**Solução dos Problemas Contagem C3N2 – Aplicação do Princípio Multiplicativo – Permutações**

**Solução do exercício 01**

Para escolhermos o primeiro da fila, temos 6 possibilidades; o segundo pode ser qualquer uma das 5 pessoas restantes, e assim por diante. Logo, o número total de possibilidades é 6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1 = 720. De modo geral, o numero de modos de ordenar *n* objetos é igual a $n ×\left(n-1\right)×… ×1$, que é representado por n!

**Solução do exercício 02**

Na palavra MATRIZ temos 6 letras distintas, dessa forma usando a permutação faremos:

P6 = 6! = 720, pois 6! = 6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1 = 720 formas diferentes de fazer anagramas com a palavra MATRIZ.

**Solução do exercício 03**

1. Na palavra MOCINHA, temos 7 letras todas distintas, dessa forma usando a permutação simples, faremos:

P7 = 7! = 5040, pois 7! = 7 x 6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1 = 5040 formas de fazer anagramas com a palavra MOCINHA.

1. Minhoca; Caminho.
2. RESOLVA PROBLEMAS MATEMATICOS DIARIAMENTE.

**Solução exercício 04**

1. A \_ \_ \_ \_ \_ \_ E

Nos casos em que teremos anagramas da palavra CONTAGEM, devemos reparar primeiramente que temos 8 letras distintas na palavra, e se ela irá começar com A e terminar com E, ainda teremos seis letras e seis espaços vazios para preenchermos com as letras diferentes de A e E, dessa forma, temos:

P6 = 6! = 720, pois 6! = 6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1 = 720 formas de fazermos anagramas da palavra contagem que começa com A e termina com E.

1. Para o caso em que os anagramas devem começar com A ou terminarem com E, devemos fazer:

A \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_, dessa forma em que os anagramas começam com a letra A, ainda restará sete espaços vazios e sete letras para preenchermos com letras distintas, usando a permutação temos P7 = 7! = 5040, pois 7! = 7 x 6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1 = 5040.

\_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ E, terminando os anagramas com a letra E, também teremos de resto sete letras e sete espaços vazios para preenchermos, então novamente teremos P7 = 7! = 5040.

Devemos lembrar também os casos em que os anagramas começam com A e terminam com E, que já sabemos que é P6 = 6! = 720. Porem como queremos apenas os que podem começar com A ou terminarem com E, fazemos:

7! + 7! – 6! = 2 x 7! – 6! = 2 x 7 x 6! – 6! = (14 – 1) x 6! = 13 x 6! = 9360 formas de fazermos anagramas que começam com A ou terminam com E.

1. Para sabermos os casos em que os anagramas podem começar e terminar com vogal, devemos primeiramente contar quantas vogais temos na palavra CONTAGEM. Temos então 3 vogais, sendo elas O, A e E.

\_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_, como deve começar com vogal, teremos para a primeira letra três possibilidades de vogais, do mesmo modo como deve terminar com vogal, teremos duas possibilidades de vogais, pois uma vogal já será usada para que seja a primeira letra do anagrama. Sabemos então que restarão seis letras e seis espaços vazios para serem preenchidos, desse modo temos:

3 x 6! X 2 = 6 x 6! = 4320

1. Na palavra contagem temos 8 letras, em metade dos anagramas da palavra temos T antes da letra M, pois temos somente 2 possibilidades:

A letra T antes da letra M ou depois da letra M. Desse modo o numero de anagramas da palavra contagem é 8! = 40320, logo ½ x 8! = 40320/ 2 = 20160.

**Solução do exercício 05**

a)Temos três livros 1, 2 e 3. Inicialmente eles estarão ordenados como 1,2,3 na prateleira. Se colocarmos livro 1 na posição 2, o livro 3 tem que ir para a posição 1, de modo que o único resultado possível é 3,1,2. Se colocarmos o livro 1 na posição 3, o livro 2 tem que ir para a posição 1, de modo que o único resultado possível é 2,3,1. Dessa forma só temos apenas duas maneiras de arrumar os livros para que eles não ocupem sua posição inicial.

b)Agora temos 4 livro, sendo eles 1,2,3,4.

1° caso:

\_ \_ \_ \_, o livro1 tem 3 possibilidades de ordem e vamos supor que ele ocupe qualquer lugar menos o do livro2, o livro2 tem então 2 possibilidades de ordem, e livro3 e livro4 tem apenas uma possibilidade de ordem, justamente porque eles não podem ocupar seu lugar original. Assim temos 3 x 2 x 1 x 1 = 6 possibilidades de ordem.

2° caso:

Observe agora que se:

\_ \_ \_ \_, o livro1 tem 3 possibilidades de ordem e vamos supor que ele ocupe o lugar do livro2: \_ 1 \_ \_

o livro 2 tem 3 possibilidades de ordem, desse modo o livro3 e o livro4 tem 1 possibilidade de ordem pois eles não podem ocupar seu lugar original. Assim temos 3 x 3 x 1 x 1 = 9 possibilidades de ordem.

