nos aproximamos ou nos afastamos de um espelho plano, nossa imagem fica maior ou menor, respectivamente. Porém, isso não corresponde à realidade. O que acontece é que, quando alteramos nossa distância em relação ao espelho, o ângulo visual submetido pela imagem também se altera, e interpretamos isso erradamente como uma alteração no tamanho da imagem. Ou seja, trata-se apenas de um efeito visual, o mesmo que perceberíamos ao nos afastarmos de uma outra pessoa, sem nenhum espelho envolvido.

Finalmente, devido ao fato de que a imagem gerada no espelho tem, aparentemente, os lados direito e esquerdo trocados em relação ao objeto, diz-se que ela é **enantiomorfa**. Isso explica por que veículos de serviço, como ambulâncias têm palavras pintadas “ao contrário” em suas partes frontais: desse modo, as palavras aparecem da forma usual para motoristas que as leem através dos espelhos retrovisores (aproximadamente planos).

Característica da imagem	Significado resumido
Virtual	Formada pelos prolongamentos dos raios luminosos refletidos pelo espelho
Direita	“De cabeça para cima”, não invertida
Normal	Possui o mesmo tamanho que o objeto
Enantiomorfa	Possui os lados direito e esquerdo aparentemente trocados

Tabela 1: Características da imagem formada por um espelho plano.

2.2 Campo visual de um espelho plano

Vamos agora abordar o conceito de *campo visual* de um espelho, mencionado brevemente no final da primeira seção. Dados um espelho e um observador, definimos o campo visual como *toda a região que pode ser vista pelo observador através do espelho*, ou seja, o conjunto de todos os pontos a partir dos quais é possível emitir raios luminosos que sejam detectados pelo observador após serem refletidos no espelho.

Para determinar o campo visual de um espelho plano, é suficiente analisar os raios luminosos que chegam ao observador O, após serem refletidos nas extremidades do espelho. Por continuidade, o campo visual corresponderá, então, à região compreendida entre aqueles raios luminosos antes da reflexão. Tal tarefa é facilitada pela definição de um *observador virtual* O’ (o ponto imagem de O), como representado na figura 6.

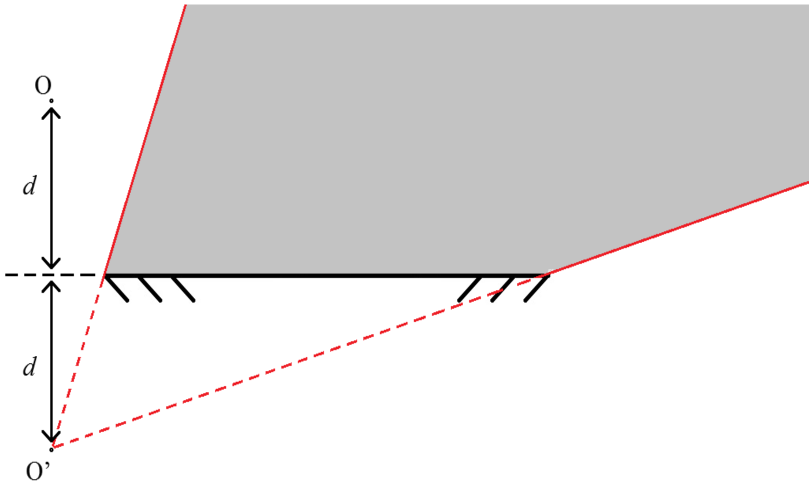

Figura 6: Campo visual (área cinza) de um espelho plano visto por um observador O.

De fato, todos os raios cujos prolongamentos passam por O' e por algum ponto do espelho são raios que atingem O após serem refletidos. Note que o campo visual do espelho aumenta quando nos aproximamos do mesmo, e diminui quando nos afastamos.

Exemplo: Na figura abaixo estão representados um observador O, um espelho plano e três pontos do espaço (*A*, *B* e *C*). Determine quais desses pontos podem ser vistos pelo observador através do espelho.

