

Exercícios:

Exercício: Qual o número de anagramas da palavra MISSISSIPI?

Solução: Temos uma palavra com $n = 10$ letras onde a letra S é repetida 4 vezes, a letra I é repetida 4 vezes e as demais letras não se repetem. Logo, a quantidade de tais anagramas é igual a

$$P_{4,4}^{10} = \frac{10!}{4! \times 4!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 4!} = 6.300.$$

Exercício: O bilhete da loteria esportiva consiste de uma tabela com 13 linhas e 3 colunas. Em cada linha temos os nomes de dois times de futebol que irão jogar um contra o outro. Para cada linha, o apostador deve marcar um X em (exatamente) uma das três colunas, indicando se ele acredita que o jogo terminará em vitória, empate ou derrota para o time da casa. Certo apostador decidiu que irá preencher o cartão escolhendo 4 vezes a coluna da esquerda (vitória), 2 vezes a coluna do meio (empate) e 7 vezes a coluna da direita (derrota). De quantas forma ele poderá preencher o cartão?

Solução: Cada cartão pode ser representado por uma sequência de 13 letras do conjunto $\{E, M, D\}$, onde cada letra indica se foi escolhida a coluna da esquerda, a do meio ou a da direita no jogo correspondente. De acordo com o enunciado, o que queremos encontrar é, exatamente, o número de permutações da lista $EEEEMMDDDDDD$. Esse número é igual a:

$$\frac{13!}{4! \times 2! \times 7!} = \frac{13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7!}{4! \times 2! \times 7!} = \frac{13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8}{(4 \times 3 \times 2) \times 2} = 25.740.$$

Exercício: Um sapo está sobre uma reta. A cada pulo que ele dá, ele anda exatamente 15cm para a direita ou 15cm para a esquerda. Sabe-se que ele deu 10 pulos e retornou à sua posição original. Determine a quantidade de percursos distintos que ele pode ter percorrido.

Solução. Talvez o mais difícil para obter essa solução seja perceber que, para poder voltar para a posição inicial, o número de pulos que o sapo deu para a direita deve ter sido igual ao número de pulos que ele deu para a esquerda. Como ele deu 10 pulos ao todo, ele precisou dar exatamente 5 pulos para a esquerda e 5 para a direita. Dessa forma, o percurso percorrido pelo sapo está inteiramente determinado por uma sequência de 5 letras E e 5 letras D , que representam, respectivamente, os pulos para a esquerda e para a direita. Logo, a quantidade de percursos possíveis é o número de anagramas de $EEEEEDDDDD$, que, por sua vez, é igual a:

$$P_{5,5}^{10} = \frac{10!}{5! \times 5!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 252$$