

Programa de Formação dos Professores Habilitados e dos Alunos de Licenciatura

OBMEP na Escola e PIC 2016

Grupo N2 – Ciclo 2

1ª semana: primeiro encontro de formação entre professores, alunos de licenciatura e coordenador

- Assuntos a serem abordados:

Aritmética: Critérios de divisibilidade (sistemas de numeração associados)

Contagem: Princípio Multiplicativo – parte 2

Geometria: Propriedades de áreas de triângulos

- Material a ser estudado pelo professor:

Os textos e videoaulas que seguem devem ser abordados pelo Coordenador e seus Colaboradores (professores ou alunos de graduação). Esses materiais são balizadores para a preparação das aulas dos professores habilitados ou alunos de graduação para atuarem junto aos seus alunos.

Aritmética:

- Textos:

1. Seção 1.2 e 2.6 da Apostila do PIC da OBMEP “Encontros de Aritmética”, L. Cadar. e F. Dutenhefner.

<http://www.obmep.org.br/docs/aritmetica.pdf>

2. Seção 2.1, 2.2 e 2.3 da Apostila 1 da OBMEP, “Iniciação à Aritmética”, A. Hefez.

<http://www.obmep.org.br/docs/apostila1.pdf>

3. Painei IX “Destreza ou esperteza” Revista do Professor de Matemática - 2008 - autores diversos

http://www.obmep.org.br/docs/RPM_OBMEP_2009.pdf

4. Banco de Questões da OBMEP, números diversos.

<http://www.obmep.org.br/banco.htm>

5. Círculos Matemáticos – A Experiência Russa – D. Fomin, S. Genkin e I. Itenberg

6. Um Círculo Matemático de Moscou – Sergey Dorichenko.

7. Provas da OBMEP.

<http://www.obmep.org.br/provas.htm>

- Vídeos

1. Canal PIC OBMEP no YouTube: Aritmética.

Videoaulas: [Aritmética - Aula 1 - Números Naturais](#), [Aula 6 - Multiplicação, pares e ímpares](#)

2. Portal da Matemática : Módulo Sistemas de Numeração e Paridade

- Sistema de Numeração

• Videoaulas: [Sistema de numeração decimal](#), [Bases de numeração](#)

3. Portal da Matemática: Módulo Divisibilidade

- Múltiplos e Divisores

• Videoaulas: [Múltiplos e Divisores](#)

4. Portal da Matemática: Módulo Critérios de Divisibilidade

• Videoaulas: [Critérios de Divisibilidade 1](#), [Critérios de Divisibilidade 2](#), [Critérios de Divisibilidade 3](#), [Critérios de Divisibilidade 4](#)

5. Portal da Matemática: Módulo Exercícios sobre Divisibilidade

• Videoaulas: [Exercícios sobre divisibilidade 1](#), [Exercícios sobre divisibilidade 2](#), [Exercícios sobre divisibilidade 3](#), [Exercícios sobre divisibilidade 4](#), [Exercícios sobre divisibilidade 5](#)

Contagem:

-Textos:

1. Capítulo 1 da Apostila do PIC da OBMEP “Métodos de Contagem e Probabilidade”, Paulo Cezar Pinto Carvalho.

<http://www.obmep.org.br/docs/apostila2.pdf>

2. Material Teórico do Portal da Matemática “O Princípio Fundamental da Contagem”, Fabrício Siqueira Benevides.

http://matematica.obmep.org.br/uploads/material_teorico/crfd0k3f2sggg.pdf

3. Material Teórico do Portal da Matemática “Princípios Básicos de Contagem”. 2º Ano – Módulo de princípios básicos de contagem.

<http://matematica.obmep.org.br/uploads/material/cernvmc6v3ks4.pdf>

4. Artigo “Eleições – preferência é transitiva?” – Eduardo Wagner, em Revista do Professor de Matemática (RPM), Edição Especial, 2007.

http://www.obmep.org.br/docs/rpm_pic2007.pdf

5. [Banco de Questões da OBMEP](#), números diversos.