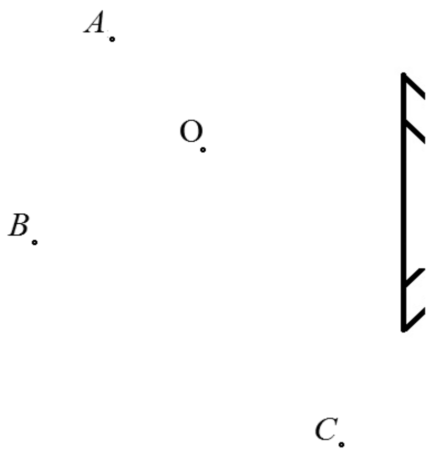

Figura 7: Situação referente ao enunciado do exemplo dado.

Para responder à pergunta feita, precisamos determinar o campo visual do espelho em questão relativo ao observador O. Assim, procedemos como antes, ou seja, começamos por encontrar a posição do observador virtual O’, que dista do espelho o mesmo que o observador O (real). Em seguida, traçamos as retas tangentes ao espelho que passam por suas extremidades e por O’, como na figura abaixo.

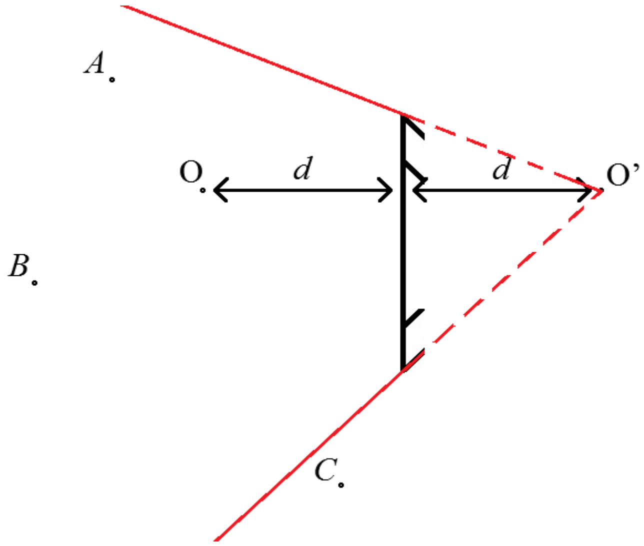

Figura 8: Situação referente à solução do exemplo dado.

A partir da figura 8, vemos facilmente que apenas os pontos *A* e *B* serão vistos pelo observador O através do espelho plano, uma vez que esses pontos estão contidos no campo visual do espelho, enquanto o ponto *C* está fora.

Perceba que, se o observador se aproximasse do espelho, ou seja, se a distância *d* diminuísse o suficiente, o campo visual aumentaria, e o ponto *C* também seria incluído no mesmo. Isso acontece porque, diminuindo a distância entre O e o espelho, automaticamente também diminui a distância entre O’ e o espelho, de modo que o ângulo cujo vértice é a posição de O’ fica maior. Faça um desenho para se convencer disso!

Por fim, gostaríamos de mencionar duas generalizações interessantes deste problema. Primeiro, poderíamos considerar a presença de um obstáculo, ou seja, um anteparo opaco S, fazendo com que o campo visual do espelho ficasse bastante reduzido, como ilustrado nas figuras 9 e 10. De fato, para obter o campo visual nessa situação, é necessário considerar também a imagem S’ do anteparo, uma vez que ele bloqueia não somente os raios luminosos que o atingem pela frente (caso dos raios partindo da região que contém o ponto *B* na figura 10), mas também os raios luminosos que o atingem por trás, ou seja, após serem refletidos pelo espelho plano.

Uma generalização um pouco mais complicada seria a consideração do problema em três dimensões. Neste caso, o campo visual seria o tronco de um cone cuja base tem o formato do espelho plano! Você consegue ver isso? Note que, nesse contexto, uma pirâmide é um caso particular de cone, ou seja, um cone cuja base tem formato poligonal.

