

Material Teórico - Módulo de UNIDADES DE MEDIDA DE COMPRIMENTO E DE ÁREAS

Exercícios Diversos de Medidas de Comprimento

Sexto Ano do Ensino Fundamental

Prof. Francisco Bruno Holanda
Prof. Antonio Caminha Muniz Neto

12 de Janeiro de 2021



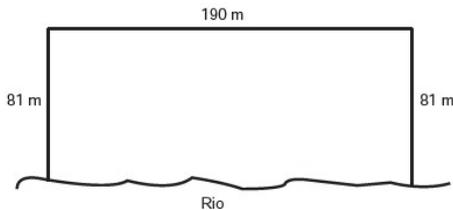
PORTAL DA
MATEMÁTICA
OBMEP

1 Introdução

Nesse material, resolveremos uma série de exercícios, utilizando conceitos básicos sobre medidas de comprimento e perímetro.

Exercício 1 (ENEM 2003). *Para o reflorestamento de uma área, deve-se cercar totalmente, com tela, os lados de um terreno, exceto o lado margeado pelo rio, conforme mostrado na figura a seguir. Cada rolo de tela que será comprado para confecção da cerca contém 48 metros de comprimento. A quantidade mínima de rolos que deve ser comprada para cercar esse terreno é:*

- (a) 6.
- (b) 7.
- (c) 8.
- (d) 11.
- (e) 12.

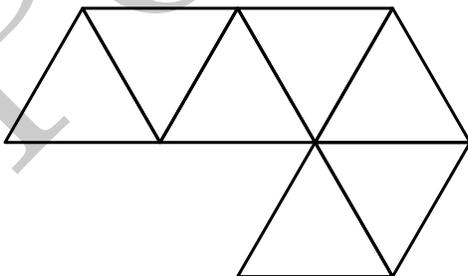


Solução. Observe que o comprimento total da cerca é $81 + 190 + 81 = 352$ metros. Uma vez que cada rolo que será comprado tem 48 metros de comprimento, dividimos 352 por 48, obtendo

$$352 = 48 \times 7 + 16.$$

Assim, se usarmos 7 rolos de tela, ainda faltarão 16 metros para completar a cerca. Portanto, é necessário o uso de 8 rolos de tela para cercar a área, o que nos dá, como resposta, o item (c). \square

Exercício 2. *A figura a seguir é formada por sete triângulos equiláteros congruentes, todos de perímetro igual a 18cm. Qual é o perímetro da figura?*



Solução. A soma dos perímetros dos 7 triângulos equiláteros é igual a

$$7 \times 18 = 126\text{cm}.$$

Por outro lado, note que a figura possui seis segmentos internos, os quais são formados pela junção de dois lados de dois triângulos. Assim, o perímetro da figura pode ser calculado descontando, da soma dos perímetros dos sete triângulos equiláteros, os comprimentos desses segmentos internos (cada um dos quais é contado duas vezes ao somarmos os perímetros dos triângulos).

Como cada triângulo equilátero tem perímetro igual a 18cm e possui três lados de mesma medida, cada um deles terá $\frac{18}{3} = 6$ centímetros de comprimento. Então, o raciocínio do parágrafo anterior garante que o perímetro da figura é igual a

$$126 - 6 \times 2 \times 6 = 126 - 72 = 54.$$

Alternativamente, o contorno da figura é formado por nove lados de triângulos equiláteros, cada um dos quais medindo 6cm. Portanto, o perímetro da figura vale

$$9 \times 6 = 54.$$

\square

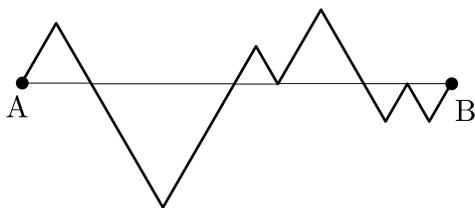
Exercício 3. *Para verificar a necessidade de reposição do estoque de folhas de cartolina, um funcionário de uma papelaria percebeu que precisava saber a quantidade de folhas dessa cartolina empilhadas numa prateleira. Imaginando que levaria muito tempo para contar todas as folhas, ele procedeu do seguinte modo: mediu a altura das folhas empilhadas e encontrou 27cm; separou uma pilha de cartolinas com 2cm de altura, contou-as e obteve 40 folhas.*

Sabendo-se que a papelaria costuma manter na prateleira um estoque mínimo de 500 folhas dessa cartolina, pode-se concluir que:

- (a) Não há necessidade de repor o estoque, pois existem cerca de 540 folhas.
- (b) Há necessidade de repor o estoque, pois existem cerca de 470 folhas.
- (c) Há necessidade de repor o estoque com, pelo menos, 40 folhas.
- (d) Não há necessidade de repor o estoque, pois existem cerca de 610 folhas.
- (e) Não há necessidade de repor o estoque, pois existem cerca de 2.160 folhas.