6. Capítulo 2 do livro Círculos Matemáticos – Experiência Russa – D. Fomin, S. Genkin e I. Itenberg.

7. Um Círculo Matemático de Moscou – Sergey Dorichenko.

8. [Provas da OBMEP](#).

-Vídeos:

1. [Portal da Matemática](#): 2º Ano do Ensino Médio – [Módulo Princípios Básicos de Contagem](#) – Princípio Fundamental da Contagem.

• Videoaula: [Exercícios sobre o Princípio Fundamental de Contagem – Parte 2](#).

2. [Portal da Matemática](#): 8º Ano do Ensino Médio – [Módulo Números Naturais: Contagem, Divisibilidade e Teorema da Divisão Euclidiana](#) – Números Naturais e Problemas de Contagem.

• Videoaulas: [Alguns Problemas de Contagem](#), [Problemas de Contagem e Princípio da Casa dos Pombos](#).

3. [Portal da Matemática](#): TA – [Módulo Métodos de Contagem e Probabilidade – PIC](#) – Contagem.

• Videoaula: [Resolução de Exercícios: Fatorial](#).

Geometria:

- Textos:

1. Seção 2.1 da Apostila 3 do PIC da OBMEP, “Teorema de Pitágoras e Áreas”, E. Wagner.

<http://www.obmep.org.br/docs/apostila3.pdf>

2. Seção 8.1 da Apostila do PIC da OBMEP “Encontros de Geometria – Parte 1”, L. Cadar.e F. Dutenhefner.

<http://www.obmep.org.br/docs/Geometria.pdf>

3. Artigo “Usando Áreas” – Eduardo Wagner, em RPM - Edição Especial PIC2007.

http://www.obmep.org.br/docs/rpm_pic2007.pdf

4. Banco de Questões da OBMEP, números diversos.

<http://www.obmep.org.br/banco.htm>

5. Seções 14.1 e 14.2 do livro Círculos Matemáticos – A Experiência Russa – D. Fomin, S. Genkin e I. Itenberg.

6. Um Círculo Matemático de Moscou – Sergey Dorichenko.

7. Provas da OBMEP.

<http://www.obmep.org.br/provas.htm>

- **Videos:**

1. [Canal PIC OBMEP no YouTube: Geometria](#)

Videoaulas: [Geometria - Aula 52 - Uma propriedade de áreas de triângulos](#)
[Geometria - Aula 54 - Um problema com formigas](#)
[Geometria - Aula 56 - Dois problemas com áreas em triângulos](#)
[Geometria - Aula 61 - Um exercício sobre área de triângulos](#)
[Geometria - Aula 65 - Determinar a razão entre as áreas](#)

2. [Portal da Matemática: 9o Ano do Ensino Fundamental – Módulo Área de Figuras Planas: mais alguns Resultados](#)

Videoaulas: [Área de Figuras Planas – Parte 7: O Radical de Heron](#)
[Área de Figuras Planas – Parte 8: Razão entre Áreas de Triângulos](#)
[Área de Figuras Planas – Parte 9: Razão entre Áreas de Triângulos Res. de Exercícios](#)
[Área de Figuras Planas – Parte 10: Fórmula de Brahmagupta – Resultados Auxiliares](#)