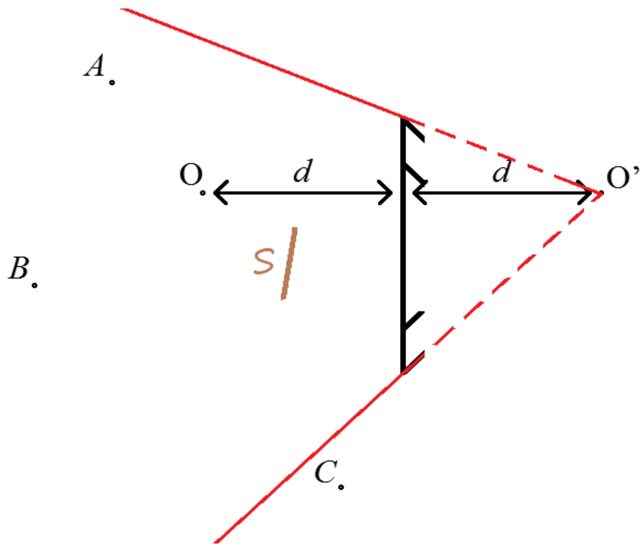

Figura 9: Generalização do exemplo na presença de um anteparo opaco S.

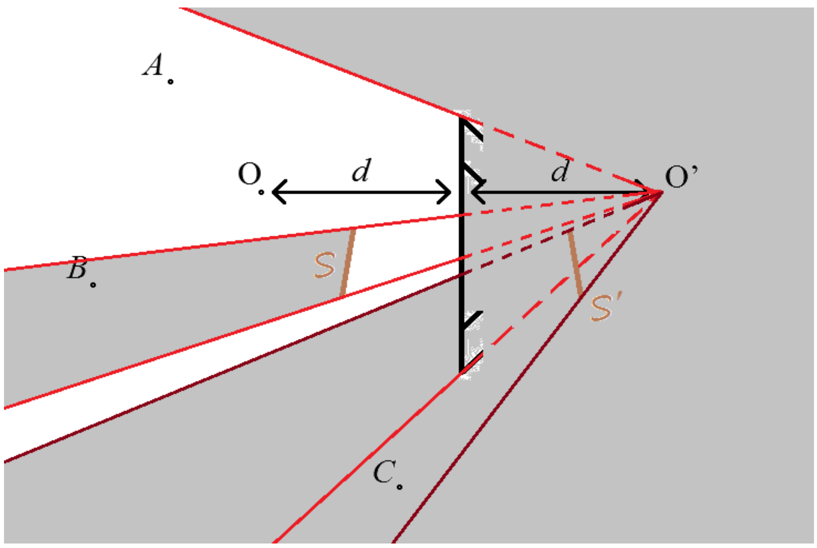

Figura 10: Campo visual na presença de um anteparo opaco S. Toda a região cinza *não* seria visível pelo observador O através do espelho. Note que, para obter o campo visual, é necessário considerar também a imagem S' do anteparo através do espelho plano.

3. Translação, rotação e associação de espelhos planos

Nas seções anteriores, consideramos sempre situações em que os espelhos planos estudados eram estáticos, ou seja, imóveis. Jamais nos perguntamos sobre os efeitos que uma mudança na posição do espelho poderia ter sobre a imagem formada. Neste texto, vamos investigar o que acontece com a imagem de um dado objeto quando o espelho plano que a forma sofre uma **translação** ou uma **rotação**.

Além disso, estudaremos a formação de imagens por uma **associação de espelhos planos**. Sabemos que os espelhos planos gozam da propriedade de **estigmatismo**, ou seja, dado um objeto pontual, é gerada apenas uma imagem, também pontual. Contudo, veremos que, ao associar dois espelhos planos, é possível gerar múltiplas imagens de um mesmo objeto, como ocorre em um caleidoscópio.

