

Material Teórico - Módulo de Frações, O Primeiro Contato

Frações e Suas Operações - Parte 4

Sexto Ano do Ensino Fundamental

Autor: Prof. Ulisses Parente
Revisor: Prof. Antonio Caminha

23 de novembro de 2025



**PORTAL DA
MATEMÁTICA**
OBMEP

Dando continuidade ao estudo das operações aritméticas com frações, discutimos neste material a multiplicação de frações.

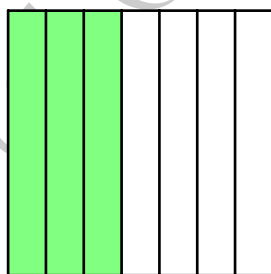
1 Multiplicação de frações

Iniciamos com a discussão do exemplo a seguir, ao longo da qual o conceito de multiplicação de frações será introduzido.

Exemplo 1. *Gabriel separou $\frac{3}{7}$ das figurinhas que tinha para distribuir com seus primos. Então, ele deu $\frac{4}{5}$ das figurinhas que separou para Chico, que é seu primo favorito. Qual a fração do total de figurinhas de Gabriel que Chico recebeu?*

Solução. A quantidade de figurinhas que Gabriel tinha inicialmente pode ser representada por um quadrado, que foi dividido em sete retângulos iguais, por cortes verticais (de sorte que cada retângulo represente $1/7$ das figurinhas que Gabriel possuía).

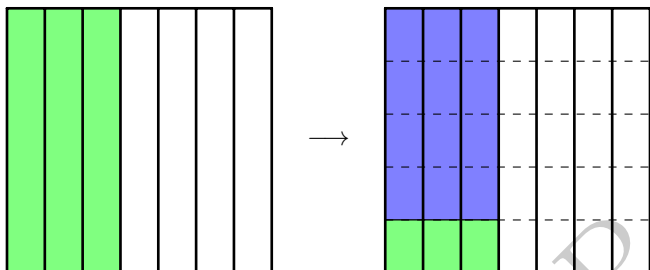
Pintamos 3 desses retângulos para representar a fração das figurinhas que Gabriel separou para dividir com os primos.



No enunciado, é dito que Gabriel deu $\frac{4}{5}$ das figurinhas que separou para Chico. Por isso, é conveniente dividirmos cada um desses retângulos verticais em 5 partes iguais, gerando retângulos menores. Assim fazendo, o quadrado fica dividido em $5 \times 7 = 35$ retângulos iguais.

Como a fração do total de figurinhas que Chico recebeu corresponde a $\frac{4}{5}$ da parte pintada de verde, pintamos de azul quatro dos cinco retângulos menores de cada retângulo

vertical verde, totalizando $4 \times 3 = 12$ retângulos menores azuis (acompanhe na figura a seguir).



Então, a fração dos retângulos azuis é igual a

$$\frac{4 \times 3}{5 \times 7} = \frac{12}{35}$$

do total de retângulos menores, e essa fração representa a fração do total de figurinhas dadas a Chico, dentre as inicialmente possuídas por Gabriel.

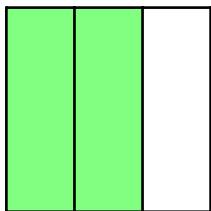
Definimos essa fração $\frac{12}{35}$ como o produto $\frac{4}{5} \times \frac{3}{7}$, de modo que

$$\frac{4}{5} \text{ de } \frac{3}{7} = \frac{4}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{4 \times 3}{5 \times 7} = \frac{12}{35}.$$

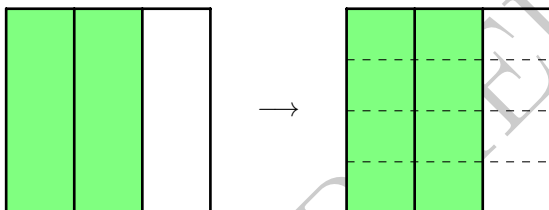
□

Exemplo 2. *Uma herança em dinheiro foi distribuída entre os três filhos de Manoel. Ao mais velho coube $\frac{2}{3}$ do total, enquanto o filho do meio recebeu $\frac{3}{4}$ do restante. O filho caçula recebeu o que restou depois de distribuídas as partes dos dois primeiros. Qual a fração da herança recebida pelo filho do meio e pelo filho caçula?*

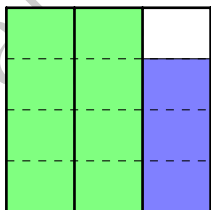
Solução. Vamos representar a herança por um quadrado, inicialmente dividido em 3 retângulos iguais, dos quais pintamos de verde dois deles, para representar a fração $\frac{2}{3}$, que foi recebida pelo filho mais velho.



