

**Material teórico – Módulo Eletrostática III**

**Potencial Elétrico**

**Terceiro Ano do Ensino Médio**

**Autor: Vinicius Henning**

**Revisor: Lucas Lima**



## 1. Introdução

Nos nossos últimos textos nós falamos sobre força elétrica, campo elétrico e linhas de campo elétrico. Neste texto nós vamos introduzir a ideia de potencial elétrico. Para tal, vamos resgatar conceitos da mecânica e gravitação, como o potencial gravitacional e a energia potencial gravitacional, e construiremos o análogo elétrico.

### 1.1 Uma breve revisão sobre conceitos da mecânica clássica e gravitação

Em alguns momentos nos nossos textos anteriores, nós encontramos semelhanças entre conceitos da eletrostática e gravitação. Por exemplo, uma das motivações que usamos para definir campo elétrico a partir da força elétrica, foi inspirada pela relação entre a força peso e o campo gravitacional. Contudo, tais semelhanças não param por aí! A força gravitacional entre dois corpos de massa  $m$  e  $M$  separados por uma distância  $d$  é dada pela lei da gravitação:

$$F_g = m \left( \frac{GM}{d^2} \right),$$

onde, entre parênteses, é o que chamamos de campo gerado pelo corpo de massa  $M$ . A constante  $G$  é a constante de gravitação universal e vale  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$ . Se considerarmos  $M = M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{kg}$ , que é a massa da Terra, e usarmos como distância o raio da Terra  $d = R_T = 6378 \text{km}$ , obtemos  $(G M_T / R_T^2) = 9,8 \text{m/s}^2$ , que é a aceleração da gravidade na superfície da Terra, usualmente denotada por  $g$ . Note a semelhança entre a equação para a força gravitacional entre dois corpos massivos e a lei de Coulomb:

$$F_{el} = q \left( \frac{k_0 Q}{d^2} \right).$$

Ambas são inversamente proporcionais ao quadrado da distância. Os campos associados são lineares com respeito às entidades que os geram, isto é, o campo elétrico é linear a cada carga, e o campo gravitacional é linear a cada massa. Ambos possuem suas respectivas constantes de proporcionalidade,  $G$  e  $k_0$ . Devido às suas semelhanças, muitos dos conceitos utilizados na mecânica e gravitação também aparecem no eletromagnetismo, como a diferença de potencial e a energia potencial.

### 1.2 A energia potencial gravitacional

Quando consideramos uma partícula de massa  $m$  sob ação do campo gravitacional a uma altura  $d$  de um plano de referência, como ilustrado na Fig. (1) abaixo, qual a energia potencial gravitacional associada a essa partícula?

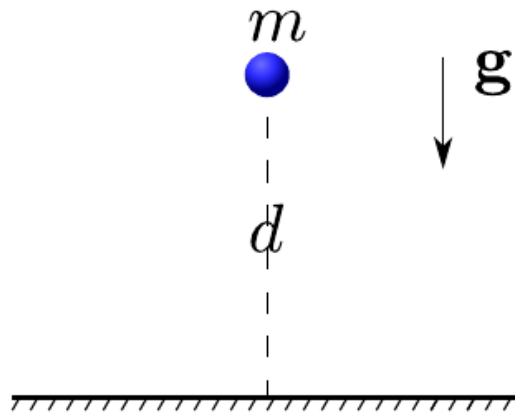


Fig. (1): Uma partícula de massa  $m$  a uma altura  $d$  do chão.

Como já sabemos, a energia potencial associada é  $E_{PG} = mgd$ , onde  $g = |\mathbf{g}|$ . Mas, em palavras, como podemos descrever a situação acima e a equação para  $E_{PG}$ ?

*O campo gravitacional da Terra,  $g$ , é responsável por atribuir aos corpos que têm massa uma quantidade de energia chamada energia potencial gravitacional. Essa quantidade de energia depende do campo gravitacional no ponto em questão e da distância  $d$  ao plano de referência – o qual está sendo usado como base para discussão do problema.*