3.1 Translação de um espelho plano

Vamos agora começar a discutir efeitos relacionados ao movimento de um espelho plano. Ora, para falar de movimento, antes de mais nada precisamos estabelecer um referencial em relação ao qual se dá o movimento. No nosso caso, consideraremos sempre o referencial de repouso do objeto em questão, ou seja, um referencial em relação ao qual o objeto não se move.

As figuras 11 e 12 abaixo ilustram a situação em que o espelho sofre uma translação, variando sua posição de uma quantidade Δx na direção perpendicular ao mesmo.

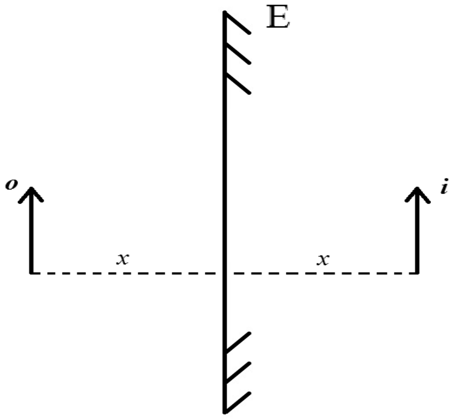

Figura 11: Objeto ***o*** e sua imagem ***i*** antes da translação do espelho plano E.

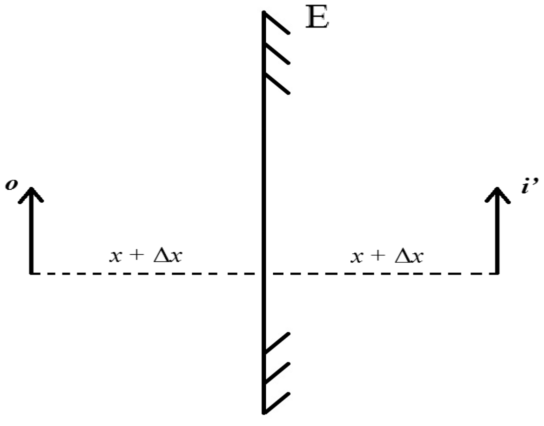

Figura 12: Objeto ***o*** e sua imagem ***i'*** depois da translação do espelho plano E.

Analisando as figuras acima, podemos obter um resultado bastante interessante. Note que, inicialmente (figura 11), a distância entre o objeto e a sua imagem era de $2x$. Após o espelho deslocar-se de Δx (figura 12), a distância entre o objeto e a sua nova imagem passa a ser de $2(x + \Delta x)$. Portanto, a distância entre a imagem e o objeto variou de $2(x + \Delta x) - 2x = 2\Delta x$. A conclusão é, então, que *sempre que um espelho plano sofre uma translação de* Δx *em relação a um dado objeto, a imagem do objeto sofre uma translação de* $2\Delta x$*, ou seja, o dobro da variação da posição do espelho*.

Aqui cabem também duas observações importantes. Primeiro, note que o resultado obtido vale tanto para o caso em que o espelho afasta-se do objeto ($\Delta x > 0$), como ilustrado na figura 12, quanto para o caso em que o espelho aproxima-se do objeto ($\Delta x < 0$). Além disso, se levarmos em conta o intervalo de tempo em que a translação ocorre, concluímos que *a velocidade com que a imagem afasta-se/aproxima-se do objeto é sempre o dobro da velocidade com que o espelho afasta-se/aproxima-se do objeto*.

Por fim, note também que, para qualquer translação em uma direção contida no plano do espelho, a imagem não se moverá.

3.2 Rotação de um espelho plano

Além da translação, uma outra possibilidade de alteração da configuração do espelho plano que podemos considerar é a rotação, que consiste em girar o espelho em torno de um dado eixo fixo. Antes de considerar um objeto e sua imagem, como fizemos no caso da translação, vamos investigar o que acontece com um único raio de luz que incide perpendicularmente sobre a superfície refletora de um espelho plano quando tal espelho sofre uma rotação de um ângulo θ.