Agora, como é dito que o filho do meio recebeu $\frac{3}{4}$ do restante, dividimos cada um dos retângulos da figura acima em 4 retângulos menores.



O filho do meio recebeu $\frac{3}{4}$ do que restou, ou seja, $\frac{3}{4}$ do retângulo não pintado de verde na figura acima. Por isso, pintamos de azul 3 dos 4 retângulos brancos menores, para representar a parte da herança recebida por esse filho.



Veja que a figura deixa claro que a parte da herança recebida pelo filho do meio corresponde a $\frac{3 \times 1}{4 \times 3} = \frac{3}{12}$ do total. Em termos de multiplicação de frações, isso pode ser escrito como

$$\frac{3}{4} \text{ de } \frac{1}{3} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{3 \times 1}{4 \times 3} = \frac{3}{12}$$

do total da herança.

Por fim, coube ao caçula o restante, qual seja, fração da herança correspondente à diferença

$$1 - \frac{2}{3} - \frac{3}{12}.$$

Isso é o mesmo que

$$\frac{12}{12} - \frac{8}{12} - \frac{3}{12} = \frac{12}{12} - \frac{11}{12} = \frac{1}{12}.$$

□

Generalizando a discussão acima, para multiplicar frações procedemos do seguinte modo:

Multiplicação de frações: o produto de duas frações é a fração cujo numerador é o produto dos numeradores e cujo denominador é o produto dos denominadores das frações dadas.

Em símbolos, podemos reescrever a regra acima da seguinte forma:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}.$$

Por exemplo, para calcular a fração que corresponde a $\frac{4}{9}$ de $\frac{2}{3}$, multiplicamos numeradores e denominadores:

$$\frac{4}{9} \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{9 \times 3} = \frac{8}{27}.$$

Vejamos mais alguns exemplos.

Exemplo 3. *Clotilde distribuiu certa quantidade de bombons de chocolate a seus três sobrinhos. Tobias, o mais velho dos três, recebeu $\frac{1}{3}$ do total de bombons. Adalberto, o mais jovem, recebeu $\frac{3}{7}$ do que restou depois que Tobias recebeu sua parte. André recebeu os 16 bombons restantes. Sabendo que Adalberto deu $\frac{1}{4}$ de seus bombons a Marcela, sua namorada, pergunta-se: quantos bombons Marcela recebeu?*

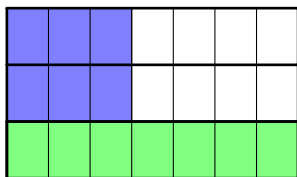
- (a) 2.
 (b) 3.
 (c) 4.
 (d) 12.
 (e) 42.

Solução. Aqui, uma dificuldade inicial é que não sabemos o total de bombons distribuídos. Para compensar esse fato, sabemos que André recebeu os 16 bombons que restaram após Tobias e Adalberto receberem seus bombons. Portanto, a estratégia inicial é descobrir que fração do total corresponde aos 16 bombons recebidos por André.

Representando o total de bombons pelo retângulo maior na figura abaixo, dividimo-lo em três retângulos menores iguais, pintando um de verde para representar o $\frac{1}{3}$ recebido por Tobias.



Depois que Tobias recebeu sua parte, restaram $\frac{2}{3}$ do total de bombons, que estão representados na figura pelas duas partes brancas. Uma vez que Adalberto recebeu $\frac{3}{7}$ desse restante, para representar a fração recebida por ele dividimos cada retângulo horizontal em 7 retângulos menores e, em cada uma das duas linhas brancas, pintamos de azul 3 desses 7 retângulos menores (pintamos 3 das 7, pois Adalberto recebeu $\frac{3}{7}$ do que restou). O resultado é mostrado na próxima figura.



Assim, Adalberto recebeu

$$\frac{3}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{21}$$

dos bombons, fração que corresponde aos 6 retângulos menores pintados de azul.

Dessa forma, as partes de Tobias e Adalberto, somadas, correspondem a todos os retângulos pintados de azul ou verde:

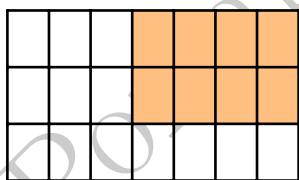
$$\frac{1}{3} + \frac{6}{21} = \frac{7}{21} + \frac{6}{21} = \frac{13}{21}.$$

Por conseguinte, os oito retângulos que ficaram brancos na última figura correspondem à fração

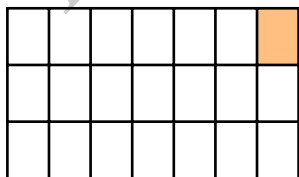
$$\frac{21}{21} - \frac{13}{21} = \frac{8}{21}$$

de bombons recebida por André, isto é, correspondem a 16 bombons. Então, cada retângulo menor, que corresponde a $\frac{1}{21}$ dos bombons, é o mesmo que $16 \div 8 = 2$ bombons.

