# Material Teórico - Módulo de FRAÇÃO COMO PORCENTAGEM E COMO PROBABILIDADE

## Exercícios sobre Frações como Porcentagens

**Sexto Ano do Ensino Fundamental**

**Autor: Prof. Francisco Bruno Holanda**
**Revisor: Prof. Antonio Caminha Muniz Neto**

PORTAL DA MATEMÁTICA
OBMEP

# 1 Introdução

Neste material, daremos continuidade ao conteúdo iniciado no anterior. Mais precisamente, faremos alguns exercícios nos quais utilizaremos a equivalência entre frações e porcentagens. Lembre-se de que a porcentagem é uma medida *relativa* e não *absoluta*. Portanto, ela deve ser sempre interpretada como parte de uma totalidade. Mantenha a atenção redobrada em problemas nos quais porcentagens diferentes representam diferentes totalidades.

**Exercício 1.** *Uma empresa de tecnologia lançou um novo tipo de automóvel, que em testes foi capaz de percorrer uma distância* $80\%$ *maior do que aquela percorrida pelo modelo tradicional mais econômico, utilizando um tanque de combustível de mesma capacidade. Porém, esse novo carro requer o uso de um combustível que é* $20\%$ *mais caro do que o combustível atual (gasolina). Sabendo que o carro mais antigo consegue percorrer* $180km$ *com* $100$ *reais de gasolina, quantos quilômetros poderão ser percorridos pelo novo veículo, caso este também seja abastecido com* $100$ *reais?*

**Solução.** Uma vez que o novo modelo é capaz de percorrer uma distância $80\%$ maior que a percorrida pelo carro antigo com um tanque de mesma capacidade, concluímos que, se o modelo tradicional percorrer $180km$, então o novo modelo será capaz de percorrer $\frac{80}{100}\cdot 180 = 144$ quilômetros a mais, totalizando $180 + 144 = 324$ quilômetros.

Por outro lado, como o combustível do novo modelo é $20\%$ mais caro, para que ele percorra esses $324km$ será necessário gastar $\frac{20}{100}\cdot 100 = 20$ reais a mais, totalizando $120$ reais de combustível. Assim, caso o carro seja abastecido somente com $100$ reais, ele poderá percorrer

$$\frac{324}{120}\cdot 100 = 270$$

quilômetros. □

**Exercício 2.** *A massa de gordura de uma certa pessoa corresponde a* $20\%$ *de sua massa total. Essa pessoa, pesando* $100$ *quilos, fez um um regime e perdeu* $40\%$ *de sua gordura, mantendo os demais índices. Quantos quilogramas ela pesava ao final do regime?*

**Solução.** Como $20\%$ da massa total dessa pessoa corresponde à massa de gordura, ela tinha $20\% \cdot 100 = 20$ quilos de gordura no iniício do regime. Ela perdeu $40\%$ dessa gordura, ou seja, perdeu $40\% \times 20 = 8$ quilos de gordura. Como manteve os demais índices, ao final do regime ela passou a pesar $100 - 8 = 92$ quilos. □

**Exercício 3.** *O tanque do carro de Esmeralda, com capacidade para* $60$ *litros, contém uma mistura de* $20\%$ *de álcool e* $80\%$ *de gasolina, ocupando metade de sua capacidade. Esmeralda pediu para colocar álcool no tanque até que a mistura ficasse com quantidades iguais de álcool e gasolina. Quantos litros de álcool devem ser colocados?*

**Solução.** O tanque contém uma mistura de $30$ litros, sendo $0,2 \times 30 = 6$ litros de álcool e $30 - 6 = 24$ litros de gasolina. Portanto, para que as quantidades de gasolina e álcool fiquem iguais, devem ser colocados no tanque $24 - 6 = 18$ litros de álcool. □

**Exercício 4.** *Na liquidação super-blaster todos os produtos estão* $50\%$ *mais baratos, e aos sábados existe ainda um desconto adicional de* $20\%$*. Carla comprou uma calça antes da promoção, e agora se lamenta: "Nesse sábado, poderia ter economizado* R\$ $50,40$ *na calça.". Qual era o preço inicial da calça?*

**Solução.** Aos sábados, temos um desconto adicional de $20\%$ sobre os preços durante a liquidação. Assim, aos sábados os preços valem $100\% - 20\% = 80\%$ do que valem nos demais dias de liquidação e, nestes, eles valem $100\% - 50\% = 50\%$ do que valiam fora do período de liquidação.