Se um raio luminoso incide na direção da reta normal ao espelho, então ele é refletido nessa mesma direção, de acordo com o que vimos no texto sobre as leis da reflexão e espelhos planos. A figura 13 ilustra essa situação.

Se agora efetuamos uma rotação do espelho de um ângulo θ em relação ao eixo que passa por uma de suas extremidades, vemos que o raio luminoso passa a incidir obliquamente sobre o espelho plano, fazendo um ângulo α com a normal, como ilustrado na figura 14.

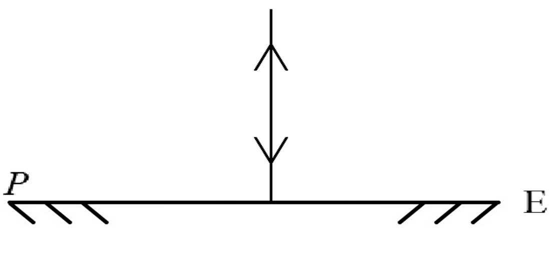

Figura 13: Raio luminoso incidindo perpendicularmente no espelho plano E.

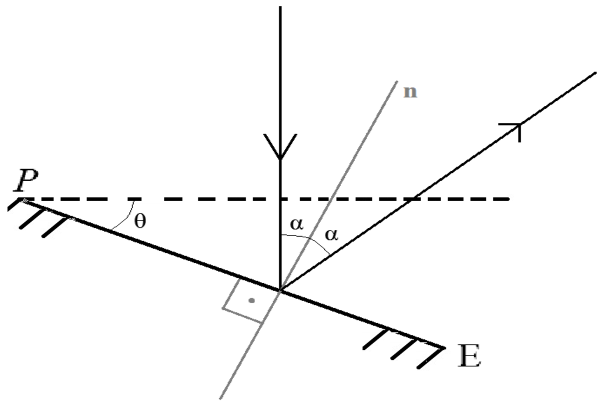

Figura 14: Raio luminoso incidindo obliquamente no espelho plano E, após esse sofrer uma rotação de um ângulo θ em relação ao eixo que passa por *P*.

Utilizando conhecimentos básicos de Geometria Plana (por exemplo, que a soma dos ângulos internos de um triângulo dá 180°), é fácil ver que α = θ. Portanto, a figura 14 permite-nos concluir que, *quando um espelho plano é rotacionado de um ângulo* θ*, o ângulo formado entre o raio incidente e o raio refletido varia de* 2θ. Repare que esse resultado lembra o que vimos no caso da translação.

Tal resultado tem como consequência o fato de que a imagem formada em um espelho plano também gira de um ângulo 2θ quando o espelho gira de um ângulo θ, desde que a superfície refletora do espelho permaneça voltada para o objeto. A figura 15 ilustra esse fenômeno. Note que tanto a imagem quanto o espelho giram em torno do mesmo eixo.

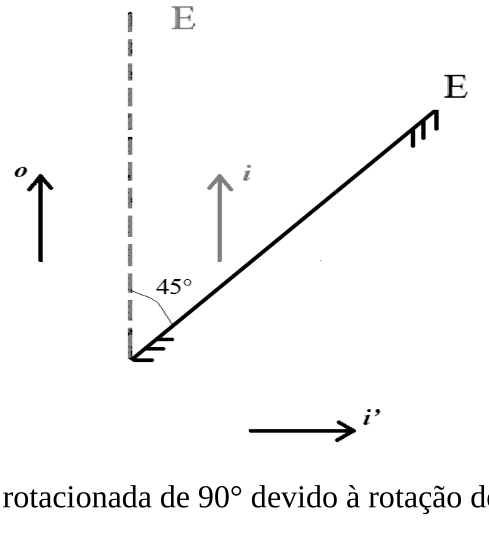

Figura 15: Imagem rotacionada de 90° devido à rotação de 45° do espelho plano E.