Desse modo devemos lembrar de usar a propriedade dos casos.

Como no primeiro caso temos 6 possibilidades, devemos somar mais três possibilidade para quando o livro1 ocupa o lugar do livro2, pois assim o livro2 tem mais duas possibilidades. Assim temos 6+3=9 possiblidades.

c)Para quando tivermos 5 livros, sendo eles 1,2,3,4,5.

Numere os livros na ordem 1,2,3,4,5. O livro1 pode ser colocado em qualquer uma das outras quatro posições: 2, 3, 4 ou 5; o numero de arrumações possíveis em cada um desses casos será o mesmo, de modo que podemos calcular o numero de arrumações com o livro1 na posição 5 e multiplica-lo por 4. Coloque o livro5 temporariamente na posição 1. Então os livros 5, 2,3,4 podem ser arrumados de modo que o livro 5 permaneça na posição 1 enquanto os livros 2, 3 e 4 são permutados, ou podem ser arrumados de modo que nenhum dos quatros permaneça na mesma posição. Do item (a), sabemos que existem duas ordenações possíveis com o livro5 ocupando a primeira posição e, do item (b), sabemos que existem 9 ordenações possíveis quando movemos o livro5. Isso nos dá 11 arrumações com o livro1 na posição 5, logo há 4 x 11 = 44 ordenações possíveis.

**Solução do exercício 06**

Temos 4 bolas, uma vermelha, uma preta, uma azul e uma verde, sendo assim usaremos a formula:

n!= n x (n-1) x (n -2) x ... x 1

como temos 4 bolas, teremos então: 4! = 4 x (4-1) x (4-2) x (4-3) = 4 x 3 x 2 x 1 = 24 modos diferentes de ordenar as 4 bolas coloridas.

**Solução exercício 07**

1. Temos 3 maneiras para sair de A e chegar em B e temos 2 maneiras de sair de B e chegar em C. Desse modo temos 3 x 2 = 6 maneiras diferentes.
2. Temos 3 maneiras para sair de A e chegar em B, temos 2 maneiras de sair de B e chegar em C, temos 2 maneiras de sair de C e chegar em B e temos três maneiras de sair de B e chegar em A. Dessa forma temos 3 x 2 x 2 x 3 = 36 modos diferentes de podemos ir de A até C, passando por B, e voltar para A novamente, passando por B.
3. Temos 3 maneiras para sair de A e chegar em B, temos 2 maneiras de sair de B e chegar em C, temos 1 maneiras de sair de C e chegar e B sem repetir o caminho e temos 2 maneiras de sair de B e chegar em A sem repetimos o caminho. Dessa forma temos 3 x 2 x 1 x 2 = 12 maneiras diferentes.

**Solução exercício 08**

1. Com exceção da primeira pessoa da fila, cada uma das pessoas recebe a garrafa de outra pessoa por exatamente uma vez. Como tem 16 pessoas na fila e a garrafa só é recebida e passada por 15 vezes, pois a última pessoa da fila não passará a garrafa para ninguém.
2. A garrafa foi passada por 4 vezes de uma mulher para uma mulher, 3 vezes de uma mulher para um homem e 6 vezes de um homem a um homem. Dessa forma temos:

4 + 3 + 6 = 13 e com a alternativa anterior temos que 15 – 13 = 2, dessa forma foram passado 2 vezes a garrafa de um homem para uma mulher.

1. Por quatro vezes a garrafa foi passada de uma mulher a uma mulher, por três vezes de uma mulher a um homem e por seis vezes de um homem a um homem e por duas vezes de um homem para uma mulher, assim temos que:

A garrafa foi recebida por homens por 3 + 6 = 9 vezes;

A garrafa foi recebida por uma mulher por 2 + 4 = 6 vezes;

A garrafa foi passada por homens por 6 + 2 = 8 vezes;

A garrafa foi passada por mulheres por 3 + 4 = 7 vezes;

Dessa forma podemos observar que homens recebem a garrafa por mais vezes do que passam e que as mulheres passam a garrafa por mais vezes que recebem. Concluímos então que a ultima pessoa da fila é homem pois recebe a garrafa mês não passa, e que a primeira pessoa da fila é mulher, pois passa a garrafa mesmo sem tê-la recebido.

**Solução do exercício 09**

1. Ana \_ \_ \_ \_ \_, assim temos 5! = 120 maneiras.
2. Ana ou Pedro \_ \_ \_ \_ \_, assim temos 2 x 5! = 240 maneiras.
3. Para que Ana e Pedro não fiquem juntos, devemos fazer 6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1 = 6! = 720 e subtrair pela quantidade de vezes que Ana e Pedro aparecem juntos: 720 – 240 = 480 maneiras.