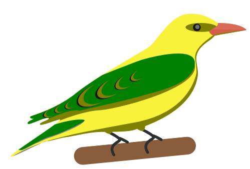
Como $\frac{80}{100}\cdot\frac{50}{100} = \frac{40}{100}$, nos sábados da liquidação cada peça custará $40\%$ do valor inicial. Logo, Carla deixou de economizar $60\%$ do preço, o que corresponde a R\$ $50,40$.

Para descobrir o valor inicial, basta montar a proporção

$$\frac{60}{100} = \frac{50,40}{P},$$

na qual $P$ representa o preço inicial da calça. Resolvendo esta proporção, obtemos $P = \text{R\$}\,84,00$. □

**Exercício 5.** *Na população de uma espécie rara de* $1.000$ *aves da floresta amazônica,* $98\%$ *tinham cauda de cor verde. Após uma misteriosa epidemia que matou parte das aves com cauda verde, esta porcentagem caiu pra* $95\%$*. Quantas aves foram eliminadas com a epidemia?*



**Solução.** Inicialmente, existiam $980$ aves com a cauda verde e $20$ das demais. Após a epidemia, estas $20$ aves correspondiam a $5\% = \frac{1}{20}$ do total, de forma que o total de aves agora é $20 \times 20 = 400$. Então, após a epidemia teremos $400 - 20 = 380$ aves de cauda verde, de forma que morreram $980 - 380 = 600$ aves. □

**Exercício 6.** *Em uma sala de aula,* $40\%$ *dos alunos não enxergam bem sem correção. Desses,* $70\%$ *usam óculos e* *os outros 30% usam lentes de contato. Sabendo que 21 alunos usam óculos, quantos são os alunos dessa sala de aula?*

**Solução.** Se 70% dos 40% dos alunos da sala que não enxergam bem sem correção usam óculos, então os alunos que usam óculos representam

$$\frac{70}{100} \cdot \frac{40}{100} = \frac{28}{100} = 28\%$$

do total de alunos na sala. Se esses 28% correspondem a 21 alunos, então podemos concluir que 4% correspondem a $\frac{1}{7} \cdot 21 = 3$ alunos (uma vez que $4\% = \frac{1}{7} \cdot 28\%$). Por fim, como $100\% = 25 \cdot 4\%$, concluímos que a sala de aula tem, ao todo $25 \cdot 3 = 75$ alunos. □

**Exercício 7.** *Em uma festa, o número de mulheres era quatro vezes o número de homens. Após a chegada de cinco casais, a porcentagem de homens na festa passou a ser de 26%. Pergunta-se:*

*(a) Qual era o percentual de homens na festa antes da chegada dos cinco casais?*

*(b) Quantos homens e quantas mulheres a festa passou a ter depois da chegada dos cinco casais?*

**Solução.**
(a) Sendo $M$ o número de mulheres e $H$ o número de homens antes da chegada dos cinco casais, temos que $M = 4H$. Desse modo, a fração que representa a quantidade de homens na festa, antes da chegada dos cinco casais, pode ser representada por:

$$\frac{H}{H+M} = \frac{H}{H+4H} = \frac{H}{5H} = \frac{1}{5}.$$

Como $\frac{1}{5} = \frac{20}{100}$, concluímos que o percentual de homens na festa, antes da chegada de cinco casais, era de 20%.