3.3 Associação de espelhos planos

Finalmente, concluímos este texto discutindo brevemente a formação de imagens por uma associação de dois espelhos planos que compartilham uma extremidade e formam um ângulo α entre eles. Quando colocamos um objeto na frente de uma tal associação de espelhos, em geral são formadas não apenas as duas imagens do objeto devidas à presença de cada espelho individualmente, mas também imagens dessas imagens, devidas aos raios luminosos que sofrem múltiplas reflexões. A figura 16 exemplifica esse fenômeno no caso em que α = 90°.

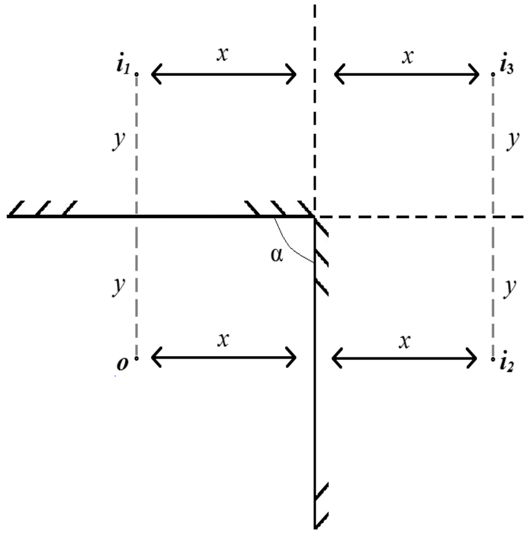

Figura 16: Geração de imagens por uma associação de dois espelhos planos a 90°.

Vemos que, neste caso, são formadas três imagens distintas do objeto ***o***. É interessante notar que a imagem $\boldsymbol{i}_3$, por ser formada por dupla reflexão, não é enantiomorfa (trocar o lado esquerdo pelo direito um número par de vezes é equivalente a não trocar nenhuma vez).

É possível encontrar uma expressão para o número N de imagens formadas por uma associação desse tipo quando α é um divisor de 360º. Nesse caso, N é dado pela seguinte fórmula empírica:

$$N = \frac{360°}{\alpha} - 1.$$

Note que a fórmula pode ser intuída da seguinte maneira: dada uma "fatia" de ângulo α, cabem exatamente $\frac{360°}{\alpha}$ fatias em um círculo completo. Pensando que o objeto encontra-se em uma dessas fatias entre os dois espelhos, será formada uma imagem em cada fatia restante, em um total de $\frac{360°}{\alpha} - 1$ imagens. A figura 17 ilustra esta ideia no caso em que α = 45°.

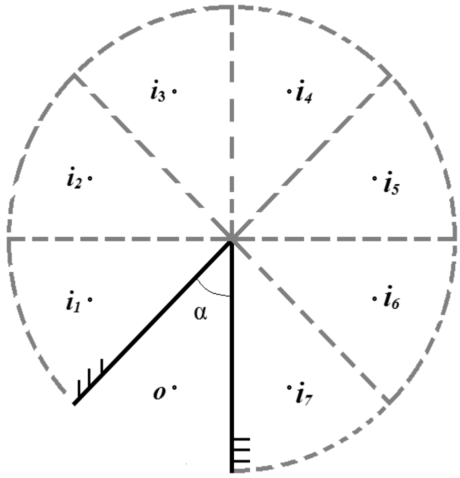

Figura 17: Para α = 45°, por exemplo, podemos dividir um círculo em 360°/α = 8 fatias iguais. Se posicionarmos um objeto ***o*** em uma dessas fatias, formada por dois espelhos planos, então serão geradas imagens em cada uma das outras 7 fatias.

Além disso, nos casos em que 360°/α dá um número ímpar, essa fórmula só é válida se o objeto estiver posicionado de forma simétrica em relação aos espelhos, ou seja, se ele estiver localizado no plano de simetria da associação, que faz um ângulo α/2 com cada espelho. De fato, para ângulos α e posições do objeto quaisquer, o problema da obtenção das imagens formadas por esse tipo de associação pode ficar bastante complicado! Mas isso está além dos objetivos deste texto introdutório.