É importante ressaltar que a informação física independe da escolha do plano, isto é, há uma certa arbitrariedade na escolha desse plano de referência. O que importa, fisicamente falando, é a **diferença de energia potencial entre dois pontos**. Todavia, semelhante ao que acontece com os vetores e a escolha da base vetorial para descrevermos o problema, podemos fazer escolhas que facilitam nossa descrição: no caso do problema descrito na Fig. (1), quando escolhermos o plano de referência como sendo a superfície da Terra, a energia potencial gravitacional naquele ponto é nula; de fato,  $mg_0 = 0$ . A energia potencial da esferinha de massa  $m$  a uma altura  $d$  é  $E_{PG} = mgd$ , de modo que o trabalho  $\tau$  necessário para levantar a massa do ponto de referência até a altura  $d$  é exatamente a energia potencial:

$$\tau = F \cdot d = mgd$$

A discussão que acabamos de fazer é válida na situação em que a partícula não se distancia muito da superfície da Terra, região onde a força gravitacional é dada por  $F_g = mg$ . Em geral, para duas partículas com massas  $m$  e  $M$  a uma distância  $d$ , a força é dada pela equação (1), e é possível mostrar que a energia potencial é dada por:

$$E_g = \frac{-GMm}{d}.$$

Note que nesse caso a referência foi tomada na situação em que as partículas estão muito distantes,  $d \rightarrow \infty$  - essa é a situação em que  $E_g = 0$ . Além disso, o sinal negativo pode ser explicado aproveitando a discussão acima: ao trazer as massas do ponto de referência até a distância  $d$ ,

estamos *aproximando* as duas massas, então é necessário fazer uma força *contra* o movimento dessas duas massas, isto é, o trabalho necessário para aproximar as duas massas é *negativo*.

### 1.3 O potencial gravitacional e a analogia com o potencial elétrico

De maneira análoga à força, a energia de interação dá-se entre dois corpos (o de massa  $m$ , que está sob a ação do campo gravitacional gerado pelo segundo corpo, de massa  $M$ ). O **potencial gravitacional**  $P_G$  é definido para todos os pontos do espaço, com relação a um sistema de coordenadas, tal que *caso exista num dado ponto A do espaço um corpo de massa m, a energia potencial daquele corpo é dada por  $E_{PG} = mP_G(A)$* , onde  $P_G(A)$  é o potencial gerado pelo corpo de massa  $M$  no ponto  $A$ . Assim, o potencial gravitacional num ponto  $A$ , que dista  $d$  de um dado plano de referência é dado por

$$P_G = -\left(\frac{GM}{d}\right).$$

Se construirmos uma tabela relacionando os parâmetros dos fenômenos elétricos e gravitacionais, temos o seguinte:

	Fenômenos gravitacionais	Fenômenos elétricos
<b>Constante de proporcionalidade</b>	$G$	$k_0$
<b>Interage via</b>	Massa (M)	Carga (Q)

Assim, usando a tabela acima, podemos pensar num potencial elétrico (representado pela letra  $V$ ), onde utilizaremos como base a fórmula para o potencial gravitacional. Com o auxílio da tabela acima, podemos escrever o potencial elétrico como

$$V = \frac{k_0 Q}{d}.$$

Note que o sinal de menos está ausente dessa vez, pois a força elétrica entre duas cargas de mesmo sinal é *repulsiva*, então para trazer duas cargas distantes entre si para uma distância  $d$  iremos realizar trabalho *positivo*.

E como podemos entender a equação acima? O que ela nos conta? Inspirado pela discussão que fizemos sobre potencial e energia potencial gravitacional, o potencial elétrico  $V = \frac{k_0 Q}{d}$ , é o potencial gerado por uma carga  $Q$  a uma distância  $d$ , tal que caso seja colocada uma carga  $q$  nesse ponto, tal carga adquire uma energia potencial elétrica dada por  $E_{PE} = q\left(\frac{k_0 Q}{d}\right)$ .

Novamente, a análise dimensional torna-se indispensável no nosso trabalho, e a unidade de potencial elétrico é:

$$[V] = \frac{[E_{PE}]}{[q]} = J/C$$

isto é, joule por coulomb. Essa unidade foi usada para homenagear um grande cientista do século XIX, Alessandro Volta, que inventou a bateria química (ou célula voltaica). Então, a unidade  $J/C$  é chamada de Volt e é representada pela letra  $V$ . Assim

$$[V] = V = J/C$$

Note que o potencial elétrico e sua unidade são representados pela mesma letra  $V$ , mas são conceitos diferentes!

O potencial elétrico traz muitos benefícios, do ponto de vista de cálculo, quando comparado ao campo elétrico, pois é uma grandeza escalar. Assim, como veremos mais pra frente, o potencial resultante gerado por duas cargas diferentes será simplesmente a soma dos valores dos potenciais gerados por cada carga, sem nos preocuparmos com projeções de vetores e outras complicações que acontecem no caso do cálculo do campo elétrico.