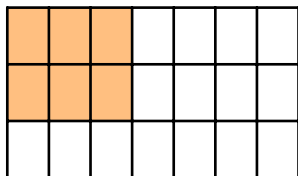
Por fim, como Adalberto recebeu $\frac{6}{21} = 6 \times \frac{1}{21}$, ele recebeu $6 \times 2 = 12$ bombons. A seguinte sequência de figuras ajuda a entender por que Adalberto recebeu 12 bombons:



$$\frac{8}{21} \longleftrightarrow 16 \text{ bombons}$$



$$\frac{1}{21} \longleftrightarrow 16 \div 8 = 2 \text{ bombons}$$



$$\frac{6}{21} \longleftrightarrow 6 \times 2 = 12 \text{ bombons}$$

Como ele deu $\frac{1}{4}$ dos bombons que recebeu para Marcela, concluímos que ela recebeu

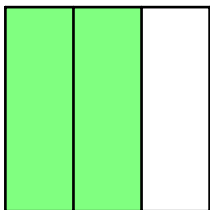
$$\frac{1}{4} \times 12 = \frac{12}{4} = 3 \text{ bombons.}$$

Assim, a alternativa correta é a da letra (b). □

Exemplo 4 (CMF). Catarina observou que $\frac{2}{3}$ da quantidade de fotos que possui em seu celular são selfies; $\frac{3}{4}$ do restante são fotos que salvou após ter recebido em aplicativos de mensagens e as 26 que sobraram são capturas de tela. Ela verificou, ainda, que $\frac{9}{13}$ da quantidade de selfies foram tiradas com suas amigas. Quantas selfies com suas amigas Catarina tem em seu celular?

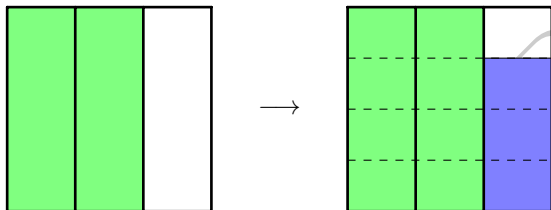
- (a) 144.
- (b) 208.
- (c) 216.
- (d) 286.
- (e) 312.

Solução. Utilizemos um quadrado para representar a quantidade total de fotos que Catarina possui em seu celular.



Dividindo esse quadrado em três retângulos iguais e pintando de verde dois deles, obtemos uma representação para a fração correspondente à quantidade de selfies.

Agora, dividimos cada um dos três retângulos em quatro retângulos menores, pintando de azul 3 dos quatro retângulos menores que formam a parte branca para representar os $\frac{3}{4}$ do restante — que correspondem às fotos que Catarina salvou, recebidas em aplicativos de mensagens.



Como restou somente um retângulo menor não pintado, a fração que corresponde às fotos que são capturas de tela é $\frac{1}{12}$. Dessa forma, $\frac{1}{12}$ do total correspondem a 26 fotos. Logo, o total de fotos que Catarina possui em seu celular é $12 \times 26 = 312$. Calculando o total de selfies, obtemos

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} \text{ de } 312 &= \frac{2}{3} \times 312 = \frac{2 \times 312}{3} \\ &= 2 \times \frac{312}{3} = 2 \times 104 \\ &= 208. \end{aligned}$$

Por fim, a quantidade de selfies com as amigas é dada por $\frac{9}{13}$ de 208, ou seja,

$$\frac{9}{13} \times 208 = \frac{9 \times 208}{13} = 9 \times \frac{208}{13} = 9 \times 16 = 144.$$

Assim, a alternativa correta é a da letra (a).

□

Sugestões para o Professor

Optamos por uma abordagem a partir da resolução de problemas para que os alunos possam perceber situações nas quais a multiplicação de frações deve ser utilizada e é naturalmente sugerida. Aqui, um fato importante a ser destacado é que a multiplicação de frações aparece sempre que uma certa situação-problema mencionar uma *fração de fração*.

Recomendamos que o professor proponha problemas adicionais, com menor e maior dificuldades, quando comparados aos que foram apresentados neste material, a depender do nível da turma. É possível que os alunos mais adiantados resolvam alguns dos problemas em uma quantidade menor de passos, utilizando cálculo mental. Nesses casos, recomendamos que o professor tenha bastante cuidado ao avaliar as soluções dadas por esses alunos, procurando entendê-las e, caso estejam corretas, valorizá-las.

Dois encontros de 50 minutos devem ser suficientes para cobrir o conteúdo deste material.