2ª semana: encontro entre professores e alunos

- Assunto a ser abordado: **Aritmética 2** – Critérios de divisibilidade (sistema de numeração associado).
- Estudos a serem desenvolvidos com os alunos: o professor deverá apresentar aos alunos os conteúdos das seções 2.1, 2.2 e 2.3 da Apostila 1 do PIC da OBMEP, “Iniciação à Aritmética”, A. Hefez. Problemas envolvendo o Sistema de Numeração Decimal encontram-se na seção 1.2 e envolvendo Critérios de Divisibilidade são encontrados na seção 2.6 da Apostila do PIC da OBMEP “Encontros de Aritmética”, L. Cadar. e F. Dutenhefner. Como leitura complementar à formação do professor, sugerimos o estudo do Painel IX “Destreza ou esperteza” Revista do Professor de Matemática – 2008.
- Exercícios a serem discutidos com os alunos: deverá ser abordado pelo menos 8 problemas durante o encontro, esse número poderá ser ampliado caso o professor considere viável. Esses problemas devem estar relacionados com Divisibilidade e Sistema de Numeração Decimal, encontrados em um dos textos 1 a 8 na seção Aritmética acima descritos. Além disso, esses problemas também podem fazer parte de uma das videoaulas sugeridas. Para exemplificar, iremos indicar três problemas e convidamos o professor a selecionar o restante:

(I) Problema 8, Capítulo 0, autor Dimitri Fomin e outros, página 2.

Enunciado: Retire 10 dígitos do número 1234512345123451234512345 de modo que o número remanescente seja o maior possível?

Solução: Gostaríamos de ter o maior número possível de algarismos iguais a 5 à esquerda. Para isso podemos tirar a sequência inicial 1234, deixando um 5, depois retirar

a próxima sequência 1234. É claro que se tivéssemos deixado um algarismo diferente de 5 à esquerda, o número seria menor. Entretanto, não podemos obter outro 5, já que só podemos retirar mais dois algarismos. Então, retiramos os dois próximos pequenos: 1 e 2. Não é difícil ver que o resultado, 553451234512345, é o maior possível.

(II) Problema 16.1. Conjunto de Problemas 16, autor S. Dorichenko, página 36

Enunciado: Coloque algarismos no lugar dos asteriscos de modo que o número $32*35717*$ seja divisível por 72.

Solução: Um número é divisível por 72 se for divisível por 8 e por 9. Pelo critério de divisibilidade por 8, o número $17*$ tem que ser divisível por 8. Você pode verificar facilmente que o único algarismo que funciona é 6. De acordo com o critério de divisibilidade por 9, a soma dos algarismos do número $32*357176$ tem que ser divisível por 9, logo o último algarismo que faltava é 2. A resposta é 322357176.

(Observação: Ver problema 15.2. da página 34 para ver o critério de divisibilidade por 8.)

(III) (Questão 120 - Página 54 – OBMEP2010) Amigos do século XX - Dois amigos nasceram no mesmo mês e ano do século XX, com uma semana de intervalo. Escrevendo as datas dos dois aniversários da esquerda para adireita, começando com o (ou os) algarismo(s) do dia, depois o (ou os) algarismo(s) do mês e, por último, os dois últimos algarismos do ano, obtemos dois números. Não colocando o algarismo 0 na frente dos nove primeiros dias do mês nem dos nove primeiros meses do ano e sabendo que um desses números é o sêxtuplo do outro, qual é a data de nascimento do amigo mais velho?

Solução:

– Os dois amigos nasceram no mesmo mês e no mesmo ano, com uma diferença de 7 dias, de modo que um nasceu no dia $d/m/a$ e o outro no dia $(d + 7)/m/a$. Com essas datas formamos os números $(d)(m)(a)$ e $(d + 7)(m)(a)$. Sabemos que

$$(d + 7)(m)(a) = (d)(m)(a) + 7 \times 10^k,$$

onde k é o número de algarismos de $(m)(a)$. Observe que só podemos ter $k = 3$, se o mês m tem um algarismo, ou $k = 4$, se o mês m tem dois algarismos. Como também $(d + 7)(m)(a) = 6 \times (d)(m)(a)$, resulta

$$7 \times 10^k = 5(d)(m)(a).$$

No caso $k = 3$, decorre que o amigo mais velho nasceu em

$$(d)(m)(a) = \frac{7\,000}{5} = 1\,400,$$

isto é, 1º de abril de 1900. No caso $k = 4$, decorre $\frac{70\,000}{5} = 14\,000$, que não é uma data válida.