Nota: semelhante à discussão feita com relação ao plano de referência no caso do potencial gravitacional, o mesmo tem de ser discutido no caso do potencial elétrico. Quando nós escrevemos tal fórmula, nós estamos assumindo a diferença de potencial entre dois pontos, mas o outro ponto escolhido é um ponto onde o potencial é zero. Analisando a fórmula do potencial elétrico

$$V = \frac{k_0 Q}{d},$$

você consegue imaginar que ponto é esse? Note que quanto maior for a distância  $d$ , menor será o valor do potencial. *No limite que  $d$  vai a infinito, o potencial elétrico torna-se zero.* Então, o valor de potencial nulo é o infinito. Nós veremos nos nossos exercícios como o potencial elétrico auxilia-nos em cálculos e numa melhor compreensão dos problemas. Vamos também fazer uma abordagem um pouco diferente da utilizada aqui para a derivação do potencial elétrico, que nos ajudará a entender ainda melhor o significado do potencial elétrico e também essa escolha de “ponto no infinito de potencial nulo”.

## 2. O comportamento do potencial elétrico

Nós vimos que o valor do potencial elétrico gerado por uma carga  $Q$ , num ponto  $A$  que dista  $d$  da carga  $Q$ , como ilustrado na Fig. (1) abaixo, é dado por

$$V_A = \frac{kQ}{d}.$$

É interessante reforçar o caráter escalar do potencial elétrico: diferentemente do campo elétrico e da força elétrica, nós não precisamos nos preocupar com módulos, decomposição de forças e outras complicações que aparecem devido ao caráter vetorial do campo elétrico (e da força elétrica). O potencial no ponto  $A$  é completamente descrito pela fórmula acima.

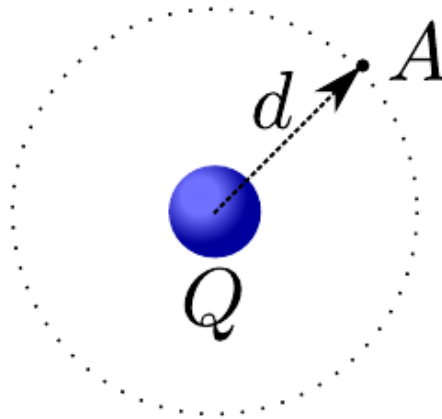


Fig. (2): Ilustração da carga puntiforme  $Q$ , que gera um potencial elétrico em todos os pontos do espaço ao seu redor. Consideramos um ponto  $A$ , que dista  $d$  da carga. Representamos pela linha pontilhada a circunferência de raio  $d$ , onde o potencial é constante e igual ao seu valor no ponto  $A$ . Essa circunferência é o que chamamos de curva equipotencial.

Além disso, é interessante notar que, fixada uma distância  $d$  da carga puntual  $Q$ , o potencial elétrico é constante em toda uma esfera de raio  $d$  centrada na carga. O mesmo acontece com o **módulo** do vetor campo elétrico. Todavia, como o campo elétrico é um vetor, apesar do seu módulo ser constante na superfície da esfera, a direção que ele “aponta” muda ponto a ponto nesta superfície, então o *vetor* campo elétrico não é constante nessa esfera. Como nós vamos discutir em um momento, as superfícies de potencial constante são chamadas de *superfícies equipotenciais*.

Vamos agora discutir de forma mais quantitativa o potencial elétrico. Nós vamos, por simplicidade, analisar o comportamento gráfico do potencial para uma carga positiva. Se fixarmos o valor da carga  $Q$  e aumentarmos a distância  $d$ , o potencial vai ficando cada vez menor até que, no limite que  $d$  vai a infinito, o potencial é zero. Quanto mais próximo estamos da carga  $Q$ , maior é esse potencial. Para uma carga negativa, o comportamento é similar, mas o sinal do potencial é negativo. Tal comportamento inversamente proporcional à distância é representado na Fig. (3), à esquerda. A curva azul representa a **dependência do potencial elétrico com a distância** para uma carga positiva, e a curva vermelha representa a dependência do potencial elétrico para uma carga negativa.

Na Fig. (3) à direita, nós fixamos a distância  $d$  e alteramos o valor da carga. Como o potencial é linearmente proporcional à carga, o gráfico é uma linha reta com coeficiente angular  $k_0/d$ . Se considerarmos o caso em que temos uma carga negativa, o potencial adquire valores negativos.

