**Lista de Exercícios**

1) Mostrar que todo inteiro ímpar é da forma 4k + 1 ou 4k + 3.

Sim, pois todo número (k) vezes um número par (4) é par, um número par (4k) mais um número ímpar (1 ou 3) é par.

2) Sendo a e b dois inteiros quaisquer, mostrar que os inteiros a e a + 2b têm sempre a mesma paridade.

2b é par já que todo número (b) vezes um número par é par. Se a for ímpar: I e I + P = I e I. Se a for par: P e P + P = P e P

3) Sendo m e n dois inteiros quaisquer, mostrar que os inteiros m + n e m – n têm sempre a mesma paridade.

Par + Par = P (Par – par = P), Ímpar + Ímpar = Par (Ímpar - Ímpar = Par), Par + Ímpar = Ímpar (Par - Ímpar = Ímpar). Tanto a adição quanto a subtração obtém a mesma paridade nos resultados

4) Determinar os inteiros positivos que divididos por 17 deixam um resto igual ao quadrado do quociente.

Os restos têm que ser menor que 17, e também tem que ser quadrados perfeitos. Os números menores que 17 que são quadrados perfeitos são: 16, 9 e 4. Então os inteiros positivos são: 84, 60 e 38.

5) Demonstrar:

1. Se “a” é um inteiro ímpar, então 24 | a ($a^{2}$– 1).

24 | 3 ($3^{2}$ - 1) = 24 | 3 (9 – 1) = 24 | 3 x 8 = 24 | 24

1. Se “a” e “b” são inteiros ímpares, então 8 |$a^{2}-b^{2}$

8 | $3^{2}$ - $1^{2}$ = 8 | 9 – 1 = 8 | 8

6) Prove que o produto de dois números inteiros e impar se, e somente se, ambos os números são impares.

Par x Par é Par, Par x Ímpar é Par

7) Prove que, quaisquer que sejam os inteiros a e b, a expressão a + b + $a^{2}+b^{2}$representa um par.

8) Mostre que entre dois números pares consecutivos um e divisível por 4.

Os números pares são múltiplos de 2. 2 + 2 = 4 . A seqüência dos números pares é: Um múltiplo de 2, um múltiplo de 4.

9) Onze engrenagens estão colocadas em um plano, arrumadas em uma cadeia como está ilustrado na figura a seguir. Todas as engrenagens podem rodar simultaneamente?



Não. Por ser um número ímpar de engrenagens (11). Consecutivamente elas rodam uma o inverso da outra.

10)Em um tabuleiro de xadrez, um cavalo sai do quadrado a1 e retorna para a mesma posição depois de vários movimentos. Mostre que o cavalo fez um número par de movimentos.

Os movimentos do cavalo se alternam em quadrado branco e quadrado preto. Para ele voltar para um quadrado que tem a mesma cor que o quadrado inicia ele tem que fazer um número par de movimentos

11) E possível um cavalo começar na posição a1 de um tabuleiro de xadrez e terminar em h8 visitando cada um dos quadrados restantes exatamente uma vez ao longo do caminho?

Não. Como na questão anterior trata – se dos movimentos do cavalo que se alternam em quadrado branco e quadrado preto, como um tabuleiro de xadrez tem 32 quadrados (par) e a1 e h8 tem a mesma cor isso não é possível.

12) Três gafanhotos estão brincando ao longo de uma linha. Na sua vez, cada gafanhoto pode pular sobre um outro gafanhoto, mas não sobre os outros dois. Eles podem retornar para suas posições iniciais após 2011 movimentos?

Não, porque é um número ímpar de pulos, só com um número par eles voltariam a sua posição inicial.