3ª Semana: encontro entre professores e alunos.

-Assunto a ser abordado: **Contagem 2** - Princípio Multiplicativo – parte 2.

-Estudos a serem desenvolvidos com os alunos: antes da realização do encontro, é importante que o professor tenha lido os materiais, que englobam exercícios, bem como tenha assistido a todos os vídeos anteriormente indicados, incentivando os alunos a fazerem o mesmo. Ressalta-se que (1) e (2) já foram propostos no encontro anterior. Vale verificar se os alunos ainda tem algum questionamento sobre tal conteúdo. Na sequência, pode-se convidar os alunos a uma leitura do texto de Eduardo Wagner proposto.

-Exercícios a serem discutidos com os alunos: Pode ser dado um enfoque ao material teórico do Portal da Matemática “Princípios Básicos de Contagem”. 2º Ano – Módulo de princípios básicos de contagem indicado. Tal material apresenta três tópicos (com as soluções dos exercícios): exercícios introdutórios, exercícios de fixação e exercícios de aprofundamento e de exames. Os alunos devem ter conhecimento de tal material. O professor, na medida do possível, pode levar os alunos a discutir de 6 a 8 exercícios, conforme a disponibilidade de tempo. Três são sugeridos abaixo:

- I. Exercício 1 do material indicado no texto 3, tópico de exercícios introdutórios. O exercício exemplifica o Princípio Fundamental da Contagem, buscando quantidade de formas de se ligar três cidades A, B e C. Sua resolução está no vídeo [Princípio Fundamental da Contagem](#).
- II. Questão 27 do nível 1 do Banco de Questões da OBMEP de 2013. Enunciados/soluções: <http://www.obmep.org.br/bq/bq2013.pdf>.
- III. Exercício 15 do material indicado no texto 3, tópico de exercícios de aprofundamento. Seria interessante discuti-lo mais ao final do encontro.

4ª Semana: encontro entre professores e alunos

- Assuntos a serem abordados: **Geometria 2** – Áreas e perímetros de polígonos.

- Textos a serem estudados com os alunos: o professor deverá apresentar aos alunos as principais propriedades que facilitam o cálculo de área de um triângulo, como destaca a seção 2.1 da Apostila do PIC da OBMEP “Teorema de Pitágoras e Áreas”, E. Wagner. A seção 8.1 da Apostila do PIC da OBMEP “Encontros de Geometria”, L. Cadar e F. Dutenhefner poderá ser utilizada pelo professor na construção de problemas que enfatizam tais propriedades.

- Exercícios a serem discutidos com os alunos: o professor deverá discutir um mínimo de 8 problemas com seus os alunos, esse número poderá ser ampliado caso o professor avalie a realidade que o cerca e entenda que existem condições para tanto. Esses problemas devem estar relacionados com o as propriedades e ferramentas que facilitem o cálculo de área de um dado triângulo, mas sem uma associação explícita com as fórmulas de áreas anteriormente já estudadas. Esses problemas devem ser encontrados em um

dos textos 1 a 7 em Geometria acima descritos, ou podem fazer parte de uma das videoaulas sugeridas. Para exemplificar, iremos indicar três problemas e convidamos o professor a selecionar o restante:

I. Questão 03 da Prova Nível 1 - 1ª fase, da OBMEP do ano de 2016
Enunciado/Solução disponível em <http://www.obmep.org.br/provas.htm>.

II. Problema 1 discutido na videoaula [Geometria - Aula 52 - Uma propriedade de áreas de triângulos](#).

III. Problema que encontra-se no [Portal da Matemática: 9o Ano do Ensino Fundamental – Módulo Área de Figuras Planas: mais alguns Resultados](#) que foi discutido na videoaula intitulada Área de Figuras Planas – Parte 8: Razão entre Áreas de Triângulos.