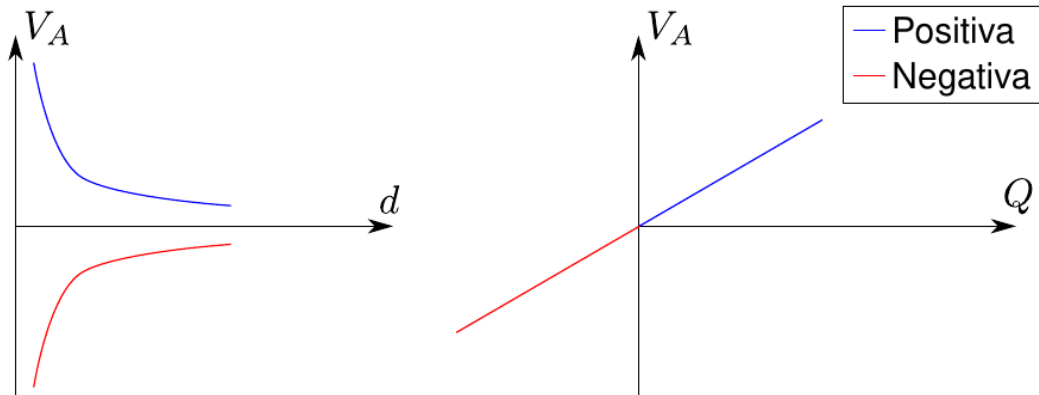


Fig. (3): Gráficos mostrando o comportamento do potencial como função da distância (para um valor fixo de  $Q$ ), à esquerda, e como função da carga  $Q$  (para uma distância fixa  $d$ ), à direita. Enquanto a primeira curva é uma hipérbole, a segunda é uma reta (pois o potencial é linear em  $Q$ ).

A fim de curiosidade, podemos também combinar essas duas características num gráfico só

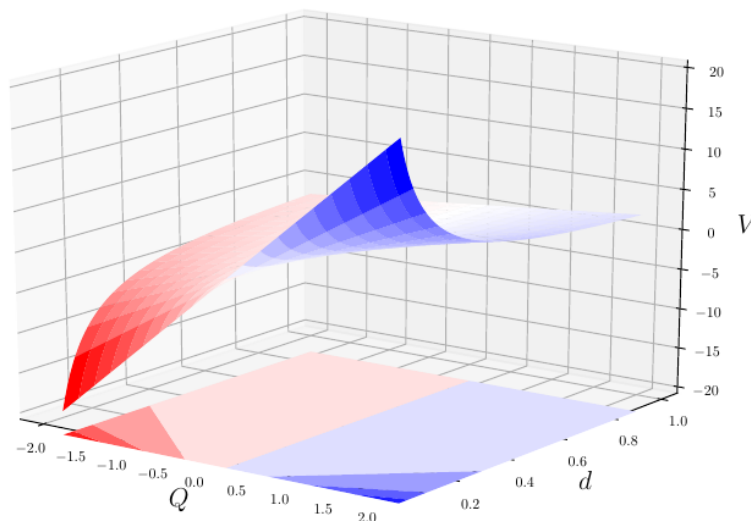


Fig. (4): Esta figura mostra a superfície gerada pelo potencial quando variamos a distância e a carga. Note que quando a carga (eixo  $Q$ ) torna-se negativa, o potencial também se torna negativo (ilustrado em vermelho). Quando a carga  $Q$  é positiva, o potencial também é positivo (parte da superfície em azul). Além disso, conforme percorremos o sentido positivo de  $d$ , afastando-nos do ponto  $d = 0$ , o potencial diminui e se aproxima de zero, como esperado. Note também, que como discutido anteriormente, ao longo do eixo  $Q$ , o potencial é uma linha reta, enquanto que ao longo de  $d$  o gráfico é uma hipérbole.