Solução. Se em 2cm existem 40 folhas, então em 1cm existirão 20 folhas. Consequentemente, em 27cm teremos $20 \times 27 = 540$ folhas. Portanto, não há necessidade de repor o estoque, pois a prateleira já contém cerca de 540 folhas, o que é 40 folhas a mais do que a papelaria costuma manter em estoque. \square

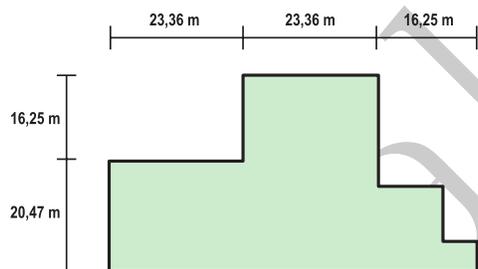
Exercício 4. Uma formiga vai do ponto A ao ponto B da figura a seguir percorrendo um caminho poligonal que conta uma sequência de triângulos equiláteros com base sobre o segmento AB. Sabendo que a medida do segmento AB é de 100 centímetros, pergunta-se: qual é a medida do comprimento do caminho percorrido pela formiga?



Solução. Observe que a figura é formada por seis triângulos equiláteros, tais que a soma dos comprimentos de seus lados (um lado por triângulo) é igual à medida do segmento AB.

Por outro lado, uma vez que o caminho poligonal é formado por dois lados de cada um desses triângulos equiláteros, concluímos que esse caminho tem comprimento igual ao dobro do comprimento do segmento AB. Assim, o comprimento do caminho será igual a $2 \times 100 = 200$ centímetros. □

Exercício 5. Um terreno com o formato e as medidas indicadas na figura será utilizado para a criação de galinhas.



Para cercar esse terreno com uma cerca de cinco fios de arame farpado, o proprietário adquiriu 9 rolos desse material, cada um dos quais tendo 100m de comprimento. Após utilizar esse material, ele percebeu que:

- Comprou três rolos a mais que o necessário.
- Comprou dois rolos a mais que o necessário.
- Comprou um rolo a mais que o necessário.
- Precisará adquirir mais um rolo para concluir o serviço.
- A quantidade de arame farpado adquirida foi exatamente a necessária para a construção da cerca.

Solução. O terreno é representado por uma figura bidimensional que possui segmentos verticais e horizontais.

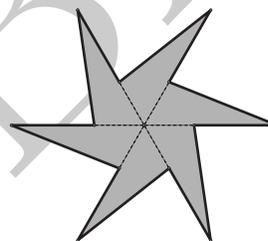
Observe que a soma dos segmentos verticais do lado esquerdo da figura ($16,25 + 20,47 = 36,72$) é igual à soma dos segmentos verticais do lado direito da figura. O mesmo ocorre com os segmentos horizontais. Dessa forma, o perímetro da figura é:

$$2(16,25 + 20,47 + 23,36 + 23,36 + 16,25) = 199,38.$$

Como a cerca terá cinco fios de arame farpado, o comprimento total de arame farpado necessário para sua construção é de $5 \times 199,38 = 996,9$ metros.

Uma vez que o dono do terreno só possui $9 \times 100 = 900$ metros de arame, ele precisará adquirir mais um rolo de 100m para concluir o serviço. □

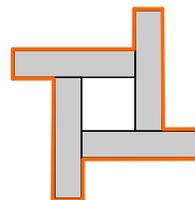
Exercício 6 (OBMEP 2016). A estrela de seis pontas a seguir foi construída com alguns triângulos iguais, cada um dos quais com lados medindo 3cm, 7cm e 8cm. Qual é o perímetro da figura?



Solução. Observe que a figura é composta por seis triângulos, cada um com perímetro igual a $3 + 7 + 8 = 18$ centímetros. Porém, todos os lados de medida 3cm são internos à figura e, por isso, não contam para o perímetro da figura estrelada.

Além disso, em cada triângulo, o maior lado está parcialmente no interior. De fato, em cada ponta da estrela incidem dois lados, um de medida 7cm e outro de medida $8 - 3 = 5$ centímetros. Assim, o perímetro da estrela é igual a $6 \cdot (7 + 5) = 72$ centímetros. □

Exercício 7 (OBMEP 2014). Rodrigo montou a figura abaixo juntando, sem sobreposição, quatro ladrilhos retangulares, cada um de 10cm por 45cm, com um ladrilho quadrado, de lado 20cm. Em seguida, ele traçou o contorno da figura com uma caneta laranja. Qual o comprimento desse contorno?