(b) Após a chegada dos cinco casais, o número de homens passou a ser de $H+5$ e o de mulheres, $M+5$. Desse modo, a fração de homens na festa tornou-se

$$\frac{H+5}{H+5+M+5} = \frac{H+5}{H+M+10} = \frac{26}{100}.$$

Como já sabemos que $M = 4H$, a igualdade acima pode ser reescrita como

$$\frac{H+5}{5H+10} = \frac{26}{100}.$$

Multiplicando em $\times$, obtemos

$$100H + 500 = 130H + 260 \Rightarrow 30H = 240 \Rightarrow H = 8.$$

Como $M = 4H$, segue que $M = 4 \cdot 8 = 32$. Logo, após a chegada de cinco casais, havia $H + 5 = 13$ homens e $M + 5 = 37$ mulheres na festa. □

**Exercício 8.** *Em uma cidade, 40% das mulheres são loiras e 52% da população é formada por mulheres. Qual percentual da população corresponde às mulheres loiras?*

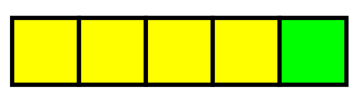
**Solução.** Uma vez que as mulheres representam 52% da totalidade da polulação e as loiras representam 40% da totalidade das mulheres, concluímos que a fração que representa as mulheres loiras no conjunto da população é

$$\frac{40}{100} \cdot \frac{52}{100} = \frac{2080}{10000} = \frac{20,8}{100}.$$

Logo, o percentual de mulheres loiras nessa população é de 20,8%. □

**Exercício 9.** *Numa festa, o número de pessoas que dançam é igual a 25% do número de pessoas que não dançam. Que porcentagem do total de pessoas na festa corresponde às pessoas que não dançam?*

**Solução.** Veja que $25\% = \frac{1}{4}$. Portanto, o número de pessoas que não dançam é quatro vezes maior do que o número de pessoas que dançam. Podemos representar essa situação utilizando a figura a seguir, onde o quadradinho verde representa as pessoas que dançam e os quadradinhos amarelos aquelas que não dançam:



Assim, para cada 5 pessoas na festa, 4 não dançam. Por sua vez, isso representa uma fração de $\frac{4}{5} = \frac{80}{100} = 80\%$ da totalidade de pessoas na festa. □

**Exercício 10.** *Em uma olimpíada de Matemática, 15% dos estudantes não resolveram nenhum problema, 25% resolveram pelo menos um problema mas cometeram algum erro, e os demais 156 estudantes resolveram todos os problemas corretamente. Qual foi o número de estudantes que participaram da olimpíada?*

**Solução.** Observe que uma fração de $100\% - 15\% - 25\% = 60\%$ dos alunos foi capaz de resolver todas as questões. Por sua vez, esse porcentual corresponde a 156 estudantes. Agora, como $10\% = \frac{1}{6} \cdot 60\%$, concluímos que uma fração de 10% dos alunos corresponde a $\frac{1}{6} \cdot 156 = 26$ estudantes. Por fim, como $100\% = 10 \cdot 10\%$, concluímos que um total de $26 \cdot 10 = 260$ estudantes participaram dessa olimpíada. □

**Exercício 11.** *Uma loja de roupas realizará uma liquidação e, para isso, o gerente pediu para Anderlaine multiplicar todos os preços das peças por* $0,68$. *Nessa liquidação, qual desconto essa loja está oferecendo?*

**Solução.** Vamos tomar como exemplo o preço de determinada peça que estava sendo vendida por 100 reais antes da promoção. Como essa peça passará a custar $0,68 \cdot 100 = 68$ reais, concluímos que a loja descontou 32 reais do preço inicial da peça. Uma vez que esse desconto representa uma fração de $\frac{32}{100} = 32\%$ do preço original, temos que o desconto oferecido pela loja é de 32%. □

## 2 Sugestões ao professor

Separe dois encontros de 50 minutos cada para apresentar os exercícios desta aula. Se possível, faça um mini-teste sobre frações e porcentagens ao final do primeiro encontro. Com isso, será possível perceber quais alunos estão acompanhando bem o módulo e quais necessitam de uma atenção extra no segundo encontro, bem como quais são as dificuldades gerais dos alunos na interpretação dos enunciados dos exercícios propostos. É aconselhável, também, relembrar algumas das propriedades básicas das frações.

Créditos pelas figuras:
www.freepik.com