### 3. A diferença de potencial elétrico entre dois pontos

Uma quantidade muito conhecida de todos nós, e agora começamos a nos aproximar de conceitos do nosso cotidiano, é a *diferença de potencial* (também chamada pelo seu acrônimo, *DDP*). Quando vamos comprar um aparelho eletrodoméstico, muitas vezes precisamos verificar a diferença de potencial a que esse aparelho precisa ser submetido, geralmente tais aparelhos

funcionam a 110 Volts de diferença de potencial (alguns funcionam a 220 Volts). *Mas o que vem a ser a diferença de potencial?* Você deve estar se perguntando. A diferença de potencial é simplesmente a diferença de potencial entre dois pontos no espaço. Se considerarmos dois pontos no espaço, *A* e *B*, como ilustrado na Fig. (5) abaixo, a diferença de potencial, definida como  $U_{AB}$  é dada por

$$U_{AB} = V_A - V_B$$

$$\frac{kQ}{d_A} - \frac{kQ}{d_B}$$

$$\frac{kQ}{d_A} \left( 1 - \frac{d_A}{d_B} \right).$$

Como em nosso exemplo temos  $d_A < d_B$  (veja Fig. (5)), a quantidade entre parênteses é positiva e temos uma diferença de potencial positiva,  $U_{AB} > 0$ . Note que  $U_{AB} = -U_{BA}$ ,

$$U_{BA} = V_B - V_A$$

$$\frac{kQ}{d_B} - \frac{kQ}{d_A}$$

$$\frac{kQ}{d_A} \left( \frac{d_A}{d_B} - 1 \right) = -U_{AB};$$

como  $\frac{d_A}{d_B} < 1$ , a quantidade é negativa, como era de se esperar (visto que  $U_{AB} > 0$ ).

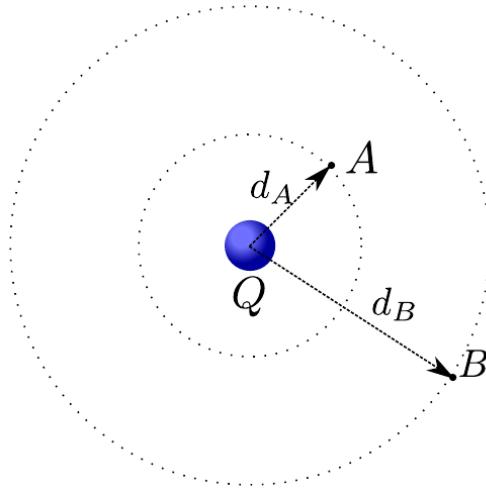


Fig. (5): Ilustração para a diferença de potencial entre dois pontos, *A* e *B*. Como *B* está mais afastado da carga, o potencial gerado pela carga no ponto *B* é menor que o potencial gerado pela carga no ponto *A* em módulo. Assim,  $U_{AB} = V_A - V_B > 0$ .

#### 4. A energia potencial elétrica $E_{EL}$

Na primeira parte do nosso texto, nós deduzimos a fórmula do potencial elétrico fazendo analogias com conceitos já familiares da mecânica. Uma das analogias que fizemos é que a energia potencial gravitacional ( $E_{PG}$ ) num dado ponto *A* era dada por  $E_{PG} = mP_G(A)$ . A massa *m* é colocada no ponto *A*, onde neste ponto existe um potencial gravitacional gerado por um segundo corpo de massa *M*. De maneira análoga, nós deveríamos ter uma energia potencial elétrica,  $E_{EL}$ , que deveria ser dada por



$$E_{EL} = qV(A),$$

onde uma segunda carga, por exemplo,  $Q$ , gera no ponto  $A$  um potencial  $V(A)$ . Ao colocar uma carga  $q$  no ponto  $A$ , essa adquire uma energia potencial elétrica pelo fato de estar na presença de um potencial elétrico. Assim, se abrirmos a fórmula do potencial elétrico em  $E_{EL}$ , obtemos

$$E_{EL} = \frac{k_0 qQ}{d},$$

onde  $d$  é a distância entre as duas cargas.

A unidade de energia é Joule, como sabemos desde a mecânica. Todavia, como estamos no contexto de fenômenos elétricos, uma nova escala de medida aparece: o *elétron-volt*. O elétron-volt é definido a partir da seguinte pergunta: *qual a energia necessária para um elétron vencer a barreira potencial de 1 volt?*

Como nós sabemos agora, e lembrando que a carga do elétron é  $1,6 \cdot 10^{-19} C$ ,

$$E_{EG} = qV = (1,6 \cdot 10^{-19})(1)J \equiv 1eV.$$

Note que é uma energia muito pequena, um elétron-volt é cerca de  $10^{19}$  vezes menor que um Joule. Assim, para muitos fenômenos elétricos é conveniente expressar a energia em elétron-volt, em vez Joule.

No próximo texto discutiremos em mais detalhe superfícies equipotenciais e trabalho de força elétrica e a relação entre energia potencial elétrica e trabalho.