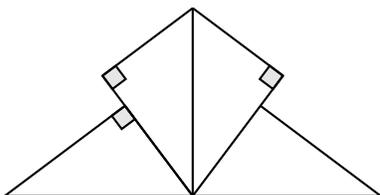


Solução. Cada retângulo tem perímetro igual a $10 + 45 + 10 + 45 = 110$ centímetros.

Porém, examinando a figura com atenção, vemos que uma parte desse perímetro, correspondente a dois lados menores do retângulo e a um lado do quadrado, é interior à figura (e, portanto, não deve ser incluída no cálculo do contorno laranja). Essa parte soma, então, $10 + 10 + 20 = 40$ centímetros.

Portanto, cada retângulo colabora, para o contorno laranja, com $110 - 40 = 70$ centímetros. Como temos quatro retângulos, o perímetro que desejamos calcular mede $4 \times 70 = 280$ centímetros. \square

Exercício 8 (OBM 2010 - adaptado). *Esmeralda tem quatro triângulos retângulos iguais, cada um dos quais com lados de medidas 3cm, 4cm e 5cm. Fazendo coincidir partes dos lados, sem sobrepor triângulos, Esmeralda montou a figura a seguir. Qual é o perímetro dessa figura?*



Solução. Cada triângulo tem perímetro igual a $3 + 4 + 5 = 12$ cm, o que daria, ao todo, um comprimento total igual a $4 \times 12 = 48$ cm.

Porém, graças à maneira pela qual Esmeralda juntou os triângulos, uma hipotenusa (de medida igual a 5cm) e dois lados de 3cm resultaram internos à figura. Assim, os comprimentos desses segmentos devem ser descontados cada um deles devendo ser descontado duas vezes (por resultarem da junção de lados – ou partes de lados – de dois dos quatro triângulos).

Portanto, o perímetro desejado é igual a

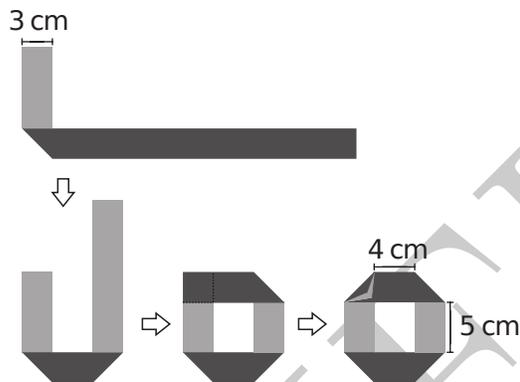
$$48 - 2 \times (5 + 3 + 3) = 48 - 22 = 26\text{cm.}$$

Alternativamente, perceba que o perímetro da figura é formado por duas hipotenusas (de 5cm cada), dois lados de 4cm, dois lados de 3cm e dois pedacinhos de lados de 4cm, cada um desses pedacinhos tendo comprimento igual a $4 - 3 = 1$ cm. Portanto, o perímetro desejado é igual a

$$2 \times (5 + 4 + 3 + 1) = 2 \times 13 = 26\text{cm.}$$

\square

Exercício 9 (OBMEP 2015). *Júlia dobrou várias vezes uma tira retangular de papel com 3cm de largura, como mostrado na figura. As dobras foram feitas de modo que cada uma delas forma um ângulo de 45° com os lados da tira. Qual é o comprimento da tira original?*



Solução. O contorno externo da figura final (em formato de O) é igual a

$$5 + 4 + 5 + 4 + 4\ell = 18 + 4\ell,$$

onde ℓ é a medida das diagonais que formam os “cantos” da figura.

Por outro lado, um exame atento das várias dobraduras realizadas por Júlia nos permite concluir que cada dobra da fita faz a figura “perder” 3cm de comprimento e ganhar ℓ cm.

Portanto, raciocinando “de trás pra frente”, percebemos que, para calcular o comprimento da tira original a partir do comprimento $18 + 4\ell$ do contorno externo do O, devemos somar 3 e descontar ℓ quatro vezes. Isso garante que a tira original tem comprimento igual a

$$(18 + 4\ell) + 4 \times 3 - 4 \times \ell = 18 + 12 = 30\text{cm.}$$

\square

2 Sugestões ao professores

Utilize os exercícios deste material para diagnosticar o grau de entendimento dos seus alunos sobre a noção de perímetro e operações básicas com números. Assim, o professor deve estar atento para discernir se as dificuldades de alguns alunos estão relacionadas ao pensamento geométrico ou ao pensamento algébrico, uma vez que dificuldades em diferentes áreas devem ser abordadas de formas distintas.

Referências

- [1] Bruno Holanda and Emiliano A. Chagas. *Círculos de Matemática da OBMEP, Volume 2: Primeiros passos em Geometria*. IMPA, 2020.
- [2] Projeto ENEM. Tribuna do Norte (acesso em 09 nov. 2020).